

Essai sur quelques caractères des notions d'espace et de temps

THÈSE POUR LE DOCTORAT
PRÉSENTÉE DEVANT LA FACULTE DES LETTRES
DE L'UNIVERSITE DE PARIS

par

René POIRIER

Agrégé de Philosophie

Ancien Pensionnaire de la Fondation Thiers

Professeur au Lycée de Chartres

PARIS
LIBRAIRIE PHILOSOPHIQUE J. VRIN
6, Place de la Sorbonne (v^e)

—
1931

Essai sur quelques caractères
des notions d'espace et de temps

Essai sur quelques caractères des notions d'espace et de temps

THÈSE POUR LE DOCTORAT
PRÉSENTÉE DEVANT LA FACULTE DES LETTRES
DE L'UNIVERSITE DE PARIS

par

René POIRIER

Agrégé de Philosophie
Ancien Pensionnaire de la Fondation Thiers
Professeur au Lycée de Chartres

PARIS
LIBRAIRIE PHILOSOPHIQUE J. VRIN
6, Place de la Sorbonne (vⁿ)

—
1931



A Messieurs André LALANDE et Léon BRUNSCHVIG

AVERTISSEMENT

Le travail qu'on va lire devait être d'abord beaucoup plus limité et de philosophie des sciences proprement dite, ce qui lui eût permis d'être plus détaillé et plus approfondi; il est devenu un livre de philosophie générale, au sens le plus ordinaire, voire le plus décrié du mot. Voici la raison de ce changement : l'auteur aurait voulu trouver dans les théories relativistes les éléments d'une image plus rationnelle de l'espace et du temps, d'une définition plus exacte des cadres du monde physique, pris dans leur structure et dans leur forme. Mais il faut avouer qu'une théorie physique particulière a peu de chances de modifier radicalement les conceptions cosmologiques ou la théorie de la connaissance : elle est solidaire de l'ensemble de la théorie physique, elle l'est aussi, presque toujours, d'un mouvement de pensée anciennement préformé, qu'elle met en lumière, plutôt qu'elle ne le crée, et qui rentre dans l'un des deux ou trois thèmes fondamentaux de la réflexion sur les sciences. Qui croira que le mécanisme cartésien pût déterminer, pris isolément, et en lui-même, une révolution philosophique, et que la théorie des tourbillons eût une portée tout autre que l'atomisme dont Gassendi maintenait la tradition? Qui croira que le système héliocentrique de Copernic fût gros de toute une métaphysique, alors que les néo-pythagoriciens admettaient une hypothèse équivalente, et que trois siècles de réflexion n'ont pas réussi à lui rattacher des conséquences essentielles? Comment admettre que le fait d'avoir avec Newton associé les circonstances physiques au mouvement des masses matérielles par l'intermédiaire de l'expression $m \frac{d^2x}{dt^2}$ boule-

verse notre conception de la nature ou celle de l'esprit? Il semble que la science joue par rapport à la philosophie le rôle même que joue l'expérience par rapport aux théories et aux lois : elle est une norme purement négative, elle nous détache de certaines exigences, tenues d'abord pour rationnelles, et dont nous nous détachons faute de les voir jamais satisfaites, elle est une école de modération métaphysique, mais elle ne substitue pas une nouvelle figure à l'ancienne; elle n'invente rien, elle n'agit que par érosion.

La théorie relativiste semblait, il est vrai, dans l'enthousiasme initial, devoir révéler un aspect nouveau de la raison, une forme originale de l'intelligence des phénomènes, un mode singulièrement puissant de rationalisation du réel. Quelques années ayant passé, d'autres théories fixant l'attention, il semble que l'on puisse en apprécier plus impartialement

la valeur épistémologique. Mais nos conclusions à ce sujet ont été, avouons-le, quelque peu sceptiques, ou, plus exactement, elles ne pouvaient être formulées que dans la mesure où nous avions déjà attribué à la théorie physique une intention et une méthode générales; elles étaient nécessairement relatives à une image de la raison donnée par ailleurs. Il fallait donc essayer d'approfondir l'ensemble du problème de la connaissance.

Peut-être convient-il d'expliquer brièvement quelle suite de pensées nous a amené à élargir le problème initial, et forme le lien de ce travail. Elles procèdent de trois thèmes principaux : l'unité phénoménale de l'expérience et de la connaissance rationnelle, la nature purement allégorique de la réalité, l'indétermination foncière des concepts théoriques. Nous sommes partis du fait qu'il n'y avait pas dans la nature deux éléments susceptibles d'être traités séparément et d'intelligibilité différente: le cadre spatio-temporel est solidaire du monde physique, il lui est associé dans la reconstruction rationnelle du monde. Celle-ci prend un caractère de plus en plus nettement symbolique, algorithmique, elle nous donne une image numérique et exacte des phénomènes. Mais y a-t-il là un type de rationalisation vraiment différent de l'explication mécanique et intuitive des phénomènes, les nombres nous rendent-ils le monde réel intelligible en un sens idéaliste, et par eux, pouvons-nous dire que les lois de l'esprit préforment la nature matérielle? C'est pour résoudre ces questions que nous avons tenté d'analyser le sens de la pensée mathématique, et de son application au réel, arrivant à cette conclusion, à la fois banale et paradoxale, qu'il n'y a aucune différence foncière entre la description par les nombres et la description figurative du devenir. Les mathématiques sont l'étude d'architectures formelles d'images, le mot forme n'étant pas pris ici en un sens idéal, mais au sens matériel, et la chose est vraie, non seulement de l'algèbre, mais de la géométrie la plus abstraite. De ceci résultait qu'il n'y avait qu'un type d'intelligibilité, qu'une définition de la raison, par là même qu'une théorie physique devait satisfaire au plus grand nombre possible de réquisits intuitifs, et que loin de déshumaniser la figuration artificielle de l'univers, il fallait au contraire la rendre la plus parfaitement humaine qu'il se pouvait. Il en résultait aussi qu'une notion aussi dépouillée de la raison ne pouvait se compléter par ailleurs, par une détermination a priori des modèles logiques, algébriques ou mécaniques de la nature; l'expérience seule justifie le choix de nos architectures symboliques, d'une manière d'ailleurs très fragmentaire. Celles-ci ne peuvent donc valoir au delà d'elle, et préformer l'univers. Tout ce qui n'est pas empirique est foncièrement indéterminé.

Si nous sommes arrivés par là à quelques résultats touchant la théorie de la connaissance en général, il nous a fallu pourtant renoncer à déterminer la nature de l'espace et du temps objectifs, la théorie physique ne définissant que des types schématiques, d'ailleurs indéterminés. Mais il existe, semble-t-il, une expérience directe de ces grandeurs, et dont le rôle est double, puisque d'une part c'est en elle que se construisent les modèles scientifiques de la réalité, et que d'autre part elle doit se raccorder substantiellement à la réalité qu'elle représente.

Or, il fallait préciser cette corrélation du monde physique et du monde sensible, et montrer qu'ils étaient transcendants l'un à l'autre, qu'ils ne

communiquaient pas directement, en un mot préciser la relation des âmes et des corps. S'agissant alors de comprendre la nature de l'espace et du temps sensibles, nous avons essayé de montrer la dispersion de l'esprit dans le monde des corps, et l'unité phénoménale de l'expérience, prise dans son extension; mais quand nous avons voulu saisir en profondeur cette unité, elle s'est à son tour diluée et comme perdue; nous avons analysé les divers aspects de l'espace et du temps, et non seulement nous n'y avons pas trouvé d'unité native, correspondant à une intuition élémentaire, à une trame directement saisie, mais nous ne sommes même pas arrivés à comprendre la raison, et l'essence de cette unité de composition, d'achèvement, la synthèse du divers sensible dans la perception. Pour nous, le monde sensible est sans profondeur, et connu par les reflets des diverses lumières sensibles. Dans l'ordre intuitif comme dans l'ordre de la reconstruction physique, nous n'appréhendons rien d'une manière privilégiée, et comme absolue; comme le physique au géométrique, l'objectif s'incorpore au subjectif, l'inconscient à l'obscur et au confus; les divisions de la réalité ne sont pas prédéterminées dans l'expérience, et cette réalité elle-même n'est qu'un mythe d'algébriste ou de poète.

Par là nous sommes conduits à une forme extrême d'empirisme, de phénoménisme. Mais nous apercevons en même temps le problème inévitable du réalisme. L'homme n'est qu'un artisan d'images ingénieux et prévoyant. Mais il y a un au-delà du sensible, et ses mythes ne sont pas sans quelque vérité d'allusion, d'analogie. Ils signifient une réalité objective, ayant quelque similitude aux figures par lesquelles nous l'exprimons. N'y a-t-il pas, sous le phénomène de la conscience, la double tradition des choses et du moi, et comment la concevoir ?

C'est ici que nous nous sommes arrêtés (1).

Nous reprochera-t-on de nous être plu à des conclusions essentiellement négatives? mais comment entendre ces mots? Espérait-on atteindre la réalité dans le prolongement de l'expérience et la déterminer en tant que telle ? Alors nous voudrions, en effet, avoir montré qu'une entreprise de ce genre est vaine, dans l'ordre de la nature comme dans celui de l'esprit. Mais nous avons essayé de définir le rôle de l'esprit dans l'expérience, la nature et les modalités de l'emprise que la raison a sur les choses, et ce sont là des objets d'étude véritablement positifs. Par ailleurs, nous croyons qu'il est permis d'évoquer en des fictions métaphysiques la réalité première, et de la représenter au moins par une sorte d'allusion. Si peu que nous ayons insisté sur ce point, nous risquons d'être accusés de revenir à l'inconnaissable, cédant au préjugé réaliste, de réhabiliter un sentiment du mystère dont la philosophie récente tendait à nous libérer. Nous acceptons le reproche, pourvu qu'on ne nous fasse pas ériger en dogme ce qui n'est que l'indication d'une dimension obscure de la réalité. Certains verront peut-être dans quelques remarques sur le caractère limité et superficiel de toute expérience le signe d'une conception pessimiste de la nature humaine; chacun est libre, en effet, de transposer dans l'ordre de la sensibilité des thèmes purement intellectuels, mais l'auteur de ce travail avoue son extrême défiance à cet égard, et il hésiterait beaucoup à accepter une interprétation de ce genre. Non qu'il soit absurde de méditer sur l'au-delà et d'en être troublé, mais ce sont

(1) On trouvera quelques indications à ce sujet à la fin du chapitre iv.

choses d'un autre ordre, bien qu'elles soient liées à la philosophie. Il serait, en effet, dangereux de prétendre que toute pensée de cette nature procède uniquement de préjugés religieux et dogmatiques au moins implicites. En liant ainsi à une religion positive toute inquiétude intellectuelle, toute réflexion sur les limites de notre expérience et de notre savoir, toute métaphysique en un mot, on avilirait la tâche antique de la philosophie.

Les thèmes philosophiques de ce travail étant ainsi résumés, nous permettra-t-on quelques remarques sur leur mise en œuvre ? Tout d'abord, les problèmes ont été exposés suivant un ordre synthétique inverse du précédent, et que l'on n'a pu éviter, malgré son apparence un peu artificielle. On trouvera d'autre part, dans les pages qui vont suivre, un mélange un peu singulier de thèses philosophiques, métaphysiques mêmes, et d'observations plus spéciales, parfois un peu techniques. Faut-il dire que celles-ci n'interviennent qu'à titre d'exemples ou d'applications, et qu'à aucun moment ce travail n'essaie d'être une mise au point de problèmes de nature scientifique ? Qu'il s'agisse de la géométrie ou de la théorie relativiste, l'auteur n'a pu étudier qu'un nombre d'ouvrages restreint, eu égard à l'immense littérature relative à ces sujets; encore n'a-t-il retenu d'eux qu'un très petit nombre d'exemples. Le lecteur qui désire approfondir les problèmes correspondants se reportera, par exemple, à l'encyclopédie des sciences mathématiques ou, sur un grand nombre de points, aux monographies de la collection Springer, puisque nous ne possédons malheureusement pas en France de recueils généraux correspondants. Sur plus d'un point, d'ailleurs, nous nous proposons de reprendre les indications que nous avons données, par exemple en ce qui touche le réalisme mathématique, ou la manière dont les propriétés topologiques peuvent être attribuées avec certitude à l'ensemble de l'espace.

Les raisons précédentes expliquent pourquoi nous n'avons pas joint de bibliographie à chaque chapitre : l'étendue des sujets la condamnait à être objectivement inadéquate et arbitrairement limitée, et qu'importe au lecteur l'ensemble des ouvrages que l'auteur a étudiés ou consultés ?

On ne trouvera que par accident des références et des citations; nous avons même évité de désigner expressément les philosophes dont certaines idées sont invoquées, en des allusions que le lecteur saisira facilement. L'honnêteté veut, en effet, que si l'on discute la pensée d'un auteur personnellement nommé, on se place sur son terrain, et que l'on adopte son point de vue et son langage; encore n'est-on pas assuré de l'avoir, de son propre aveu, bien compris; reste, il est vrai, la ressource de s'en prendre aux textes isolés. Mais l'expérience prouve qu'il ne faut pas prendre à la rigueur toutes les assertions philosophiques relatives à des inventions récentes; une exégèse littérale ne peut s'appliquer qu'à des œuvres longuement méditées et reprises, comme la « Critique de la raison pure » ou les « Méditations »; mais il ne convenait pas, malgré ses formules à arêtes vives, d'exploiter certaines pensées de M. Poincaré dans le sens d'un scepticisme radical, ni de lui faire ramener toutes les démonstrations mathématiques au raisonnement par récurrence. Si l'on prenait les conséquences philosophiques de la relativité, on trouverait sans doute chez les mêmes physiciens des éléments d'interprétations très

différentes, orientées tantôt vers le réalisme, tantôt vers le nominalisme. On nous pardonnera donc de nous être référé à des opinions impersonnelles, et comme stylisées, que nous pouvions insérer dans notre plan de pensée. Est-il besoin de dire que nous n'avons adopté cette méthode qu'avec des auteurs familiers à quiconque s'occupe de philosophie ?

INTRODUCTION

§ 1. — *Pourquoi nous avons négligé l'aspect historique des problèmes.*

C'est une chose étrange que les hommes se soient tourmentés avec tant d'impatience et d'intolérance pour donner de l'espace et du temps des définitions exactes. Car il importe peu que tel ou tel nom soit attribué aux choses ou aux idées; notre science n'en est accrue, ni réduite. Tout au plus, par un choix de mots contraire à l'usage, risquons-nous d'égarer quelques esprits mal informés et qui attribuent aux idées tous les caractères que l'on associe, dans le langage courant, aux noms qui les désignent. Mais cela est de peu d'importance, à moins que l'on ne pense, comme Platon semble l'avoir fait parfois, que les idées ont entre elles des affinités spirituelles, que l'esprit aperçoit presque passivement et dont il forme une science. Alors, il convient, en effet, de déterminer d'une manière adéquate à quelle notion concrète correspond l'idée, puisque les caractères de celle-ci, connus en quelque sorte *a priori*, doivent s'appliquer à la première, de même que, si la géométrie est *a priori*, il convient de définir exactement à quelles sortes d'objets et de mesures correspondent les droites et les angles abstraits.

Mais, si nous laissons cette hypothèse, comment ne serions-nous pas surpris de voir avec quel zèle les successeurs de Platon et d'Aristote rivalisent pour savoir à quoi les termes de temps et de lieu doivent être attribués, avec quel soin ils départagent les noms de vide, de lieu, d'espace comme s'il s'agissait d'autre chose que d'accommoder la science au langage commun ou de créer des divisions faciles pour l'étude des concepts et des faits ?

La raison de cet effort est dans le fait qu'espace et temps ne sont des notions simples ni dans leur contenu, ni dans leur fonction. Ou plutôt il existe une série de notions d'espace et de temps que nous voudrions associer dans un concept unique, si bien que, dans la théorie de ces concepts, l'ordre sensible et l'ordre rationnel du devenir se trouveraient converger et coopérer. Et dans ce simple effort de définitions se reflète toute une théorie du devenir, dans l'ordre de l'âme ou dans celui du monde extérieur, considéré physiquement ou métaphysiquement. Il y a une notion sensible de l'espace et du temps, il y en a une métaphysique.

Nous n'entreprendrons pas ici d'étudier le développement historique de ces notions, encore moins de comparer celles des différents peuples.

Ce serait pourtant une tâche bien curieuse, mais elle serait décevante et ingrate, pour qui cherche des connaissances solides. En effet, la loi du genre est de prendre les concepts et les classifications telles qu'elles nous sont fournies par les auteurs, si confus, si absurdes qu'ils soient. Or, il y a une étrange discordance entre les pensées rassemblées sous les mêmes noms par les divers philosophes et les diverses sociétés, et les formules qui s'y rapportent, risquent, si on les prend littéralement, d'abuser celui qui les traduit ou les commente. Comment prendrions-nous à la lettre des formules touchant la nature, ou la forme, ou les limites de l'espace, chez des peuples qui ne distinguent pas clairement la matière, l'espace et le monde qu'il enferme ? Entre Leibniz et Clarke il y a discordance sur les moindres notations, et même sur le sens du mot exister, ou du mot corps, ou du mot réalité. Que dire d'un parallélisme de la pensée occidentale contemporaine et de la pensée chinoise où les distinctions les plus essentielles ne sont pas parallèles ?

Quelque attachantes que puissent être les études de M. Granet, si curieux qu'il soit de voir la conception féodale et monarchique de la société se refléter dans la description même du monde physique, et l'empereur réorganiser à son avènement l'espace et le temps, en leur restituant leur ordre légitime, il serait imprudent d'y chercher l'expression d'une doctrine précise et raisonnée, et de la comparer à nos propres pensées. Que les Romains des temps primitifs aient conçu l'espace à l'image du « castrum » cela est très remarquable, mais de quels Romains s'agit-il et qu'entendaient-ils par ce nom d'espace ? Si l'on eût demandé à l'un d'entre eux « une droite prolongée indéfiniment se ferme-t-elle sur elle-même ? », il se fût fait sans doute expliquer la question jusqu'au moment où, lui donnant le même sens que nous, il eût répondu comme nous par un aveu d'ignorance. Toute comparaison des doctrines lointaines avec les nôtres est donc assez illusoire ; et cela se conçoit, car il nous plaît toujours d'entendre citer l'opinion des Hurons sur l'espace ou celle des Fuégiens, mais nous hésiterions à parler de celle des Français, et, pour prendre d'illustres exemples : M. Poincaré, M. Bergson, M. Claudel ont chacun une théorie à ce sujet, mais qui songerait à les comparer ?

Les doctrines mêmes des philosophes anciens sont peu comparables aux nôtres. Non que les définitions et les problèmes y soient autrement posés ; au contraire, on est frappé de voir combien les aspects de l'espace et du temps ont été dès l'origine profondément analysés. Si la notion du vide que nous trouvons chez Démocrite répond à peu près à l'idée d'espace, telle qu'elle est employée couramment par le physicien, nous trouvons chez Platon et Aristote et surtout chez leurs successeurs et leurs commentateurs des indications très remarquables, et auxquelles la philosophie moderne n'a pour ainsi dire rien ajouté, touchant les deux difficultés fondamentales du sujet : comment l'espace et le temps différent-ils de la matière et du devenir, et à quoi faut-il attribuer par exemple les caractères de finitude et d'infinitude ? Espace et temps sont-ils des choses ou des relations ?

Qui ne serait frappé, en effet, en lisant les fragments rassemblés et étudiés par Duhem dans son « Système du monde », de voir combien les défenseurs d'une théorie réaliste se sont ingéniés à définir l'existence non matérielle et pourtant objective de l'espace, en distinguant le lieu et le

vide? Lorsque Cléomède nous dit (1), résumant Posidonius : « Le monde n'est pas infini, mais limité... Mais hors du monde, il y a le vide qui s'étend à l'infini en tout sens. De ce vide illimité, ce qui est occupé par un corps se nomme lieu, tandis que ce qui n'est pas occupé par un corps est appelé vide », nous pourrions aujourd'hui encore, accepter ces notations, presque sans changement. D'autre part, quand nous voyons les néo-stoïciens tenter de donner à ce vide le type d'existence d'un *πνεῦμα*, et d'en préciser l'existence immatérielle, en lui donnant peu à peu une nature de même ordre que la matière, plus subtile seulement, afin d'éviter le pur néant de Démocrite, quand nous les voyons, prenant au sens fort une ancienne comparaison de Chrysippe, s'acheminer vers l'idée qu'il est fait de lumière, ou du corps qui supporte la lumière (2) comment ne songerions-nous pas au rôle que jouait l'éther dans la théorie électromagnétique, et à la répugnance de tous les savants à admettre sous cet éther un espace absolu par rapport auquel il pourrait être mobile? La manière même dont Philopon essaie de séparer le rôle actif du vide de la tendance qui ramène les corps à leur lieu naturel évoque l'effort pour séparer l'action de l'espace et celle des forces, dans la mécanique moderne, et l'ambiguïté même qui demeure correspond assez bien à celle que des théories récentes nous ont appris à considérer comme fondamentale.

Par ailleurs, nous trouvons chez Aristote l'ébauche d'une théorie relationnelle et idéaliste, lorsqu'il refuse de considérer un espace substance, séparé et comme préexistant aux corps, ou lorsqu'il fait du temps un nombre. Toutes les difficultés d'une pareille théorie, telles qu'elles apparaissent chez Leibnitz, par exemple, s'entrevoient déjà dans Simplicius, et dans le dualisme du lieu et de la position. Le lieu est la mesure de la position des corps, comme le temps est le nombre qui mesure le mouvement. Mais qu'est-ce que la position, puisqu'elle n'est pas séparable du corps? Le lieu n'est pas un corps, mais il n'est pas non plus un concept. Le paradoxe essentiel de toute théorie relationnelle apparaît ainsi dès l'origine.

Il serait donc intéressant, semble-t-il, de chercher comment s'est développée, suivant son double mouvement, la théorie de l'espace et du temps. Malheureusement, on n'entrevoit sur ce point aucun progrès continu, aucun approfondissement régulier, à l'inverse de ce qui aurait lieu si on examinait par exemple l'évolution de l'idée de géométrie. D'autre part, cette théorie nous apparaît toujours comme liée à un ensemble de prémisses métaphysiques, dont elle ne peut être isolée que par abstraction. C'est pourquoi toute comparaison systématique entre les doctrines des divers acteurs risque d'être vaine, car ils ne voient pas les choses suivant des perspectives semblables. Sur un tel sujet, toute tentative pour classer et coordonner les pensées de philosophes engagés dans des métaphysiques dissemblables, ne peut être qu'artificielle; en

(1) Duhem I, p. 311.

(2) La chose est plus nette encore chez Proclus, pour qui le lieu est un corps immobile, continu, exempt de matière et par conséquent identique à la lumière. On trouvera des pensées analogues dans la philosophie bouddhique, avec la distinction du *diç* et de l'*akaça*. Voir sur ce point le livre de Scherbatsky : *La théorie de la connaissance et la logique chez les bouddhistes tardifs*.

fait elle se réduirait à une juxtaposition de textes plus ou moins ingénieuse. Il n'existe guère d'ailleurs que trois attitudes possibles pour l'historien : ou bien il tâchera de ressentir, de reconstruire l'ensemble des problèmes qui ont occupé un philosophe, afin de pénétrer le sens des solutions qu'il en donne, il rétablira pour nous son univers, il expliquera l'œuvre par l'œuvre elle-même, réalisant ainsi l'idéal que proposait autrefois M. Chartier : comprendre, par approfondissement, en quel sens l'auteur a raison. Cette tâche s'impose surtout lorsqu'il s'agit d'un auteur dispersé, ou obscur, ou qui se réfère à des théories oubliées, par allusions incompréhensibles.

Ou bien l'historien étudiera une filiation réelle d'idées, par exemple à travers une école, à travers une tradition orale ou écrite, et il résoudra ainsi un problème de psychologie et d'influences, en ne faisant intervenir que des influences effectives et vérifiées, en n'associant les doctrines que par les hommes.

Ou bien enfin, il essaiera de comprendre comment un philosophe aurait répondu à des questions que nous posons d'une manière différente de la sienne, en lui imposant notre langage. Entreprise qui n'est pas absurde, car il y a dans une philosophie digne de ce nom quelque chose qui dépasse son siècle et qui conserve un sens au cours des générations, entreprise qui permettrait à la rigueur une philosophie comparée. Mais il faudrait beaucoup de discrétion, et notre sujet n'est pas, semble-t-il, de ceux qui s'y prêtent. Aussi nous excusera-t-on d'avoir, après coup et avec regret, supprimé l'historique du problème, et même d'avoir restreint le plus possible les allusions aux systèmes anciens.

§ 2. — *Complexité intérieure du problème de l'espace et du temps.*

Dans leurs caractères, comme dans leurs fonctions, les notions d'espace et de temps sont obscures et complexes. Elles ne paraissent autres que si on les considère d'un point de vue très particulier. Ainsi Descartes croyait trouver en elle des idées claires et distinctes, dont la combinaison donnait le mouvement. Mais il considérait avant tout des éléments géométriques mi-abstraits, mi-sensibles, c'est-à-dire qu'il isolait un des aspects de ces notions. De même, Kant croit connaître d'une manière très simple et très évidente la nature et les propriétés de ces formes à priori de la sensibilité. Il les considère dans leur pureté intuitive, et quand les principes de l'entendement pur s'y appliquent, nous obtenons les schèmes, éléments de notre intelligence des phénomènes. Aperçus intuitivement, à travers la géométrie et par l'analyse directe de l'expérience, ils nous donnent la trame simple et clairement connue du monde intelligible et du monde sensible.

Mais il ne nous est point permis de procéder ainsi, et les erreurs de ces deux grands hommes montrent les dangers d'une telle méthode. Partons donc des notions communes et tâchons de démêler leur diversité de structure et d'usage mental.

Elles sont tout d'abord le cadre intuitif de notre perception. C'est en elles que le monde sensible se déploie. Elles sont ce qu'il y a en lui d'iné-

visible, d'uniforme et de commun, elles en sont la trame visible. Présentes dans la plus brute et la plus obscure de nos sensations, elles s'organisent et se présentent en leur figure d'ensemble, associées à la perception dans sa nature paradoxale, dans son unité incompréhensible, mêlée de sensible et d'intellectuel, de présent et de souvenir, d'éprouvé et de rêve.

Mais si l'espace et le temps n'étaient que cela, le problème serait simple, et presque de description : dépeindre l'apparence et la forme du monde sensible, en en montrant toute la complexité intérieure. Ils sont tout autre chose.

Ils sont, en effet, l'étoffe même de ce monde objectif que les physiiciens ont imaginé derrière des sensations, et qui en est la cause, et ils y jouent un double rôle.

D'une part, ils sont le milieu où se disposent les événements, où ils se coordonnent, où ils se déterminent. Ils sont le repérage fondamental des faits, soit qu'on les considère comme des choses, des corps, soit qu'on les réduise à n'être que des ordres. La théorie du temps et de l'espace est le premier et le dernier degré de la cosmologie.

Mais d'autre part, ils semblent être les éléments du devenir, et de sa détermination par les lois. C'est ici une idée confuse, et pourtant d'une grande importance, et qui, sous mille formes, revient dans la pensée des hommes. Ce monde n'est pas immobile, cloué à ses repères, il change, il se détermine à des formes nouvelles, il ne nous apparaît pas simplement comme un fait, mais comme un devenir, comme une création, et, par là même, l'espace et le temps ne semblent plus être de simples figures. Ils sont les éléments auxquels la nature se réfère pour déterminer le devenir suivant les lois, ils sont, pour user d'un langage théologique, le point de vue de Dieu lorsqu'il renouvelle le monde; ils prennent figure créatrice. Le temps et l'espace sont alors pénétrés de causalité; celle-ci leur est infuse, elle les transfigure. Même dans l'ordre objectif, nous voyons Newton parler du cours uniforme et régulier du temps, transposant ainsi dans la nature abstraite, cette idée que le temps est le créateur, l'ouvrier du devenir. Et nous voyons M. Bergson identifier en la durée, l'âme, le mouvement qui l'entraîne, et sa propre liberté.

Peut-être convient-il d'abandonner ces pensées comme un vieux mythe, de rendre à leur tâche de spectateurs impassibles le temps et l'espace où sont les choses, et de désespérer du devenir et de son intelligence. Mais l'esprit humain est encore tout pénétré de ce rêve, qui renaît à chaque détour de sa science.

Ainsi, nous pourrions parler de l'aspect statique et de l'aspect dynamique des notions de temps et d'espace, et nous sentons par là qu'en eux se reflète tout ce que nous pensons du monde et de son devenir.

Mais, elles ne sont pas remarquables simplement en ceci, qu'elles représentent la trame mobile et vivante du devenir, qu'elles sont des notions premières et fondamentales. Elles sont, du moins suivant une croyance très commune, la partie de la réalité physique par laquelle celle-ci communique avec le sensible. Et elles sont aussi cet élément du monde physique qui est le plus diaphane à la raison, par lequel l'esprit pénètre directement la structure de la réalité en la reconstruisant suivant ses propres lois. Elle est, semble-t-il, cet élément non

empirique qui exprime nos propres lois, et notre propre puissance. C'est en ce qu'il a de spatial et de temporel que le monde reflète notre pensée; il suit, par la géométrie, nos propres lois, et, dans cette partie d'a priori qui révèle notre esprit, il est notre œuvre, et témoigne de notre puissance. Ainsi, espace et temps, parce qu'ils se prêtent à la mesure, sont les médiateurs par lesquels les nombres régissent l'univers ou du moins symbolisent avec lui.

C'est l'orgueil cartésien que de refaire le monde suivant les lois et l'esprit de Dieu, et sa géométrie, et que ce monde soit le vrai. Par quoi, il affirme sur la réalité une emprise intellectuelle, qui est presque l'égale d'une emprise matérielle. Il est vrai que ces pensées et cette science lui sont prêtées par Dieu, mais cette participation à sa géométrie, comme le fruit de l'arbre de science, risque fort d'égaliser, au moins sur un point, la créature au créateur. L'homme repense le monde suivant les mêmes apparences, et les mêmes lois que Dieu. C'est là une grande audace, qui survit cependant en chacun de nous, au moins obscurément.

Voici donc que les divisions de notre étude sont toutes dessinées.

Dans une première partie, nous nous attacherons à décrire la figure spatio-temporelle de notre expérience, soit qu'elle se disperse et s'organise en une nature sensible et extérieure, soit qu'elle paraisse cristalliser en une image immatérielle du moi.

Dans une seconde partie, nous essaierons de comprendre ce que peut être la connaissance abstraite et *a priori* de l'espace. Nous réfléchirons un moment sur l'idée même d'une connaissance mathématique; puis nous indiquerons les cadres analytiques et géométriques du concept où le monde est représenté.

Dans la troisième partie, nous tenterons de dire comment, dans la science actuelle, se présente le monde physique qui est, aux yeux du savant la réalité dernière, et de dépeindre son logement spatio-temporel. Et ceci nous amènera à regarder les problèmes traditionnels touchant les caractères de l'espace et du temps. Alors, nous pourrions essayer de comprendre ce que c'est que la réalité physique, et ce que nous pouvons atteindre dans le devenir.

Enfin, nous pourrions brièvement réfléchir sur les espérances anciennes, et nous demander si vraiment, en ces notions d'espace et de temps, nous avons pu saisir quelque peu de l'architecture profonde de notre expérience, et ce que l'esprit peut connaître, à priori ou empiriquement de la nature réelle.

§ 3. — *Remarques sur l'implication des problèmes.*

Nous sera-t-il permis de faire encore deux remarques touchant la première partie de notre dessein.

L'une concerne la signification métaphysique de l'espace et du temps sensibles. Les philosophes classiques se sont en général établis d'emblée dans le plan de la réalité objective, physique ou métaphysique. Les psychologues modernes, au contraire, se donnent comme une notion simple l'existence d'un monde sensible dont ils décrivent les aspects sans se soucier de sa réalité. Il semble donc qu'il y ait là deux ordres de pensée entièrement distincts. Mais ce n'est là qu'une attitude provi-

soire : en fait, nous passons insensiblement de l'ordre sensible à l'ordre objectif, imposant à celui-ci les conditions tirées de l'autre; en droit, le problème du raccordement est aussi réel que difficile, et tout notre travail tend à le préciser. L'effort de synthèse par lequel nous attribuons à l'expérience une structure spatiale et temporelle est solidaire de celui par lequel nous prolongeons nos perceptions fragmentaires en un univers sensible, coordonné et coexistant en quelque manière à lui-même. La chose est d'autant plus nécessaire que le moi ne peut être défini hors de l'expérience sensible elle-même.

Or, c'est là une pensée étrangement obscure. Ma représentation n'est pas un empire aux frontières exactement tracées, au delà desquelles nous trouverions un néant métaphysique. Comment croire que l'expérience, en tant que sensible, n'existe que dans la zone étroite où j'en prends conscience? Ne dois-je pas admettre plutôt qu'elle se prolonge indéfiniment, en une existence virtuelle? Il le semble, et à cette réalité correspondraient un espace et un temps réels eux aussi en tant que sensibles. Mais le virtuel est indéfini, car il comprend l'ensemble des perceptions que j'éprouverai ou que j'ai éprouvées consciemment, et qui sont, en quelque manière, associées et consubstantielles à ma perception présente; il comprend aussi l'ensemble des perceptions obscures en lesquelles se dégrade celle-ci; il comprend celui des autres esprits et de leurs expériences; il comprend peut-être enfin, celui des expériences qui ne se réalisent en nulle âme particulière, qui ne s'actualisent en aucun devenir individuel, qui restent à l'état de purs possibles. Comment en comprendre la coexistence?

Sans doute, nous pouvons étudier l'aspect spatial et temporel de l'expérience, abstraction faite de toute hypothèse sur la nature du monde sensible. Mais quand nous passerons aux notions d'espace et de temps objectifs, il nous faudra chercher dans quelle mesure elles doivent refléter les caractères des notions sensibles, et par là même comprendre l'enchaînement de l'expérience intuitive et du réel. Préciser, à l'occasion des idées d'espace et de temps, la solidarité du sensible, de l'abstrait et du réel, tel est le dessein de ce travail, dont nous ne nous cachons pas la difficulté.

Voici la seconde remarque : certains admettent que les idées d'espace et de temps sensibles sont simples et clairement représentées à l'esprit, au moins localement. On reconnaît ici l'hypothèse fondamentale du nativisme, qu'il prenne une forme a priori et métaphysique comme chez Kant, ou qu'il se présente comme une doctrine purement psychologique, comme chez Jean Muller ou Hering. Il ne s'agit alors que de savoir pourquoi, par quelles sensations ou quel concours de sensations ces idées sont éveillées, évoquées en nous. Spencer ne pose pas au fond le problème en des termes très différents, car l'espace n'est pas à ses yeux la simple idée abstraite d'un retour possible des perceptions, mais celle d'un milieu de coexistence le rendant tel. M. Bergson lui-même considère, semble-t-il, la spatialité comme une forme bien définie, où le devenir vient en quelque sorte mourir et se disperser, objet naturel de la mesure et de la géométrie.

Mais si, comme on l'admet plus généralement, et comme nous l'admettrons désormais, l'espace et le temps sensibles sont des ouvrages complexes de l'esprit, comment nous les représenter? L'expérience que nous

en avons ne cristallise que partiellement en une perception définie et consciente; ils sont tissés de sensations obscures, de sentiments, de croyances, d'instincts mêmes, pourrions-nous dire, qui dirigent notre action spatio-temporelle; de même que la géométrie ne s'applique qu'à l'ensemble de l'espace, des corps solides et de leur mouvement, ainsi notre connaissance intuitive de l'espace et du temps ne se sépare pas de celle des activités, des conduites spatio-temporelles, pour user de l'expression familière à M. Pierre Janet, que la raison de celles-ci s'explicite en croyances précises, ou qu'elle demeure obscure et comme instinctive. Mais où nous arrêter en cette voie? Nous ne saurions décrire toute notre activité, sous prétexte qu'étant spatiale, elle nous dépeint en quelque manière l'espace. Nous serons donc, obligés de centrer notre exposé autour de l'intuition brute de l'espace et du temps, quitte à indiquer, en toute occasion, comment elle se prolonge insensiblement en une connaissance émotive ou instinctive. De même que l'espace et le temps sensibles ne se séparent que par artifice de leur prolongement objectif et métaphysique, ainsi la perception directe qui nous les donne n'est isolée que par abstraction de toute l'expérience consciente ou inconsciente qui s'y rapporte.

SECTION I

CHAPITRE I

Intériorité et extériorité le moi et le monde sensible

§ 1. — *Position du problème. Un texte de Kant.*

Quand on considère l'espace et le temps non comme des natures objectives, mais comme des formes de l'expérience intuitive, on peut être tenté de les associer à une distinction que le sens commun juge fondamentale et parfaitement claire : celle du donné extérieur et objectif et du donné intérieur et subjectif. Ne disons-nous pas souvent que l'esprit, que le moi sont étrangers à l'espace, et qu'ils sont purement temporels ? Kant lui-même semble l'avoir reconnu, quelque symétrie qu'il établisse par ailleurs entre espace et temps, et il a défini en des pages célèbres le premier comme la forme de l'extériorité, le second comme celle de l'intériorité. Nous sera-t-il permis de citer ici quelques textes :

« Au moyen de cette propriété de notre esprit qui, est le sens
» extérieur, nous nous représentons des objets comme étant hors de
» nous et placés dans l'espace. C'est là que leur figure, leur grandeur
» et leurs rapports réciproques sont déterminés ou déterminables. Le
» sens intime, au moyen duquel l'esprit se perçoit intuitivement ou
» perçoit son état intérieur, ne nous donne sans doute aucune intuition
» de l'âme elle-même comme objet; mais il faut admettre ici une forme
» déterminée, qui seule rend possible l'intuition de son état interne, et
» d'après laquelle tout ce qui appartient à ses déterminations internes
» est représenté suivant des rapports de temps. Le temps ne peut pas
» être perçu extérieurement, pas plus que l'espace ne peut l'être comme
» quelque chose en nous (1).

» L'espace n'est autre chose que la forme de tous les phénomènes
» des sens extérieurs, c'est-à-dire la seule condition subjective de la
» sensibilité sous laquelle soit possible pour nous une intuition exté-
» rieure (2).

(1) *Critique de la raison pure*. Esthétique transcendantale. Section I, § 2.

(2) *Ibid.*, § 6. B.

» Le temps n'est autre chose que la forme du sens interne, c'est-à-dire
 » de l'intuition de nous-mêmes et de notre état intérieur. En effet, il ne
 » peut être une détermination des phénomènes extérieurs, il n'appartient
 » ni à une figure, ni à une position, etc.; mais il détermine le rapport
 » des représentations dans notre état intérieur. Et, précisément, parce
 » que cette intuition intérieure ne fournit aucune figure, nous cherchons
 » à réparer ce défaut par l'analogie; nous représentons la suite du temps
 » par une ligne qui s'étend à l'infini et dont les diverses parties cons-
 » tituent une série qui n'a qu'une dimension, et nous concluons des
 » propriétés de cette ligne à celle du temps avec cette seule exception
 » que les parties de la première sont simultanées, tandis que celles du
 » second sont toujours successives. On voit aussi par là que la représen-
 » tation du temps lui-même est une intuition, puisque toutes ses relations
 » peuvent être exprimées par une intuition extérieure » (1).

Sans doute, il y a là quelque paradoxe, car nous parlons habituel-
 lement du temps des phénomènes comme de celui de notre âme; et c'est
 une étrange pensée d'attribuer l'espace seul au monde extérieur. La
 doctrine de Kant est d'ailleurs singulièrement obscure, en ce qui touche
 la notion d'intériorité. Le temps est le principe de l'unité subjective du
 moi, comme le cogito est le principe de son unité objective (2). Mais
 Kant n'a jamais clairement expliqué ce que c'était que le moi, opposé
 au monde extérieur. Les phénomènes, en tant que détermination de
 l'esprit, appartiennent au monde intérieur, et c'est pourquoi, dans le
 passage qui suit immédiatement celui que nous avons cité, il est dit que
 « le temps est la condition formelle a priori de tous les phénomènes en
 général ». Et l'on peut presque se demander si le monde intérieur n'est
 pas précisément constitué par l'ensemble des phénomènes, dans la
 mesure où ils sont soumis au temps et considérés en lui.

Il y a là, en tout cas, quelque chose de très profond, et au moins
 l'indication d'un problème. M. Bergson a mis en œuvre, de nos jours,
 une distinction de même nature, non pas en réservant à l'âme seule la
 forme temporelle, mais en distinguant un temps des choses, qui n'est
 qu'une coordination des mesures matérielles, qu'un ordre de coïnci-
 dences, qu'une transposition abstraite de faits d'espace, et une durée
 propre au moi, qui en est la substance, et qui est perçue intuitivement
 comme telle, si bien qu'ici encore l'espace est bien la forme caracté-
 ristique du monde extérieur, la durée étant la forme la plus profonde
 du monde intérieur. Ainsi la division de l'espace et du temps correspon-
 drait à celle de deux ordres inégalement primitifs et profonds d'expé-
 rience, qui sont aussi, parallèlement, ceux de la mesure et de l'intensité
 pure, de la quantité et de la qualité. Nous ne discuterons pas dans leur
 ensemble ces pensées de M. Bergson. On sait quelles vues profondes et
 neuves il a introduites dans cet inextricable problème de l'âme et des
 corps, du moi et des choses. Dans la troisième partie de l'Evolution
 créatrice, qui est un admirable mythe philosophique, il a essayé de
 décrire la séparation de cette double nature, de l'esprit et de la matière,
 sans y être pourtant, à ce qu'il semble, tout à fait parvenu. Nous pren-
 drons parti, plus loin, sur la connaissance intuitive de la durée. Pour

(1) *Ibid.*, § 6. B.

(2) Cf. *Analytique transcendantale*, § 18.

l'instant, nous devons préciser les domaines soumis à l'espace et au temps, et tâcher de définir la différence du monde intérieur et du monde extérieur.

§ 2. — *Le moi phénoménal ne se sépare pas du monde sensible.*

Je sens et je perçois, j'imagine et je me souviens, je me réjouis et je souffre, je m'inquiète et j'espère, je me forge des idées et des raisons, j'agis et je comprends. Ce sont là des états d'âme, dont le sens commun dit qu'ils sont immatériels, et par là étrangers à l'espace. Mais le monde sensible est dans l'espace et perçu en lui, entendant ici non l'espace objectif où se meuvent des atomes, où se propage cet événement abstrait que j'appelle lumière ou champ électromagnétique, mais celui dont nous parlons couramment, où sont logés les objets. Or, ce monde extérieur n'est autre que ma perception, c'est-à-dire qu'un état de conscience. Il faut donc dire, semble-t-il, que la pensée même est spatiale, au moins dans un certain domaine. Que croire sur ce point? Pouvons-nous définir l'esprit connaissant de telle manière qu'il échappe tout entier à l'espace, celui-ci constituant une demeure séparée des choses, ou devons-nous distinguer en lui, par une étrange dualité, un élément spatial, par lequel il participe de la vie des choses extérieures, et un élément purement temporel, fait de certaines de nos pensées et de nos affections, par où il s'évade d'une existence ambiguë et mêlée de matière, et se replie en une existence uniquement intérieure?

C'est bien ainsi que l'homme raisonne spontanément, lorsqu'il prend pour type de la spiritualité les états les plus faibles du souvenir et de l'imagination, et qu'il essaie ensuite, devant le paradoxe de la perception, de la raccorder au monde purement matériel. Mais cette pensée est presque aussi grossière que celle qui fait de l'âme un petit homme logé dans le cœur.

Je veux donc, un moment, considérer ce que je suis, et où est ma demeure.

La plus simple des perceptions comporte des détails extérieurs les uns aux autres, mais je ne puis dire qu'elle me représente le monde hors de moi-même. Car je ne suis rien, en cet instant, hors ce ciel et cette mer également pâles, et si mêlés que nul ne peut dire si cette ligne à peine plus foncée est le profil d'un nuage ou la côte opposée que je sais être devant moi. Et que suis-je encore, si je ne suis ce souffle de vent, si chargé d'humidité et d'ennui, dont le corps et l'âme sont pénétrés, si bien que je ne puis démêler à quelles frontières finit ce qui est des choses et commence ce qui est de moi. Ne suis-je pas dans ce rongement acharné des falaises par la mer, dans cette indignation et ce murmure de l'eau que rien ne lasse, dans son labeur absurde, et toujours déçu, et toujours obstiné? Quand la brume se dissipe un instant, il semble que la surface de l'eau scintille, qu'un espace du ciel s'éclaire; mais cet éclat d'un moment est lui-même ambigu, est-il des choses, ou n'est-ce que le reflet sensible d'un instant de joie intérieure? D'ailleurs, puis-je dire que cette joie soit en moi, et non attachée à la surface des choses, ou n'est-ce qu'une manière de langage? C'est plutôt ceci, à ce qu'il semble. Elle vole

par-dessus, et ce que j'appelle mon âme n'est pas pour elle un lieu durable; toutes nos émotions sont éparses dans la lumière des choses visibles, et il n'est pas plus vrai de les loger tout entières en l'âme que de le faire des objets sensibles, et des perceptions qui s'y rapportent.

Ainsi, je ne puis distinguer dans le monde des objets sensibles ce qui est de moi ou m'est étranger. D'ailleurs, quel est ce moi auquel je voudrais attribuer tels ou tels éléments de la représentation? Est-ce un être qui soit représenté individuellement entre les choses? Est-ce une loi d'organisation, insensible en tant que telle, mais qui nous apparaît après coup comme un postulat inévitable?

Si je considère ma pensée hors du temps, dans sa multiplicité d'un instant, aucun domaine n'est propre au moi. Dirai-je que c'est ce corps dont l'image m'est toujours présente? Ainsi, suivant Spinoza, l'âme n'est rien que l'idée d'un certain corps existant en acte. Mais rien dans ce corps n'est proprement à nous, rien n'est d'une autre nature que celle des corps extérieurs. Je l'ai connu avec les autres, j'en ai mesuré le contour et la forme comme ceux des objets matériels qui m'entourent. Et maintenant, il m'apparaît, mêlé à eux, et sur le même plan de réalité et de possession. Qu'il soit une image, ou un objet, ni mes sens, ni ma raison ne peuvent le séparer du reste de la création, lui faire une retraite spéciale, un lieu de repli pour lui-même. Il n'a pas de frontière capable de le limiter. Il est visible au milieu des choses visibles, tangible au milieu des choses tangibles, et, si nous le considérons plus théoriquement, il est un assemblage de molécules en échange perpétuel avec le reste du monde physique.

Ainsi tout ce monde des perceptions et des corps est, en chacune de ses parties, également proche du moi, et également lointain; car le moi s'est, en lui, exercé, dispersé et perdu; cette nature, si nous laissons le langage et les croyances vulgaires, est également nôtre, et nous est également étrangère, elle est d'une seule source, et le moi n'y a point de demeure qui lui soit propre. A ce moment nous comprenons dans toute sa profondeur cette parole que cite La Vallée-Poussin dans son livre sur la morale bouddhique : « On dit que Devadatta connaît ou souffre parce que la connaissance ou douleur se produit en lui, comme on dit que la forêt fleurit, parce que des fleurs se produisent sur les arbres ».

Mais n'est-il pas, dans notre conscience, dans cette vie mentale tantôt chargée de lumière et tantôt obscure, d'autres plans de réalité, d'autres événements qui sont notre partage vrai? Cet univers animé et souvent douloureux de nos émotions, ce peuple bizarre et déraisonnable de nos rêves et de nos souvenirs, toutes ces créatures imaginaires qui se jouent en nous, ou nous poursuivent de leurs figures acharnées, ne sont-ils pas quelque chose de plus profondément nôtre, quelque chose que nous ne sommes pas contraints de partager avec une nature extérieure, et en lesquelles nous prenons contact avec notre nature intérieure? S'il en est ainsi, nous pouvons essayer de voir dans quelle mesure ce moi est étranger à l'espace, et comment, appliqué à lui seul, le temps reprend sa véritable essence.

Mais il n'en est pas ainsi, et non seulement en aucune partie de la perception, mais en aucune figure de la vie mentale, nous ne sommes

arrachés aux formes de l'extériorité et du monde objectif et rendus à nous-mêmes. Quelle que soit notre méthode, que nous partions de l'âme, distinguée du corps, pour dire son lien particulier à l'espace et au temps, ou que nous tentions de la définir justement par ce qu'elle a de non spatial, nous échouons à lui fixer des limites particulières, et même à concevoir ce que signifie la frontière du moi et du non moi.

Je veux me considérer maintenant un moment, moi qui réfléchis, assis dans ce fauteuil, et les mains jointes, dans un grand silence, et voir ce que je puis réclamer pour moi. Non ce ciel, assurément, ni ces toits où les ardoises s'accrochent, ni cet arbre au feuillage incertain, ni même ce corps tangible, ces mains qui ont une forme, un poids comme si elles étaient d'un autre. Mais cette chaude pression de mes doigts enlacés, ou cette lourdeur de mes bras appuyés sur les bras du fauteuil, cela n'est-il pas hors de l'espace, et vraiment intérieur ? Et cette humidité du ciel m'est aussi une douceur qui entre en moi, et s'étend, comme la brume dans une vallée, en un regret sensible de l'été, en un sentiment du cours irréparable de l'année, en un reproche silencieux. Dans cette substitution imperceptible des sentiments aux objets, ne suis-je pas en train de me regagner à moi-même, et ne quitté-je pas les choses pour retrouver mon âme secrète ?

Il le semble, et pourtant cet espoir est vain.

Assurément, souffrances et joies, enthousiasmes et regrets, élans de confiance et amitiés déçues, toutes ces choses semblent hors du lieu et de simples nuances de notre âme. Mais que voulons-nous dire au juste ? Uniquement ceci : elles ne sont pas des choses maniables, elles ne correspondent pas à des objets que nous puissions fabriquer ou détruire, placer ici ou là, comme nous faisons des corps solides. Mais gardons-nous de voir là un signe tout à fait extraordinaire, et la marque d'un règne particulier. En vérité, les émotions, les affections humaines sont aussi objectives, aussi extérieures, aussi matérielles que les images que nous nommons représentatives, et elles ne forment avec celles-ci qu'un seul univers. Dirai-je que l'ombre portée par les corps ou que l'arc-en-ciel ne sont pas des choses objectives et spatiales, parce que je ne puis les étreindre de mes mains, et agir sur eux directement ? Les exclurai-je de cette nature matérielle qui m'entoure ? Assurément non. Or, il n'est rien en mes affections qui soit plus radicalement détaché de la matière. Ce tressaillement de l'âme dans l'inquiétude, cette lourdeur des migraines, avec le creusement douloureux de la tête, l'assoupissement et sa douceur où se mêle toujours un peu d'angoisse, quand nous nous abandonnons au sommeil, sans être sûrs de renaître autrement que par une attente vulgaire, je ne les touche ni ne les meus directement, et je ne puis marcher vers eux. Mais puis-je marcher vers mon ombre ou vers l'arc-en-ciel, puis-je même marcher vers un astre ? Ils sont dans la nature, objectivement, liés à telles ou telles images, et insaisissables comme sont mille choses que je reconnais cependant pour être du monde extérieur.

Parmi ces émotions, il en est naturellement qui prennent corps hors de nous, et auxquelles nous pouvons donner un lieu comme à un objet tangible. Car le soleil est douloureux au regard, comme il est clair, ou circulaire, ou comme il est un corps. Et de même l'air étouffe comme il est immobile ou chaud. Tout ce qui existe pour nous existe comme

image, et, dans ces images, des qualités et des nuances diverses sont inscrites, mais elles n'ont qu'une même sorte de réalité. Et de même que certaines représentations ne correspondent à rien de solide, mais à des excitations de nos organes, sans que pourtant il y ait, en tant que figures sensibles, aucune différence avec les images ordinaires des objets, ainsi nos émotions les plus humaines ne font jamais que nous décrire un certain état du corps, ou des corps, car qui dira la frontière du nôtre? Et s'il en est ainsi de la crainte, ou de l'indignation, ou du désir, qui ne conviendra que les nuances les plus légères de notre sensibilité, que tout ce qu'il y a d'affectif dans nos sentiments, n'est qu'une peinture de notre corps? Et même ces émotions intellectuelles, le doute, l'attente, la confiance ne nous représentent rien de plus profond, et de plus intérieur.

Considérons donc comme illusoire la théorie suivant laquelle les représentations sont objectives et les affections subjectives, les unes correspondant à des corps, les autres demeurant de simples états d'âme, les unes ayant un lieu, les autres n'étant que des scintillements temporels de notre moi. Seule une réflexion imparfaite et vulgaire nous fait admettre cette distinction. Le sens commun va plus au fond des choses, quand il traite toutes les données mentales comme si elles étaient du même ordre et, foncièrement, de même nature, quand il les traite comme correspondant à des objets.

Il est vrai que nous pouvons donner au mot objectif un sens plus profond. Une représentation mentale serait objective si elle avait un homologue spécifique dans les données qui définissent le monde abstrait du savant, le monde de la physique théorique. Seules en effet, celles qui correspondent à des éléments ayant place dans l'espace du physicien peuvent être dites elles-mêmes objectives et localisées. Or, qui songera à attribuer aux événements abstraits des qualités affectives, comme d'être pénibles ou réconfortants, anxieux ou délibérés? N'avons-nous pas là une règle indirecte pour dire ce qui est purement subjectif?

Mais il faut craindre, ici encore, d'être dupes d'une illusion, car de ce monde théorique toutes les qualités que nous considérons d'ordinaire comme représentatives et objectives sont également exclues. La couleur, la continuité visible, n'y figurent que par des corrélatifs lointains et allégoriques. Et nous essaierons justement de montrer, dans la troisième partie de ce livre, que cet univers sans figure du physicien ne nous définit pas la réalité objective, sous-jacente à la sensation, mais un simple schéma intellectuel. Aucune sensation, contrairement à l'illusion cartésienne, ne nous approche jamais de l'objectif, ne nous révèle la nature profonde des choses, mais toutes se jouent à la surface du monde, comme la lumière sur celle d'une rivière. Le monde physique est un monde de causes allégoriques, qui ne sont pas enveloppées dans leur reflet, et ne l'enveloppent pas.

Aucune de nos perceptions n'est réelle absolument parlant, et ne nous donne le monde extérieur, aucune ne nous donne les rapports d'espace absolu. Mais, si nous parlons de l'espace sensible, rien n'en est préjugé par les considérations tirées du monde abstrait de la science, et toutes nos sensations y ont leur place. L'espace et le temps en sont des formes communes et générales, et cet espace n'est pas hors du moi, mais coextensif à lui.

Est-ce là tout, et faut-il renoncer à atteindre ce domaine véritable de éprouvée comme telle?

L'âme, n'est-elle aucune espèce de chose, ne peut-elle jamais être

Il reste encore tout ce monde confus d'images et de rêves, qui viennent comme des fantômes, se mêler aux perceptions plus vives. A côté des bruits du monde extérieur, il reste cette voix intérieure qui d'abord semble hors de tout lieu; à côté des corps visibles et qui peuvent être touchés, les pensées imaginaires, dont nous ne savons si elles sont des souvenirs ou des pressentiments, des espérances ou des regrets. Ne trouverons-nous pas là, du moins, notre esprit figuré ?

En vérité, ce serait une chose admirable, que nous puissions discerner en profondeur ce moi, qui nous échappe dans l'étendue de la représentation, et qu'il y eût des signes distinctifs pour marquer les êtres purement subjectifs et les perceptions objectives, et qu'ainsi le règne du moi pût être isolé. Le moi se disperserait ainsi dans le présent et se confondrait avec les choses. Mais, dans le passé, il se regrouperait, en recouvrant sa vraie nature, il s'affranchirait de l'espace, et redeviendrait pure durée. Au fond, ceci ne veut pas dire grand chose, car nous montrerons que l'homme n'a pas de contact direct avec son passé. Celui-ci est une idée reconstruite pour donner un sens aux données fugitives qui le représentent dans la conscience présente. Qui dira d'ailleurs la limite et la différence de l'imaginaire et du réel, en nos pensées? Car nos souvenirs se glissent dans les perceptions les plus vives, pour les déformer et les compléter, parfois pour les dénaturer. Même lorsqu'ils sont individualisés, il n'y a pas en eux la marque irréfutable de leur origine et de leur nature. Il doit en être ainsi, puisque souvent nous les confondons avec des perceptions et que seul le désaccord extrinsèque avec d'autres perceptions nous permet de reconnaître en eux des ombres au lieu de corps réels. Notre parole intérieure est sur le même plan d'expérience que celle des autres hommes, quand ils la communiquent à haute voix. Tout ce qui entre dans notre conscience le fait avec le même prestige, avec la même vie réelle, mais de pure surface; de pur phénomène, comme les ombres portées par les corps sont aussi véritables qu'eux, et aussi véritablement dans la nature matérielle.

Comment appartiendraient-elles donc au moi par privilège, comment seraient-elles ce moi? Sans doute, par leur fragilité même, elles sont un thème de réflexion, une occasion d'organiser notre expérience suivant les concepts et les causes. Mais elles ne peuvent rien donner de sa substance, ni définir un monde intérieur. Dès que le souvenir entre dans la conscience, et qu'il est revécu, il prend place parmi les objets extérieurs, et par là même s'étend dans leur espace. Il se mêle à eux, les complète ou les masque. Il s'épanouit dans le monde des choses. Quant à savoir ce qu'il est avant d'être repris par la conscience, nous ne pouvons le faire que par des mots et symboliquement, c'est-à-dire que nous pouvons en parler raisonnablement et par abstraction, sans en rien connaître par intuition. Et c'est en cela que consiste le miracle de la pensée humaine, qui traite utilement et profondément par son discours et sa logique de choses dont elle n'a pas d'idée, et comme si elle en avait une. Mais notre intention n'est pas ici d'approfondir la connaissance propre à l'homme et de montrer notre sagesse aussi aveugle que nos

instincts, elle est seulement de dire du moi ce qui est nécessaire afin de comprendre ces mots si souvent appliqués en propre à l'espace et au temps : intériorité et extériorité.

Nous voyons maintenant combien est vaine la distinction d'un monde intérieur et extérieur. La loi de la conscience est de nous représenter dispersés dans un monde aux mille figures. Le moi en tant qu'objet n'est pas séparable de ce monde, pris en sa totalité. Il n'est, hors de lui, aucune chose connaissable, il n'a en lui aucune demeure particulière. Il ne nous apparaît pas hors de ce monde qu'il a créé, mais il lui est coextensif, étant prisonnier de son propre ouvrage. Notre conscience n'est rien qu'un paysage d'images matérielles, inégalement durables, diversement assemblées en des systèmes plus ou moins rigides, et c'est en ce dénombrement du monde sensible pris dans son unité que consiste tout ce qui peut être dans le moi objet de conscience directe. Et si nous considérons que toute image définit un certain être objectif, et un corps, nous pouvons dire, transformant une parole célèbre de Spinoza, que l'âme n'est rien que l'idée de certains corps existant en acte.

Mais le moi n'est-il pas l'ordre et le sens de la représentation, ne se révèle-t-il pas à nous dans le lien temporel de l'expérience, et dans son unité intellectuelle? Il est vrai. Cette unité commence aux formes les plus simples de la perception et de la mémoire. Par elles, nous sentons tout d'abord la continuité de l'expérience, ce qu'il y a de foncièrement stable, d'inchangé, dans l'altération des choses. Mais ce sentiment s'étend bientôt et s'approfondit; dans l'enchaînement brut du devenir, nous apercevons le jeu des lois, des intentions et des fins, la nature se tisse de causalité et de finalité, son mouvement devient acheminement, son unité sensible et matérielle s'achève en unité rationnelle et idéale.

Or, tandis que ma représentation s'unifie, et qu'elle acquiert sa signification intellectuelle, ne suis-je pas révélé à moi-même comme sujet réfléchissant? et si l'expérience purement sensible ne s'analyse pas spontanément en un sujet et un objet connu, n'en est-il pas autrement de la réflexion, et ne puis-je en ce cas au moins approfondir le « cogito »? L'être, disait E. Boutroux, critiquant la doctrine de Kant, est en nous; c'est en nous qu'il faut l'appréhender. Nous arracherons-nous cette fois au monde des corps où l'être sensible est dispersé? Atteindrons-nous le moi hors de toute demeure spatiale?

S'il en était ainsi, il faudrait, puisque toutes les formes de l'expérience s'enchaînent et se pénètrent, que par un de ses termes l'expérience se perdît dans le monde matériel, y ensevelissant l'esprit, et que par l'autre, en des œuvres indéfiniment plus abstraites, elle devint purement spirituelle, et qu'elle nous révélât d'un côté les choses, et de l'autre le moi. Et c'est bien ainsi que l'entendent toutes les dialectiques, depuis celle de Platon jusqu'à celle, si différente, qu'a instituée M. Bergson.

Or, l'intention nous semble vaine : l'esprit ne peut être connu que dans son œuvre, dans son acte, non comme cause ou comme puissance. Par là même, il est perdu dans le monde des images, il est dévoué à son ouvrage, et ne peut s'en affranchir; nous ne pouvons séparer la lumière de l'objet qu'elle éclaire.

La chose est manifeste dès le plus simple de ces sentiments qui font l'unité de l'expérience, celui par lequel nous reconnaissons l'identité d'une image à travers le temps ou l'espace, qu'elle soit spécifique ou numérique. Cette identité ne va pas de nous aux choses, comme Empédocle veut qu'un feu jailli de la prunelle rencontre celui qui naît des objets; elle est d'emblée achevée en elles, elle y est fixée, comme le rouge du soleil l'est en son disque. L'arbre reconnaît l'arbre, et le ciel reconnaît le ciel, étant en nous, et nous en eux, car il n'y a pas ici d'empire dans un empire, et nos sentiments intellectuels sont inscrits sur la face des choses, non dans la demeure illusoire du moi. Ils adhèrent aux objets comme leur forme, leur grandeur, leur couleur ou leur poids, et participent ainsi de leur spatialité.

Il est vrai qu'ils semblent s'en détacher quand nous les formulons en jugements. Mais en quel sens ceux-ci sont-ils nôtres? Ce sont des formules sonores, images des expressions visuelles, c'est un discours de nous-mêmes à nous-mêmes, qui ne nous appartient pas plus foncièrement que le discours de nos semblables; suite d'images sensibles au milieu de la nature sensible : si notre corps n'est pas plus proche de nous que les autres corps, nos paroles nous sont aussi étrangères que celles qu'un autre prononce. Or, que serait un jugement hors de sa figuration sensible? Et quand nous disons : « c'est nous qui pensons, qui raisonnons », ces mots signifient : « c'est notre corps qui parle, qui écrit », et il n'y a là rien qui nous permette d'opposer le moi aux choses, l'intérieur à l'extérieur.

Il est vrai que ces formules nous sont intelligibles; elles nous sont familières, nous en jugeons le maniement correct, nous y adhérons. La croyance n'est-elle pas le signe de notre intervention personnelle, et un élan de nous-mêmes vers l'idée? Cette manière de voir s'accorderait assez bien à la doctrine de Descartes, et l'on pourrait concevoir, dans cette dualité de l'entendement et de la volonté, que le premier représentât les idées, dans leur figure matérielle et impersonnelle, la seconde marquant dans la croyance le signe de l'être intérieur. Mais cela est une rêverie. Un discours nous semble familier, raisonnable comme il nous semble harmonieux, long ou véhément, et rien de nous-même n'est dépeint dans ces qualités qui lui sont adhérentes. Quant à l'assentiment, c'est un état ambigu; loin d'être une donnée immédiate de la conscience, ils se résout en une sorte d'émotion intellectuelle, qui ne nous représente elle-même qu'un certain état corporel, ou en un commentaire verbal, que nous prenons en quelque sorte à témoin d'une croyance insaisissable en elle-même. Nous parlons pour nous prouver notre adhésion à l'idée, mais cette parole elle-même doit être crue, et nous remontons ainsi d'assertion en assertion, incapables de sentir, à aucun moment, ce qui est l'assentiment intrinsèque, direct. Nous invoquons notre voix, comme nous ferions de celle des autres hommes. Mais qui dira si la caution elle-même est solvable ?

La croyance n'est donc rien de spécifique, et par là même ne nous révèle rien du moi. Tout ce qui est en elle objet d'expérience, c'est le mouvement du discours, enchaîné à celui de nos émotions; c'est pourquoi nous ne pouvons dire que nous avons vraiment cru à une idée, si nous ne l'avons mise en œuvre, et comme pratiquée. Encore ce critérium est-il très imparfait.

Nous pourrions entreprendre une critique analogue pour tous les sentiments intellectuels, et montrer que rien ne nous est dépeint en eux si ce n'est un ensemble d'images et de sensations corporelles; que la pensée la plus abstraite se joue dans le monde des corps, avec des actions matérielles. Il faut en effet, croyons-nous, pousser à ses conséquences extrêmes la thèse que James a défendue touchant les émotions, l'étendre à toute la vie mentale, et dire que toute expérience donnée en nous porte sur un monde de figures sensibles, matérielles, spatiales; ces figures peuvent être faibles ou intenses, confuses ou distinctes, fugitives ou durables, mais il n'y a qu'un type de phénomènes, et cette unité est la loi la plus profonde de la conscience. Nous pouvons imaginer diverses origines, diverses significations, mais rien de tel n'est inscrit dans l'expérience concrète que nous avons du monde et de nous-mêmes : quand nous imaginons divers degrés de conscience, menant enfin à une autre vie tout à fait secrète de l'esprit, c'est par une convention hardie, car l'expérience nous dit seulement qu'il y a des images obscures et instables; le souvenir ne diffère de la perception que par une certaine confusion, une ténuité qui ne sont pas vraiment caractéristiques. Cette unité d'aspect de l'expérience est d'ailleurs la condition nécessaire pour que les diverses données puissent interagir et se mêler.

C'est pourquoi les cartésiens, voulant représenter l'esprit comme l'objet d'une expérience immédiate, étaient conduits inévitablement à affirmer l'exakte correspondance de l'esprit et du monde matériel, et c'est pourquoi Spinoza devait voir dans l'âme humaine l'idée d'un certain corps existant en acte. Mais c'est par une restriction arbitraire qu'il a particularisé étrangement ce corps; nous devons dire que l'esprit, en tant qu'il est l'objet d'une expérience directe, n'est rien d'autre qu'un système d'images corporelles, il n'est connu que dans le monde des corps.

C'est ainsi que le sujet réfléchissant ne peut apparaître hors de ses pensées. Il est tout entier en elles, et dans leur ordre, perçu comme fait empirique. Tout ce qui est connu est dans le plan de l'objet. Notre être individuel nous est obstinément caché, il est dispersé dans cette création, faite de formes matérielles. Et c'est pourquoi, quand nous examinons les états d'âme qui nous semblent exprimer le plus fortement notre vie individuelle, jugements ou affections, et quand, par l'analyse, nous défaisons cet enchaînement de nos perceptions, ces douleurs ou ces joies intenses, qui détruisent tout ce qui est autour d'elles, et qui, rendant déserte notre conscience, lui créent une unité brusque, violente et peu durable, nous les sentons devenir extérieurs à nous : le signe de notre emprise personnelle, cet éclaircissement des images par une lumière venue de l'intérieur perd sa nature et s'efface, et les images n'apparaissent plus qu'à leur propre clarté.

S'il en est ainsi, l'espace est la forme de toute expérience; à chaque nuance d'objectivité correspondra une nuance de spatialité; mais entre ces nuances existera une homogénéité foncière, elles seront comme applicables les unes sur les autres, de même que le souvenir et le rêve s'insèrent dans la perception normale. Il nous suffira donc d'étudier la figure la plus précise et la plus claire, et de nous attacher maintenant à la perception.

§ 3. — *Remarque complémentaire sur le rôle du corps et la définition du moi.*

Les remarques précédentes suffiraient à notre dessein, qui est de délimiter le règne de la spatialité. Nous permettra-t-on cependant de les compléter brièvement, afin d'éviter quelques méprises? Qu'est-ce donc, en tant qu'objet d'expérience, que le moi, puisqu'il n'est pas l'élément non spatial et proprement temporel, ni l'élément le plus faible, le plus irréal de la représentation?

C'est tout d'abord l'expérience elle-même en tant que toutes les parties en sont jugées également réelles, en tant que nous négligeons les associations virtuelles d'images qui définiront les objets solides. Ces diverses parties de la représentation peuvent s'unir plus étroitement encore dans leur prolongement temporel, dans la mesure où nous les considérons comme formant une seule tradition, et une seule ligne de causalité. Mais ce dernier point fait déjà allusion à une autre idée du moi.

C'est en second lieu l'expérience en tant qu'elle est liée à la présence d'un certain corps avec lequel elle symbolise, s'il est permis d'emprunter à la Monadologie une expression célèbre. Mais comprenons bien ce lien.

Tout d'abord, dans notre représentation persévère une image souvent mutilée et confuse, qui est la figure visible et tangible de notre corps. Mais pour être plus familière, elle n'est pas plus vraiment nôtre.

En second lieu, cette image joue un rôle privilégié, en ceci qu'elle détermine, dans ce que nous appelons percevoir, l'ensemble de la représentation, et qu'elle est déterminée par lui dans ce que nous appelons agir ou réagir. Nous pouvons essayer, par images, de faire comprendre ce que signifie l'influence du corps sur l'esprit, et le parallélisme. Et sans doute une image n'explique rien, mais nous tâcherons de montrer au cours de ce livre que nous ne comprenons rien que par ce procédé inférieur, et l'histoire de la philosophie nous montre que l'essentiel de toutes les doctrines se résume en quelques allégories, dès qu'elles dépassent le pur jeu des mots abstraits.

Du point de vue du sujet isolé, nous comparerons le corps à un miroir que la vue nous représente, en même temps qu'en lui, le reflet des choses extérieures. L'un détermine l'autre, encore que, dans la perception comme dans la réalité, il n'en soit qu'un fragment. Si le miroir est brisé, toute image se détruit avec lui, et si la lumière extérieure s'éteint, lui-même cesse d'être visible. Le parallélisme est ici une doctrine cohérente; l'épiphénoménisme une doctrine absurde. L'intérieur d'un cercle peut correspondre par une transformation analytique à l'intérieur d'une figure beaucoup plus grande: nul ne songe à dire que celle-ci est contenue dans celui-là. Ce n'est ici qu'une comparaison, qui ne prétend pas rendre compte des choses. Mais elle est assez suggestive. Elle nous incline à croire que le monde réel, s'il est de nature matérielle, est d'un type différent du monde sensible, il n'est pas seulement disposé autrement, il a d'autres dimensions; que s'il est possible d'admettre une équivalence exacte de l'âme et du corps, il ne s'agit pas du corps tel que nous pouvons nous le représenter, et qui, par définition est un fragment du sensible et de l'esprit, qui la détermine tout au plus comme une courbe détermine ses

tangentes, mais d'un corps réel, dont l'autre n'est que la frontière spatio-temporelle.

Du point de vue de l'ensemble des esprits, la chose est un peu différente. Celui qui adopte la thèse paralléliste compare alors deux objets de nature différente : d'un côté une partie de sa représentation de l'univers, qui est le corps de l'un de ses semblables, de l'autre la description que celui-ci fait de sa propre représentation, étrangère, incommunicable directement à la précédente. Il n'y a rien de contradictoire à affirmer par anticipation que tout détail de la première image correspond à un détail de la seconde représentation prise dans son ensemble. C'est une question de fait.

Il arrive, à vrai dire, que nous opposions le phénomène corporel, pris objectivement, à la perception. Mais cette objectivité matérielle n'a de sens vrai, ne signifie une expérience que dans la mesure où elle désigne les représentations de nos semblables, et nos représentations virtuelles. Dans la mesure où il y a là plus qu'une expression symbolique, le monde physique est d'une autre nature que le monde sensible, il n'a pas les mêmes dimensions (1).

Usons donc ici d'une autre analogie. L'expérience sensible de chacun de nous est semblable à l'image qui apparaît sur la glace d'un appareil photographique. Par le même regard, nous découvrons les objets extérieurs, la trace de l'objectif et de ses imperfections, la glace elle-même, et nous voyons, assez confusément que ceux-là varient avec celles-ci. Nous ne pouvons sortir de la glace, et nous voir transversalement. Au contraire, nous voyons en elle, transversalement, les images d'autres appareils (qui sont les corps), non les glaces correspondantes (qui sont les perceptions). Il y a équivalence exacte entre l'image et la portion d'univers à trois dimensions qui est comprise entre l'objectif et la glace, ou même la zone infiniment mince qui touche la glace. Même, un observateur ordinaire verrait, sans très bien comprendre le raccord, qu'il y a correspondance entre cette image et sa représentation incomplète et transversale de l'appareil et des phénomènes qui lui sont intérieurs. Ici encore, le sens du parallélisme est clair.

Mais pour avoir décrit le phénomène du moi, pour en avoir décrit la nature matérielle et la dispersion parmi les corps, nous n'avons pas l'illusion d'en avoir touché l'essentiel; nous en avons négligé systématiquement l'autre et le plus profond aspect, celui par lequel il est une idée. Nous avons fait allusion à ce sens quand nous parlions à la page précédente de l'expérience prise dans sa ligne de causalité. Assurément, ce devenir ordonné de l'expérience a une raison, sans doute une signification. Il est développement sinon d'une substance, au moins d'une certaine réalité. Au delà du phénomène, nous devons admettre une loi et un mouvement qui en déterminent les divers aspects.

L'erreur des associationnistes et plus généralement de la plupart des phénoménistes est d'avoir cru que la description de notre expérience intérieure épuisait le problème de l'esprit, et d'avoir implicitement érigé en métaphysique une psychologie généralement exacte mais purement descriptive. C'est ainsi que, dans l'ordre de la théorie physique, Démo-

(1) On trouvera quelque éclaircissement à cet égard au paragraphe 6 du chapitre iv.

crité, satisfait d'avoir défini la réalité par les atomes, laisse à des chocs accidentels le soin d'expliquer leurs groupements, et néglige l'étude des lois. Le mécanisme cartésien procède d'une simplification analogue et néglige aussi l'aspect dynamique du devenir. Construire une théorie de l'esprit avec les apparences mentales pour seules données est une entreprise vaine, qui correspond à un idéal positiviste et phénoméniste auquel les physiciens ont déjà renoncé.

Mais c'est une erreur plus grave encore de présenter comme objet d'expérience, comme réalité au sens concret, cet esprit organisateur, créateur du moi phénoménal, qui se confond avec le monde sensible, quelle que soit la manière dont on répartisse cet élément dynamique, qu'on l'incorpore à des idées individuelles, ou qu'on le groupe en attitudes, en schémas intellectuels, considérés comme choses de conscience. Intégrer le dynamisme à l'expérience est l'idéal de beaucoup de penseurs. De là naît une fausse science des attitudes intérieures qui croit toucher un élément agissant et spirituel, quand elle n'atteint qu'une émotion dicrète et incertaine de notre corps. Et sans doute le langage ordinaire nous incline à de telles pensées, mais le devoir du philosophe est de s'en affranchir. L'esprit est d'un autre ordre que la représentation, et il n'est spatial que par ses objets, comme les forces n'ont de lieu que par leur point d'application. L'acte d'intelligence, l'acte d'assentiment, l'acte de volonté n'entrent dans la conscience que par leur résultat ou par leur encadrement affectif et quasi matériel. L'esprit pur est d'un autre ordre, il est un mythe abstrait, mais un mythe inévitable.

De même que le moi peut être éprouvé, ou bien comme une unité globale, ou bien comme une unité organisée autour du corps, ainsi l'esprit, qui en est la loi et l'âme, peut être considéré ou bien en tant qu'il règle uniformément le devenir sensible, ou bien en tant qu'il règle plus spécialement celui de notre corps. Ces deux agents sont liés par le symbolisme qui existe entre le corps et l'ensemble de l'expérience, associés en leur origine comme en leur destinée.

Mais c'est une chose étrange que, de cet esprit même, nous ne puissions que parler, sans le connaître vraiment, et sans comprendre d'avance le bien fondé de notre discours. Il y a là un paradoxe irritant, mais insoluble : c'est le sentiment que toute la vie de l'âme est une sorte de comédie que nous jouons avec nos images sensibles, et que nous suivons sans pouvoir nous en arracher pour connaître le texte et son auteur. Dans le gouvernement de notre corps, de notre discours, de notre monde sensible, nous croyons un instant saisir notre intention, notre pensée, notre efficace. Mais bientôt l'illusion se perd; nous ne reconnaissons pas plus directement notre âme que celle des autres hommes, mais conjointement à la leur, et dans notre corps solidaire des leurs. Nous donnons ainsi un sens nouveau au mot leibnizien : « σύμπτωια πάντα »; que nous nous connaissions par expérience ou par légende, nous sommes associés aux autres hommes et à toute la nature.

Si nous voulions trouver un nom à l'esprit en tant qu'il passe l'expérience, nous dirions qu'il est une providence intérieure, et ces mots laissent entrevoir ce qu'il y a de renoncement nécessaire en la connaissance que nous avons; car la providence, au sens théologique, est hors de ses œuvres et nous échappe aussi bien en sa nature qu'en ses intentions

et ses vues, et elle enveloppe toute la nature : elle n'est ni tangible, ni personnelle.

Peut-être trouvera-t-on dans ces pensées une sorte d'amertume. Souvent, en effet, nous sommes pris de pitié envers les âmes des animaux. Il nous semble parfois qu'ils auraient une infinité de pensées et d'affections à nous faire connaître, mais que, liés à une structure trop rudimentaire, enfermés dans des formes encore primitives de la création, ils n'y réussissent pas. Il y a quelque chose d'émouvant et de douloureux à imaginer si proches de nous, et destinées à mourir sans nous avoir parlé, ces races plaintives qui n'ont pas reçu le don de l'intelligence, s'il est permis d'altérer ainsi un vers de Dante.

Mais que dire de notre impuissance à communiquer avec nous-mêmes, quelle pitié plus grande nous devons avoir pour nous-mêmes, si proches de nous, et si étrangers à nous-mêmes ? Car nous plaignons ces âmes de ne pouvoir se révéler à d'autres, mais nous-mêmes sommes aussi loin de nous-mêmes, et rien ne nous est au fond plus étranger que le moi. Chesterton dit qu'il est plus loin de nous qu'aucune étoile, et cela est vrai, car c'est une créature qui ne connaît d'elle que son ombre, c'est un statuaire qui erre éternellement dans le musée de ses œuvres. Et même en sa sagesse, l'esprit ignore ce qu'est être sage, les voies et le principe de sa sagesse. Il faut laisser à Platon l'espérance d'une connaissance plus élevée, où l'objet serait connu en sa nature d'idée, le sujet en sa nature d'esprit. Nous sommes tout entiers enlisés dans le monde matériel, notre âme s'y est enracinée de toutes parts, et ne s'en détachera pas de cette vie.

CHAPITRE II

Spatialité, Quantité, Mesure

§ 1. — *Position du problème.*

Aux remarques précédentes, nous devons en adjoindre quelques autres touchant un caractère de l'expérience que l'on associe fréquemment à sa nature spatiale : celui d'être formée de grandeurs mesurables.

Beaucoup d'auteurs prétendent que dans l'expérience nous rencontrons deux sortes de grandeurs : les unes sont quantitatives, et mesurables par nature; les autres sont purement qualitatives, et la mesure n'a prise sur elles que par artifice; en réalité, le nom même de grandeurs ne leur convient pas. Les premières sont extensives, et se ramènent au fond à une seule, l'étendue; les autres forment le divers sensible, et toutes les nuances de l'âme, elles sont intensité pure, et ne peuvent être nombrées que par allégorie. On retrouve dans ces thèses l'influence de la distinction cartésienne des qualités premières et secondes, interprétée en un sens d'ailleurs très différent; celle aussi de Kant, lorsqu'il oppose les grandeurs extensives aux grandeurs intensives. On sait quel admirable parti M. Bergson en a tiré, dans son « Essai », et comment elles sont, par son influence, devenues à peu près classiques.

Or, ces thèses ont une grande importance philosophique. En effet, s'il y a réellement un élément sensible auquel le nombre s'applique par nature, c'est avec lui que nous façonnerons le monde idéal de la physique géométrique; il représente l'élément intelligible et l'élément objectif du monde réel, il est le réel figuré dans le sensible. Le privilège de mesure traduit un privilège d'objectivité; par lui nous entrevoyons à travers le sensible la forme et la structure auxquelles la nature a égard lorsqu'elle régit par les nombres le monde réel.

Or, si nous laissons de côté l'hypothèse étrange, et que nul ne soutient explicitement, suivant laquelle la représentation d'abord purement subjective est ensuite spatialisée, c'est-à-dire projetée dans une sorte de cadre objectif, dont nous avons une idée claire, apte par nature à la géométrie et à la mesure, et imposant ces caractères au divers sensible qui s'informe en lui, nous dirons ceci : de même qu'il n'y a pas dans l'expérience de données proprement spatiales séparables de données purement temporelles, il n'y a pas de données quantitatives par nature, opposables à des données qualitatives. Il n'est donc pas possible de définir le spatial par le quantitatif, par le mesurable.

§ 2. — *Etendue et mesure.*

Éliminons tout d'abord l'idée suivant laquelle les sensations, étant choses de l'âme, seraient qualité pure et étrangères à toute détermination métrique, alors que les objets de ces sensations seraient naturellement aptes à être mesurés. En effet, comme nous l'avons vu, il y a là une opposition tout à fait fictive et une simple question de définitions. La sensation et l'objet ne diffèrent point en nature, ce sont deux noms donnés à l'image, suivant qu'elle est considérée dans une perspective ou dans une autre. Que serait donc le poids d'un corps, hors la sensation que nous en avons? La hauteur d'un son, hors des qualités de la sensation sonore? S'il nous plaît d'appeler état de conscience l'ensemble de la représentation, en tant qu'il constitue une sorte d'universel concret, que nous convenons de ne pas diviser, il est clair que, n'étant comparable qu'à lui-même, il ne se mesure pas. Acceptons-nous de discerner en lui des aspects élémentaires, que nous nommerons sensations? il nous faut bien reconnaître alors que celles-ci ont entre elles des analogies, des ressemblances qui nous permettent de les classer et de leur donner des noms communs. Sans doute, toute homogénéité résulte d'une vue de l'esprit, comme toute ressemblance, toute comparaison entre deux données sensibles suppose un parti pris d'abstraction. Nous pouvons donc appeler sensation l'image en tant qu'elle est une nuance de l'âme singulière, incommunicable, en tant qu'elle se mêle d'une manière unique aux autres sensations qui l'entourent, ne se compare point à elles, ne se lie point, à travers le temps et l'espace, à d'autres sensations pour composer un objet. Elle n'a dans ces conditions aucune qualité exprimable, elle n'est rien qu'elle-même. Mais ce qui nous importe, c'est que, dans la mesure où les sensations admettent des qualités communes, aptes à être nommées, elles admettent un certain aspect de ces qualités, la grandeur, qui est apte à être nombré. Or, nous ne voyons point qu'il y ait ici de différence; toutes les qualités, le lieu, la forme, la grandeur sont inhérentes au sensible, et à titre égal : une table a quatre pieds comme elle est ronde, ou pesante, ou impénétrable, ou colorée, et la différence de hauteur de deux sons nous apparaît d'une manière aussi intuitive, aussi immédiate que la différence de nombre de deux collections.

Sans doute le nombre n'est pas inscrit d'une manière déterminée dans la grandeur des images. C'est par une convention que nous exprimons celle-ci numériquement, convention qui fait intervenir d'ordinaire des phénomènes associés, mais qui n'est pas plus arbitraire que ne l'est une loi physique. Elle donne au fait intuitif un langage, elle le précise et le dépasse, mais toujours dans certaines limites.

Reste l'idée suivante : parmi les images et leurs aspects, il en est qui se prêtent naturellement à être mesurés, d'autres qui ne s'y prêtent point. Les premiers se rattachent à l'espace et se réduisent au fond à l'étendue, ils ont en eux-mêmes quelque chose d'objectif, et de « déspiritualisé » ; les autres expriment les nuances spirituelles de l'image, ils se rattachent aux affections. Nous retrouvons ici la distinction subsidiaire de l'objectif et du subjectif que nous avons déjà rencontrée.

Une première difficulté est que l'étendue n'est pas une figure sensible simple. S'il s'agit de la grandeur abstraite, nous ne la mesurons pas, nous

la définissons par sa mesure. S'il s'agit de la grandeur concrète, nous devons entendre par exemple l'étendue visuelle ou tactile. Admettons donc cette définition.

C'est ainsi qu'un disciple de M. Bergson montrera, se référant à des analyses célèbres, que les mots de quantité, de grandeur, de mesure, sont improprement appliqués aux sensations, qu'une douleur plus intense est en réalité une douleur irradiée, qu'un effort plus grand est un effort où un nombre croissant de muscles et d'organes est intéressé; et si nous insistons il demandera avec ironie comment une douleur peut être contenue dans une autre, ajoutée à une autre. Mais on peut faire à ces remarques trois objections.

L'une est que le problème n'est pas tout à fait bien posé. On raisonne comme si, dans la sensation, le substratum physiologique et anatomique se trouvait effectivement représenté. Or, il n'en est rien. La conscience ne nous dépeint pas plus la modification d'ensemble du corps, avec sa diversité, que la variation quantitative de l'excitation. Le physiologiste n'est pas plus fondé que le physicien à définir à l'avance le contenu de la conscience; or, il semble que M. Bergson appuie à l'excès sur l'hétérogénéité radicale des sensations successives. Certes, nous ne prétendons pas que l'homogénéité, l'uniformité interne de la sensation provienne de la présence d'un élément identique à lui-même, elle est plutôt une unité de synthèse, d'aperception, de forme, comme lorsque nous voyons violette une surface couverte de taches bleues et rouges entremêlées. Mais quelle qu'en soit l'origine, elle est un fait à peu près incontestable; il y a un fond uniforme de grandeur variable. Bien entendu, deux sensations de ce genre diffèrent toujours par une infinité de nuances; mais le problème est de savoir si sous cette diversité nous pouvons apercevoir une figure commune. Or, c'est ce que l'expérience semble prouver, et le langage spontané en fait foi.

La seconde objection est la suivante : nous pourrions appliquer cette argumentation à toute espèce d'image, et prouver que la notion de grandeur ne s'applique à rien. En effet, deux images visuelles inégales intéressent des points différents de la rétine. Elles sont donc qualitativement dissemblables. Deux mouvements d'amplitude différente diffèrent aussi qualitativement. Ainsi le sort de toutes les sensations est semblable; dans tous les cas elles ont une certaine homogénéité qui les rend semblables malgré leur diversité.

Enfin, l'argument qui touche la relation de contenu à contenant repose sur une définition incorrecte et sur une fausse métaphysique de la notion de mesure; cette relation serait-elle d'ailleurs réellement en jeu, qu'elle serait aisément généralisable. C'est ce que nous voulons maintenant examiner (1).

Mesurer, suivant une définition courante, c'est trouver combien de fois une grandeur contient une unité, et l'on oppose alors mesurer à repérer, qui est simplement faire correspondre à une suite régulière d'états d'une grandeur une suite régulière de nombres. Ceci suppose évidemment une certaine homogénéité entre les grandeurs, qui permet

(1) On remarquera que nos conclusions s'accordent avec celles d'Hamelin touchant la quantité inhérente à tout fait de conscience et l'homogénéité propre à la quantité intensive.

de superposer une grandeur plus petite, sans l'altérer, à une partie d'une plus grande. C'est ainsi que B. Russell lui-même écrit : « Pour » qu'une grandeur continue puisse être exprimée comme nombre, il faut » d'une part qu'elle soit elle-même un tout, et d'autre part, qu'elle soit » divisible en parties qualitativement semblables » (1). Il croit même pouvoir en conclure que l'élément *a priori* de la géométrie est lié aux postulats de la mesure. Montrons cependant que cette définition de la mesure est arbitraire, et faussement métaphysique, et que toute mesure se réduit à un repérage au sens courant.

Tout d'abord, le terme « contenir » est tout à fait indéterminé. En un certain sens, en effet, nous pouvons dire que, l'oreille étant un résonateur dissymétrique, un son fondamental contient tous les additionnels, et tous les différentiels correspondants, en particulier les harmoniques simples, et qu'ainsi les sons graves contiennent en quelque sorte leurs octaves aigus. De même nous pourrions dire qu'un effort intense contient les efforts élémentaires dont il est construit, puisque ceux-ci sont sentis en lui; il en est donc la somme.

Mais, dira-t-on, il doit s'agir d'une intériorité où les parties sont identiques les unes aux autres, où le tout est obtenu par simple juxtaposition de ces parties. On voit ici le procédé : nous définissons peu à peu les termes en nous référant implicitement à l'étendue; aussi ne serons-nous pas surpris de trouver en fin de compte que l'étendue seule est mesurable. La question est de savoir s'il y a quelque raison logique ou psychologique de le faire. Or, il n'y en a pas.

Acceptons cependant le problème en ces termes. Nous pouvons prendre l'idée d'homogénéité de deux manières. Ou bien, il s'agira d'un aspect intuitif et immédiat, par lequel les parties nous semblent conserver dans le tout la figure qu'elles auraient si elles étaient isolées. Ou bien fixant notre attention sur l'opération de report et de juxtaposition, nous dirons qu'elle est en certains cas parfaitement claire, et que nous voyons d'une manière irréfutable comment se conserve entièrement la grandeur ainsi transportée.

Au premier sens, l'homogénéité est une notion toute relative, toute approximative. Le même segment n'est point vu sous le même angle, lorsqu'on le déplace. Trois segments égaux, bout à bout, sont toujours vus dissemblables, car ils ne peuvent être saisis à la fois dans la *fovea*. Il en est ainsi de toutes les grandeurs, même quand elles semblent de type purement spatial. D'autre part, l'intensité de certaines qualités satisfait, semble-t-il à la condition imposée, avec la même approximation. Le son d'un instrument, au milieu d'un ensemble, conserve son individualité; de même l'intensité d'une lumière, lorsqu'elle se superpose à d'autres lumières. Prétendra-t-on que dans ces deux cas, la différence d'intensité se rattache à une cause spatiale? Mais il est clair que dans l'hypothèse mécaniste toute diversité sensible se rattache à une diversité spatiale. D'ailleurs, ceci ne nous touche pas, puisqu'il s'agit de savoir s'il y a dans l'image elle-même des éléments d'une appréciation de la grandeur.

Maintenant, si nous nous attachons à l'opération par laquelle une grandeur est engendrée par une autre plus petite, nous voyons qu'il

(1) *Essai sur les fondements de la géométrie*, Tra. fr., p. 223.

s'agit d'une mesure tout à fait indirecte. Or, il est clair que nous ne pouvons opérer que sur des objets maniables, par là même étendus; ceci incline à croire que les seules grandeurs sensibles mesurables sont celles qui correspondent à des objets solides. Mais il y a là encore une convention implicite; en effet, si j'éloigne de moi avec une certaine vitesse un diapason, le son change de hauteur. Il en est de même, en théorie, pour la couleur d'une lumière. Voilà donc des degrés différents d'une qualité qui peuvent être engendrés par le mouvement.

Imposons-nous que les mouvements soient compensables par des déplacements de notre corps? Les exemples précédents ne seraient pas exclus. Imposons-nous qu'ils soient des translations où la vitesse ne joue aucun rôle? Autant dire tout de suite que nous sommes décidés à définir la mesure de telle manière qu'elle s'applique à la seule étendue.

Observons enfin que le transport d'une unité est une opération très compliquée, dont les propriétés ne sont rien moins qu'évidentes. Heureux ceux qui croient savoir par une intuition simple ce que c'est que reporter un mètre au bout d'un mètre! S'il en est ainsi, nous saurions tout aussi bien ce que c'est qu'ajouter une quantité de chaleur à une autre.

Concluons donc en un mot : il est impossible d'attribuer au mot mesurer un sens privilégié, ayant un intérêt philosophique, qui dépasse le sens très général du mot repérer. Montrons alors quelle suite de démarches mentales implique la mesure d'un phénomène. Considérons d'abord le cas où elle est directe et purement intuitive.

Tout d'abord, nous distinguons divers états possibles d'une grandeur. Ceci est un fait très général qui suppose simplement qu'une certaine diversité est perçue à l'intérieur d'une certaine uniformité. Il n'est pas d'aspect de la sensation qui ne puisse présenter des degrés, du plus ou du moins.

Ensuite, nous classons les divers états par ordre de grandeur. Tantôt nous le faisons linéairement; ainsi pour les longueurs, les intensités, les hauteurs. Parfois, cela est impossible; ainsi pour les couleurs; tant que nous nous en tenons à l'aspect intuitif, nous sommes pratiquement contraints de les ordonner suivant un cercle.

Puis, nous établissons une échelle régulière de grandeurs. Ici commence vraiment le rôle de l'esprit. Il arrive que les intervalles fondamentaux soient donnés intuitivement, et d'une manière irréfutable, c'est le cas des intervalles musicaux fondamentaux, octave, tierce, quinte. Plus souvent, nous devons admettre une convention, soit que nous procédions par adjonction d'intervalles élémentaires (minima perceptibles de Fechner) soit que nous procédions par intercalations de moyens termes. Il est d'autres procédés encore. Ici, les instruments de mesure restent directs, mais l'esprit en use assez à sa guise.

Enfin, nous faisons correspondre une échelle de nombres à l'échelle des grandeurs et la convention est encore plus nette. Nous pouvons considérer les intervalles successifs comme formant une progression arithmétique ou géométrique, ou d'un type quelconque. Nous sommes guidés sur ce point par la simplicité de la convention et par celle qu'elle introduit dans l'énoncé des lois naturelles. Ce dernier souci correspond à l'introduction des mesures indirectes.

Parfois nous conservons deux définitions différentes de la mesure d'un phénomène suivant l'usage que nous voulons en faire : le musicien considère les octaves comme les termes d'une progression arithmétique, le physicien comme ceux d'une progression géométrique. La définition physique simplifie les lois du son, en ceci qu'elle élimine un logarithme qui interviendrait en toute circonstance (1).

Nous voyons donc que le principe de toute mesure est au fond ordinal, que toute mesure se ramène à une suite de numérotages réguliers. Est-ce à dire qu'il n'y ait rien de réel qui corresponde à la grandeur cardinale? Assurément, une telle chose existe, une collection a une certaine qualité, qui est d'avoir un nombre, tel nombre; une image a une certaine qualité qui comporte des degrés intuitivement perçus, et l'on peut dire que la quantité discrète et extensive est simplement un cas particulier, dans le cas général de la quantité continue et intensive.

Toute mesure est donc une détermination en grande partie artificielle d'une donnée qui possède une grandeur au moins confuse. Il est exceptionnel, en effet, que la valeur numérique soit impliquée d'une manière irréfutable par l'aspect même de l'image. Même dans le cas des collections discrètes, il suffit qu'elles soient un peu importantes pour que nous devions remplacer l'intuition du nombre cardinal par le nombre ordinal des actes de dénombrement, une multiplicité temporelle tenant la place de la multiplicité spatiale pure. Nous avons ici un commencement de mesure indirecte, ce qui n'implique pas du tout que la grandeur initiale soit étrangère à la mesure, mais simplement qu'il est plus commode de mesurer une grandeur que nous savons ou admettons lui être exactement associée. Si le phénomène associé est très éloigné de l'image sensible, si ses propriétés quantitatives dépassent de beaucoup celles qui apparaissent confusément dans l'image, il vient un moment où, sous le nom de celle-ci, nous ne parlons plus réellement d'elle, mais par abstraction, du phénomène. Mais ceci est tout naturel, nous passons insensiblement des propriétés des sensations à celles des objets, la sensation pure n'étant d'ailleurs qu'un cas limite, le fantôme imaginaire de l'expérience brute.

Ainsi, en même temps que la mesure abandonne son prestige rationnel et quasi métaphysique, elle devient un fait de surface, mais un fait très général, rien n'étant par nature, et d'une manière absolue, propre ou improprie à être mesuré.

§ 3. — *Conséquences : mesurabilité et qualités premières.*

De ces remarques, nous pouvons tirer deux sortes de conclusions :

Les unes sont très particulières ; elles touchent, par exemple, la légitimité de la psychophysique. Nous pensons que les arguments qui la contestent a priori sont purement illusoire, et ne portent que contre une mystique de l'étendue et de la mesure. On peut dire, si l'on veut, que le psychophysicien n'étudie jamais qu'une définition

(1) De même la mesure de l'acidité d'une solution par le pH, et non par la simple concentration en ions-hydrogène, simplifie la loi qui l'associe au potentiel de l'électrode à hydrogène.

abstraite de la sensation. Mais cette convention n'est point arbitraire, elle doit s'accorder avec les indications imparfaites et immédiates de l'intuition, qu'elle se contente de préciser. L'objectivité de la mesure des sensations est celle même de tout fait scientifique. Par ailleurs, nous accorderons bien volontiers que la psychophysique n'existe pas encore, car elle se compose d'une seule loi, d'ailleurs fort grossière, et l'on sait que la première loi qui s'applique à une grandeur peut être érigée en définition de cette grandeur. Il en faut au moins deux pour constituer une science. Or celle dont nous parlons en est à peu près au stade de la météorologie, ce qui ne prouve ni que le dessein en soit absurde, ni qu'elle n'ait aucun avenir devant elle. La psychophysique a déjà à son actif un certain nombre de faits intéressants, et peut être arriverons-nous un jour à associer, qualitativement, ou même quantitativement, les faits mentaux aux faits cérébraux, ou périphériques, ou extérieurs.

Les autres conséquences sont proprement philosophiques et concernent la nature du monde physique. Si nous considérons que la réalité est du type de l'étendue, et doit être imaginée en termes visuels ou tactiles, ce n'est pas parce que cet attribut est seul capable de soutenir les déterminations métriques. Le nombre n'exprime en rien les propriétés essentielles de certaines images, et la distinction des qualités premières et secondes est tout à fait illusoire. Rien n'est dans le sensible mesurable par droit naturel.

Qu'importe d'ailleurs? L'idée que nous pourrions reconstruire le monde réel avec certains éléments empruntés à l'intuition sensible est vaine, comme nous le verrons. Le nombre du mathématicien n'est pas plus le nombre cardinal que le nombre ordinal, c'est un simple signe qui peut être interprété dans la nature comme cardinal ou ordinal. Mais sa définition, c'est-à-dire sa règle d'emploi, ne dépend pas de cette interprétation. De même le monde du physicien est fait de symboles abstraits qui correspondent aux réalités expérimentales par l'intermédiaire d'un dictionnaire purement allégorique. Que nous nous inspirions de l'aspect visuel ou tactile de l'expérience, cela est un fait contingent, car il n'y a aucune homogénéité entre certaines grandeurs sensibles et les grandeurs fondamentales du monde abstrait que nous réputons objectif. A priori, nous aurions autant de raisons psychologiques d'imaginer un monde peuplé de sons, ou de toute autre espèce d'images, et qui serait considéré comme la substance et la raison de tous les autres phénomènes. Si nous préférons construire des modèles spatiaux au sens étroit, c'est-à-dire visuels et tactiles, de l'expérience, cela tient à la précision plus grande des images correspondantes, et à l'ampleur de leur rôle pratique. Pourquoi cette représentation réussit-elle si bien, puisqu'elle est accidentelle en son principe? Pourquoi la nature s'y prête-t-elle? Pourquoi arrivons-nous à expliquer comment les mouvements de la matière déterminent toutes les autres apparences? Mieux vaut avouer que nous n'en savons rien, plutôt que d'inventer une sorte de révélation *a priori*, par les nombres et leur application au sensible, qui nous permettrait de prédire la substance du monde.

Peut-être nous reprochera-t-on de nier progressivement toutes les divisions traditionnelles de l'expérience, et toutes les propriétés qui leur correspondent, de ruiner ainsi l'architecture de la connaissance. Il est vrai : les oppositions les plus respectables ont une valeur purement

pragmatique et ne répondent à rien de profond; les cadres ontologiques de l'expérience se détruisent naturellement, comme la division des facultés de l'âme. Sensation et réalité, subjectivité et objectivité, qualité et quantité ne sont que des manières de voir, aussi artificielles, aussi utiles d'ailleurs que l'idée d'un soleil, masse tangible, que celle de l'étendue substance des corps, que la classification des êtres vivants. Sans doute cela est regrettable; nous aimerions connaître, sinon la substance, au moins le plan de création de l'expérience, les divisions de l'être, et il y a bien de la mélancolie à sentir le caractère provisoire et foncièrement inadéquat de toutes nos dénominations, de toutes nos constructions mentales; seulement, il ne s'agit pas de savoir si des pensées sont agréables, mais si elles sont vraies.

CHAPITRE III

Le temps sensible

§ 1. — *Quelles dénominations conviennent au temps.*

Hamelin reproche à Kant d'avoir fait à l'espace et au temps un sort séparé, et de ne pas avoir reconnu en eux des concepts (1). Mais quel sens attribuer à ce terme ? S'il s'agit de toute espèce d'objet mental, l'image sensible y rentre. En un sens plus étroit et plus conforme à l'usage, c'est un objet de pensée qui ne correspond à aucune expérience sensible immédiate et individuelle, qui fait allusion à une réalité d'un autre ordre, ou désigne par abstraction des propriétés communes à une suite d'individus, relations ou qualités. Ainsi la nature humaine est un concept, mais non Socrate, ni même l'ensemble des hommes vivants. Mais ce sens est incommode. Le tort de certains philosophes est de faire du concept un type déterminé de réalité mentale; alors que seule a un sens l'expression penser par concepts, c'est-à-dire par signes, symboliquement, suivant des lois formelles.

Un concept n'est en effet qu'un signe, que nous savons manier selon des règles conventionnelles conjointement à d'autres signes, et auquel nous pourrions trouver en général, mais non nécessairement, une interprétation expérimentale. Suivant la nature de cette interprétation, nous devons distinguer toute une hiérarchie des concepts : les uns représentent des objets expérimentaux immédiats, collectifs ou même individuels, qu'ils soient des choses ou des qualités des choses. Ainsi tel chien, ou un chien quelconque parmi ceux qui existent actuellement ou pourront exister; ainsi tel attribut d'un chien, comme sa couleur, son aspect ou sa structure; ainsi le nombre ou la grandeur géométrique, — les autres ont un sens physique, mais moins immédiat : ainsi les champs gravifique ou électrique, qui ne sont, pour ainsi dire, que des manières de parler dérivées, — d'autres ne correspondent à peu près à aucune expérience directe, ainsi la beauté ou la patrie, — d'autres enfin ne sont pas faits pour être interprétés empiriquement, ainsi certains concepts que nous rencontrons dans les mathématiques les plus abstraites, et qui

(1) « L'espace est, comme le temps, une quantité, ce n'est pas un pur ordre des coexistants. Aussi n'est-il pas postérieur aux choses, c'est-à-dire à la qualité, mais au contraire antérieur. Sur ces deux points, l'esthétique transcendantale est dans le vrai. Le tort de Kant, pareil à celui que nous lui avons reproché à propos du temps, est de ne pas fonder solidement la réalité de l'espace en le mettant parmi les concepts, au lieu de le mettre hors de l'entendement. » (*Essai*, p. 75.)

ne sont que des symboles sans contenu réel, ainsi les quaternions ou les espaces d'ordre supérieur.

Ce qui fait le caractère conceptuel de la pensée, c'est la relation qui est aperçue entre la pensée algorithmique et la pensée expérimentale. Le mathématicien pur ne s'intéresse pas au nombre en tant que concept, mais en tant que symbole formel; sa pensée se développe comme un pur jeu. A l'extrême opposé, l'animal use de la nature et la perçoit en dehors de tout concept. Dans l'un et l'autre cas, l'expérience en jeu est à elle-même sa fin, elle est fermée sur elle-même.

En quel sens dirions-nous alors que le temps (ou que l'espace) est un concept? Voulons-nous dire que nous savons représenter notre expérience du temps par un mot, assujéti à certaines règles de discours? La chose n'est pas contestable; il y a un mot, une notion, une variable : temps. Mais qu'en conclure, touchant la chose désignée? Est-elle unique, et de quelle nature? Le concept est-il celui d'une chose, d'une qualité, d'une relation, ou tout cela à la fois, comme le nombre arithmétique est simultanément le concept d'une qualité, d'une relation, d'une opération? Le problème du temps reste donc entier.

Dirons-nous, au contraire, avec Hamelin, et en un sens extrêmement étroit, que le temps est derrière le devenir et avant lui comme l'animalité est derrière et avant l'animal (1)? Une formule de ce genre n'a pas de sens expérimental, car le temps pur n'est point aperçu hors des phénomènes; il faut nous référer à un mythe philosophique. Dirons-nous donc avec Platon qu'il est l'image mobile de l'éternité, et participe de l'antériorité que celle-ci a sur le monde? Dirons-nous que le démiurge a eu l'intention de créer un monde temporel avant de choisir tel univers physique? Ce sont là des pensées obscures et peu vraisemblables. Faire du temps un concept ne nous avance guère.

Le temps est-il un ordre? Mais que veut dire ce mot? Entendons-nous par là toute construction purement abstraite et idéale (ce qui est d'ailleurs contre l'usage ordinaire)? alors, c'est un synonyme de concept. Appellerons-nous ainsi la propriété qu'ont les objets temporels d'être disposés selon l'avant et l'après, de telle manière que la relation qu'on désigne par « entre » ait les mêmes propriétés formelles que la relation du même nom définie pour l'espace? Assurément, le temps est un ordre, ou si l'on préfère une relation. Mais nous pourrions en dire autant du son, de la couleur, et généralement de toutes les qualités qui peuvent être classées régulièrement. Il y a de l'avant et de l'après comme de l'ici et du là, comme du grave et de l'aigu, de l'obscur et du clair. Nous pouvons dire que parler du temps n'est rien d'autre que parler des phénomènes en tant qu'ils se distribuent selon l'avant et l'après, mais il faut bien qu'il y ait en eux un aspect spécifique qui sous-tende cet avant et cet après, et c'est là justement le temps concret. Dire que le temps est un ordre, c'est dire que son axiomatique est celle d'un ordre, ce qui ne nous instruit guère.

(1) Cf. touchant l'espace. *Ibid.*, p. 78. « L'abstrait se montre nécessairement derrière tout concret, l'animalité par exemple derrière tout animal. Il s'ensuit que, les déterminations spatiales n'échappent pas plus que les autres à cette loi, l'espace abstrait se montre derrière toute étendue déterminée. »

Le problème que nous rencontrons ici se pose d'ailleurs en termes identiques pour le nombre. Qu'est-ce que le nombre concret? est-il chose, qualité, relation? Il est tout cela.

Ainsi toute définition relationnelle du temps, que ce soit celle d'Aristote ou celle de Leibnitz, procède de la même illusion que l'ancien adage des pythagoriciens : « Toutes choses sont nombres »; elle néglige le problème essentiel de l'expérience temporelle. La seule valeur d'une semblable formule est de nous affirmer que le temps ne peut être objectivé comme une chose. Mais comment l'entendre? Il est certainement un élément objectif de la perception, car nous nous accordons tous quand nous en parlons. Est-il une substance? Expression obscure. Entendons-nous par là qu'il peut être connu séparément, hors de toute autre qualité? Abstraitement, sans doute, mais il n'est qu'un mot. Intuitivement, non. Un temps vide n'est rien de réel. Mais qu'en conclure? Le type de la substance intuitive est défini pour nous par l'étendue, qui est donnée dans sa diversité homogène et simultanée : il est bien évident que le temps n'est pas une substance en ce sens purement spatial; psychologiquement, il ne s'étend pas comme les dimensions de l'espace; la dissymétrie est certaine. Mais ce fait n'a pas de portée métaphysique. En effet, en un sens plus élevé, nous appelons substance du devenir, les grandeurs qui nous permettent de le définir, et qui correspondraient peut-être à l'intuition d'un sujet surhumain. La symétrie de l'espace et du temps se rétablit ici, au moins en surface : nous pouvons parler de trajectoires d'espace-temps comme de l'étoffe même des événements. Mais si nous allons plus au fond, nous voyons bien que c'est là une allégorie; il ne nous reste qu'un univers de nombres, où temps, espace, masse, champ, sont de simples signes abstraits. L'idée même de substance s'évanouit.

Quel nom donner alors au temps? Métaphysiquement, nul ne peut dire comment Dieu se représente le devenir, et si la façon dont il voit le temps ressemble à celle dont nous voyons l'espace. Physiquement, le temps et l'espace sont des paramètres abstraits, comme la masse ou le champ, sans aucune homogénéité avec les données sensibles. Intuitivement, le temps est un aspect de l'expérience extrêmement général, que nous connaissons directement, comme la forme ou la multiplicité; nous pouvons lui donner les noms de qualité, de figure sensible. Le décrire en tant que tel est l'objet des pages qui vont suivre.

Le temps nous semble un aspect de l'expérience plus fondamental que l'espace, car si l'on peut imaginer à la rigueur une expérience non spatiale, nul n'a jamais admis qu'il pût y avoir hors de toute durée une expérience humaine. A vrai dire, cela signifie simplement que l'intuition du temps est plus générale, plus homogène que celle de l'espace. Toute expérience a quelque chose de spatial, mais il nous semble que les divers espaces ne se correspondent que par familiarité, alors que le caractère temporel est identique dans tous les changements. C'est d'ailleurs là un préjugé.

Comme celle de l'espace, l'expérience du temps sensible prend racine dans un aspect infinitésimal de la perception, et procède par irradiation et prolongement indéfini. Mais, tandis que la première va se dépouillant et s'appauvrissant, la seconde se renouvelle et s'enrichit par son extension même. C'est ainsi que la médiation d'une mort étrangère et lointaine nous fait apercevoir, en ce qu'il a de nécessaire et de poignant,

le cheminement inévitable de tous les phénomènes, et qu'elle nous fait aussi ressentir, en chacun d'eux, dans cette zone étroite de leur présent, la destruction rejoignant la naissance. Et non avec l'esprit seul, mais avec tout notre corps et toute notre sensibilité, car « les composés symbolisent avec les simples » et la connaissance du temps avec l'épreuve du présent. Le sentiment du temps le plus proche de nous est tissé de mémoire et d'attente, de récit et de rêve. Mais tâchons de saisir en lui l'élément le plus brut.

§ 2. — *Les données élémentaires. Le changement.*

Dans la plus brève de nos sensations, dans le plus fuyant de nos états d'âme, quelque chose de temporel nous est révélé. Pouvons-nous préciser cet élément de durée étroite mais spontanément saisie, avant qu'il ne soit interprété et transfiguré par la mémoire et la réflexion? Pouvons-nous séparer la notion du temps et le sentiment de la durée, en ce point du présent où tous deux s'enracinent? Nous ne le ferons que par artifice, car dans la simple conscience du présent nous éprouvons quelque chose de notre vie défunte, et l'expérience de la durée vive est liée à notre discours sur le temps. Il le faut bien d'ailleurs, pour qu'elle soit communicable. Ce que nous décrirons est donc moins une donnée primitive séparée qu'une limite idéale obtenue par resserrement et dépouillement d'une connaissance plus profonde. Mais c'est le sort de toute sensation simple, qui pour être première dans l'ordre des faits, n'en est pas moins, dans l'ordre de la connaissance le résultat d'une analyse.

Aristote a défini le temps comme « le nombre du mouvement suivant l'antérieur et le postérieur » et, comme il s'agit du nombre qui est sous-jacent à la mesure et non de la mesure elle-même (1), cela revient à dire que le temps est cet élément mesurable du changement qui est lié à la distinction de l'avant et de l'après.

M. Bergson dit, d'autre part, que nous prenons conscience de la durée en essayant de prouver, dans toute son originalité, dans toute sa pureté individuelle, le changement même de notre âme, qu'elle n'est rien d'autre que cette épreuve, et cette adhésion à notre devenir. Le langage courant se prête à cette idée parce que, d'après lui, le temps est toujours mobile et changeant.

Ne pouvons-nous cependant apercevoir le temps dans l'immobilité? D'abord, il nous le semble. C'est parfois dans le vide de notre sensation que le temps se révèle, et avec sa vraie profondeur; c'est lorsque la lumière s'appesantit sur les choses créées, dans leur silence, dans leur impassibilité, étendant sur elles une sorte de stupeur et de solennité, que la conscience du temps semble se détacher, et s'approcher de nous, aussi profonde, aussi intense que la dernière vibration d'une cloche très lourde, en ce moment chargé d'émotion où elle cesse d'être un son, et pourtant nous reste sensible, et se prolonge en nous. Comme si l'âme, immobile, et ses yeux grands ouverts, sentait en elle la procession du temps.

(1) Cf. Hamelin, *Le système d'Aristote*, p. 295. En gén., *Phys.*, IV,

C'est pourtant une illusion. Ce dépeuplement brusque de notre conscience n'atteint que le monde extérieur, et avec lui ces épreuves fragmentaires du temps, qui sont liées à tel ou tel événement, au chant d'un oiseau, à la parole d'un homme, au heurt d'une vague sur le rocher. Mais si la durée nous est plus sensible encore dans cette attente, dans ce recueillement de la mer qui cesse un instant de bruire, c'est qu'à ce moment nous apercevons le battement du sang dans nos artères, le jeu ordinairement masqué de nos muscles et de nos membres, la contraction de nos viscères, toute cette vie secrète et confuse de notre corps, une sorte d'émotion qui est le prélude du rêve; la conscience n'est pas vide, mais baignée d'une sensibilité obscure qui se déploie enfin, et ce changement ténue de l'âme éveille une pensée du temps plus stable, plus profonde, et que nous croyons plus intérieure. Il nous semble plus pur, il semble plus aigu, il nous atteint et nous pénètre, comme la lame d'un rasoir dont nous sentons, tout à coup, qu'elle nous a coupés profondément. Mais il est toujours lié au changement.

Or, quand nous réfléchissons au changement, nous sommes surpris de trouver cette pensée si confuse et faite de tant d'autres : prenons simplement un corps qui se meut, par exemple ce crayon. Je le déplace; je ne le vois jamais que dans une seule position; les divers états de son mouvement ne me sont aucunement donnés ensemble, je ne les compare pas, seulement ma sensation est trouble dans l'intervalle et ne se précise qu'aux deux termes. D'autre part, je sais qu'il y a eu mouvement, je retrace par l'imagination la trajectoire suivie, et j'interprète en pensée cette trajectoire comme le signe d'un mouvement. Mais celui-ci ne m'est pas donné directement, comme chose sensible. Il n'est présent dans ma pensée que par symbole, comme j'aperçois la pluie sous les lignes obliques qui raient le ciel, dans un dessin, ou la mer dans les sinuosités des bas-reliefs phéniciens. Parfois l'expérience elle-même dessine les trajectoires, comme celles des étoiles filantes. Mais ces trajectoires sont un fait présent que j'interprète. Ce n'est pas de cette perception que je puis extraire le temps, mais c'est par le temps que je la transpose en mouvement.

Maintenant je regarderai cette plante. En peu de jours des feuilles nouvelles ont paru sur sa tige, et la couleur des anciennes s'est assombrie. Dirai-je qu'en cette perception le temps m'est sensible? Non, car j'interprète la naissance de ce rameau, la durée ne m'en est connue qu'abstraitemment; je sais qu'un temps s'est écoulé, et qu'un changement a eu lieu. Mais cela n'est qu'un savoir.

Nous nous heurtons ici à une difficulté qui a tourmenté saint Augustin. Tout ce qui est donc en nous nous est présent. Comment de ce présent perpétuel extraire l'ordre temporel des choses?

Le thème fondamental du changement est mêlé de connaissance et d'ignorance. C'est la reconnaissance d'une chose, avec l'étonnement de quelque chose qui est en elle nouveau. C'est le sentiment d'une identité qui persiste à travers des formes différentes et méconnaissables. Mais cette identité numérique n'est rien d'autre que le sentiment de la durée, elle lui est équivalente; car sans lui, elle ne se distinguerait pas de l'identité spécifique. Ainsi dans l'image la plus fruste du changement se mêlent un sentiment de familiarité et d'assentiment, un élément d'étrangeté et d'étonnement.

Nous ne pouvons ni définir, ni même décrire cette sensation de reconnaissance, par laquelle une image apparaît semblable à elle-même en des circonstances différentes, car nous atteindrions l'ensemble des affections et des émotions qui lui sont liées, et non pas elle. Et nous ne pouvons y voir un élan de l'esprit vers le monde comme si nous voulions transposer cette pensée d'Aristote que l'âme seule étant capable de nombrer, le temps est quelque chose qui vient de l'âme. C'est par figure que nous lui attribuons de reconnaître les choses, mais, en réalité, c'est elles-mêmes qui se retrouvent dans leur apparence actuelle. C'est la lumière d'hier qui s'aperçoit et se ravive en celle d'aujourd'hui, c'est tout ce paysage terrestre où nous vivons qui reprend chaque jour contact avec lui-même, qui éprouve et qui nous révèle ce qu'il a de durable. Et l'expérience immédiate du temps est celle de ce racinement des choses visibles en elles-mêmes.

Elle en est au moins la trame, et la chaîne est dans le sentiment de nouveauté, dans le dépaysement que nous éprouvons devant le monde sensible. Nous sera-t-il plus facile de le décrire? A peine.

C'est d'abord une sorte d'assombrissement de la perception; la surface en est trouble. Nous cherchons à fixer l'objet dans son apparence individuelle et précise, mais seuls les traits essentiels nous restent perceptibles, comme les rais d'une roue s'entremêlent et se confondent à nos yeux, tandis que la jante reste semblable à elle-même dans le mouvement le plus rapide. Ainsi, dans tout changement quelque chose nous échappe, que nous ne pouvons plus désormais que désigner abstraitement. Il y a dans le devenir quelque chose que nous ne saurions percevoir d'une manière adéquate.

C'est pourquoi, dans l'image même que nous reconnaissons, quelque chose nous surprend et nous déçoit. Le sentiment de la durée n'est rien d'autre que cet étonnement devant le déclin de la perception sensible en sa permanence même. Il est fait de cette solitude du présent, de cet égarement, de cette détresse, de cette inquiétude qui n'est pas, à vrai dire, ajustée par nous aux images, mais qui adhère naturellement à elles. Qu'importe ici que toute émotion soit liée à un trouble corporel; toute vision l'est aussi à un phénomène rétinien, tout son à une excitation de l'oreille. Cet élément est le seul élément vraiment spontané de la conscience du temps, car s'il en est une représentation nue et objective, elle est éteinte dans la conscience, elle n'est plus qu'un signe obscur, qui ne se révèle à nous que par l'émotion ou le jugement qu'il évoque.

Nous n'avons parlé jusqu'ici que du temps de l'expérience prise dans son unité sensible; mais ne l'apercevons-nous pas d'une manière plus directe et plus simple dans les changements plus particuliers de certaines images, dans le cours de certains phénomènes plus fragmentaires et plus homogènes? Nous saisissons dans une courte phrase tous les mots dont elle est formée, dans une mélodie les notes qui s'enchaînent, dans le coup d'aile d'un oiseau le mouvement même, et non simplement des positions. Une étendue temporelle et une étendue spatiale se trouvent alors rassemblées en un seul devenir, ne croirons-nous pas qu'elles s'exfolient simultanément, et d'une manière simple?

Une école psychologique allemande bien connue a mis en pleine lumière le caractère primitif de cette figure temporelle de nos images,

et l'a rattachée en particulier au sentiment du rythme. C'est un des thèmes de la « Gestalttheorie », mais on ne voit pas qu'il y ait là beaucoup plus qu'un changement de notation : se demander si le rythme est premier par rapport à l'intuition du temps ou inversement, c'est un peu se demander si le jugement est premier par rapport au concept; ce sont des données manifestement corrélatives. Le problème n'aurait de sens que s'il y avait en nous une notion du temps pur que la sensation du rythme éveillerait, que s'il y avait une projection temporelle de l'expérience sensible, comme il y a pour certains auteurs une projection spatiale. Mais cette pensée n'est rien de réel. Cherchons simplement si notre intuition du temps des phénomènes est quelque chose de clair.

En fait, il n'en est rien. Nous croyons savoir décomposer et recomposer le changement avec ses deux composantes de temps et d'espace, mais ce n'est là qu'une manière de parler, et nous pourrions presque dire que le temps n'est conçu que comme la différence géométrique du changement et de sa trajectoire spatiale, il en est une sorte de réquisit logique; le changement lui-même, en tant que tel, est une notion confuse, et l'argument de la flèche, illusoire quand Zénon l'applique aux concepts, enferme quelque vérité s'il porte sur les intuitions.

Cette pensée semble paradoxale, car nous parlons du temps employé par un phénomène comme d'une réalité familière, et sur laquelle nous raisonnons d'une manière utile et régulière. Mais nous parlons aussi bien de notre âme; pourtant nous savons bien que nous ne la connaissons pas intuitivement.

Si nous voulions caractériser d'un mot cette synthèse de l'ancien et du nouveau qui est le propre du changement, de l'altération, et en particulier du mouvement, et définir ainsi le sentiment de la durée immédiate, adhérente à nos perceptions particulières, nous le comparerions à la sensation de relief que nous yeux nous font connaître. De même que l'élément visuel est, en tant que tel, presque indéfinissable, et qu'il est bientôt dépassé, transfiguré, par un jeu silencieux de toute notre sensibilité, qu'il est comme mimé intérieurement, ainsi la durée immédiate n'est perçue dans les événements que comme une sorte de relief temporel, sur lequel toute notre âme vient se jouer, pour créer ce temps émotion, ce temps idée, en qui, suivant certains, toute l'âme se trouve rassemblée. Ce relief n'est rien d'autre que le sentiment de divers plans dans notre perception, et d'une sorte d'éloignement entre eux, aperçu d'ailleurs d'une manière purement qualitative.

Ainsi l'ordre des mots d'une phrase nous apparaît, et d'une manière immédiate. L'homme du commun croit saisir ici une connaissance claire; qu'il nous suffise qu'elle soit assurée. L'analogie du relief se poursuit ici d'une manière utile et exacte. On sait combien ce genre de perception est ambigu, et qu'il suffit souvent d'un événement insensible pour que le sens en soit tout à coup renversé. D'où l'on conclut que l'élément initial nous donne des différences de profondeur non orientées et que seule notre expérience des objets ou des idées que nous avons d'eux, donne un sens absolu au relief. Or, il en est de même touchant le temps. La différence de nature entre les termes qui encadrent, dans notre image du présent, ce qu'il y a de plus actuel, de plus aigu, ne se dessine pas immédiatement. La durée n'est pas d'abord orientée. L'expérience seule nous apprend que l'un des termes perçus dans la forme temporelle est adossé

au passé, et que l'autre est engagé vers l'avenir, que dans cette demi-obscurité semblable des deux côtés, un élément est voué à l'ombre complète, et l'autre à la clarté.

La preuve en est que, souvent nous confondons l'ordre de succession de deux événements très proches l'un de l'autre, pourvu qu'ils soient difficiles à associer mentalement. Ainsi, nous intervertissons les syllables d'un nom, d'ailleurs correctement retenues, et si, d'ordinaire, nous percevons nettement le « sens » du temps, c'est ou bien que nous lions la perception en figures logiquement ou affectivement irréversibles, ou bien que nous prolongeons involontairement l'un ou l'autre des termes, et qu'ainsi nous sortons du bref intervalle où la figure temporelle est donnée d'une manière uniforme et indivisible.

Nous pourrions d'ailleurs comparer ce fait à la distinction des figures symétriques dans l'espace. On sait que les enfants confondent, avec une obstination curieuse les directions, dès que leur corps ne leur est pas un repère immédiat et commode. Ainsi ils distinguent mal entre le b et le d, le p et le q, même entre le b et le p. De même, la distinction de l'avant et de l'après n'a pas, dans la perception immédiate de la durée « in augusto », ce caractère absolu, elle ne correspond pas à cette dissymétrie foncière qu'on lui prête souvent. Tout ce qui peut être dit de la durée immédiate, c'est qu'elle est et qu'elle a une certaine profondeur; tout le reste est dit, non du temps, mais de l'attente ou pour mieux dire de l'homme dans cette attente.

Cette analogie du relief met en lumière le caractère paradoxal de la synthèse temporelle. En effet, nous comprenons que le relief visuel, image tout à fait réduite et presque insensible, se revête aussitôt d'un corps imaginaire partiellement analogue à notre perception accoutumée d'étendue spatiale. Par nos mouvements, n'avons-nous pas appris la signification de la perspective et des plans de profondeur qu'elle détermine, alors même qu'il n'y a aucune affinité entre les détails ainsi interprétés et l'étendue courante, que nous révèle ou bien la vue elle-même dans un plan oblique, ou bien le toucher ou le mouvement? Nous ne créons rien, nous associons simplement des éléments de type ancien à des signes nouveaux. Et cela est possible parce que nous tournons autour des objets, que nous approchons d'eux et que nous nous en éloignons, pour revenir à la position primitive après avoir exploré et compris l'apparence visuelle. C'est ce que nous traduisons en parlant de la réversibilité des mouvements dans l'espace.

Mais il en est tout à fait autrement du temps. Comment pourrions-nous explorer le relief temporel de la perception immédiate? A peine apparaît-il, que les éléments s'en détruisent, que les plans successifs disparaissent, car rien ne se reprend au temps. Et à l'image de quoi ferions-nous ce temps, comme nous faisons la profondeur à celle des autres dimensions?

Ainsi le problème de la perception du temps est d'une nature toute particulière. Il n'est fait à l'image de rien, et si nous le représentons souvent par une trajectoire spatiale, nous savons bien que c'est par allégorie et dénaturation.

N'essayons pas d'analyser plus profondément ce sentiment déjà si fragmentaire, car nous nous heurterions ici encore à la loi d'unité matérielle de la conscience. De même que les divers degrés de la cons-

science ne se manifestent que par une inégale clarté des éléments de la représentation, le relief temporel se résoudrait, si nous l'examinions de trop près, en une sorte de halo confus, d'apparence purement spatiale, et nous serions conduits à dire que la durée n'est rien que la synthèse d'un instinct aveugle du temps, et d'une diversité spatiale de la représentation. Peut-être est-ce là d'ailleurs la définition dernière qu'il faille admettre, malgré toute l'ambiguïté du mot *synthèse*.

Mais deux problèmes se posent maintenant.

Tout d'abord, il semble que chaque phénomène ait sa manière propre d'être temporel, qu'il y ait autant de sortes de durée que de types de changement. Pourtant la durée semble foncièrement une. Comment la chose est-elle possible ?

Tout d'abord par simple coordination. Nous apercevons simultanément des événements de divers espèces, et nous remarquons ainsi le parallélisme de leurs cours temporels. Le temps est en quelque sorte la commune mesure de ces altérations parallèles; mais il est clair qu'en s'unifiant, il se dépouille de toute réalité intuitive, il devient un simple être de raison, un ordre de coïncidences.

En second lieu, par groupement et synthèse. Ces phénomènes que nous distinguons dans l'expérience sensible ne se séparent jamais que par quelque artifice; notre expérience, prise comme un tout solidaire et cohérent, change elle aussi, et le sentiment de ce changement, plus confus encore que celui des durées particulières, nous fait éprouver une durée plus ample et comme universelle. Ce sentiment de durée ne nous représenterait d'ailleurs presque plus rien, et se dissoudrait en une sorte de rêve s'il ne reprenait corps dans l'intuition de durées plus particulières.

Existe-t-il des phénomènes qui jouent dans l'intuition du temps un rôle privilégié, qui en soient le thème fondamental, et qui en assurent, en fait, l'unité? Le problème qui est posé ici a son équivalent dans l'ordre de l'espace, lorsque nous cherchons à refaire autour d'un certain espace sensible l'unité de l'espace complet. La solution est évidemment la même. Aucune sensation particulière n'est nécessaire pour nous donner l'idée d'avant et d'après, c'est-à-dire celle de temps abstrait; d'autre part, le temps concret est fait de toutes les figures sensibles du devenir, et c'est l'appauvrir qu'en supprimer une. Mais de même que les éléments kinesthésiques remplissent et complètent silencieusement les intervalles sensibles, et, peuplant les divers espaces, leur servent de lien et comme de médiateurs, ainsi beaucoup d'auteurs ont cherché un élément organique auquel serait attachée essentiellement la perception du temps. M. Revault d'Allonnes, par exemple, insiste sur le rôle des sensations viscérales (1): comme le cours du soleil est le repère naturel du temps objectif, et presque ce temps lui-même, ainsi notre corps est le repère naturel du temps subjectif: la durée bergsonienne est simplement la conscience confuse de nos sensations internes, qui peut se poursuivre pendant notre sommeil et nous avertir de l'heure. Qu'elles disparaissent, le sentiment du devenir est aboli. Mach a beaucoup usé lui aussi de cette sensibilité viscérale (2). M. Pierre Janet a critiqué d'une manière excellente cette

(1) *Revue philosophique*, 1905, II, 292. Cf. Bard, *Journal de psych.*, 1922.

(2) Il l'associe d'ailleurs à des pensées quasi spencériennes sur la valeur d'adaptation biologique du sentiment de temps.

conception trop purement physiologique (1). Ajoutons seulement ceci : dans le cas si curieux cité par R. d'Allonnes, la malade privée de sensibilité viscérale, avait perdu la plupart des émotions qui animent notre vie, mais il n'est point dit qu'elle eût perdu le sentiment de la durée. D'autre part, si cette sensibilité, même inconsciente, permet à chacun de nous d'apprécier le temps écoulé, on ne voit guère son rôle dans son appréhension immédiate. Si l'on veut dire que toute notre conscience de la durée prend une valeur émotive, et que, par là, intervient l'état du corps, suivant la théorie de James-Lange, la chose n'est point douteuse. C'est surtout, à vrai dire, dans la perception du rythme qu'intervient le commentaire organique. Beaucoup d'auteurs, par exemple Titchener, la rattachent à des sensations kinesthésiques; même le rythme auditif serait lié à des sensations musculaires, par exemple celles du tensor tympani. Sous cette forme, nous craignons bien que la thèse soit peu défendable; l'élément musculaire a peu de chances d'intervenir beaucoup plus que, dans l'image visuelle, les sensations d'accommodation. Pavlov (2), plus récemment, a mis au premier plan le rôle de l'onde sanguine et de son jeu expressif. Il faut certainement retenir quelque chose de ces remarques, mais non leur attribuer une portée démesurée. Assurément, nous scandons instinctivement tout rythme à l'aide de notre corps, même si nous nous interdisons les mouvements extérieurs. L'attention qui prévoit le retour des temps forts et faibles nous y conforme à l'avance; toutes les modifications physiologiques qui la sous-tendent et en font un objet de conscience imitent et suivent avec elle l'événement régulier; notre respiration, les pulsations de notre cœur, tous les phénomènes périphériques ou internes qui en dépendent, accompagnent le rythme et nous le rendent plus sensible. Mais il ne faut pas en conclure que ce rythme n'existerait pas seul et objectivement; il est antérieur à ce revêtement corporel et il existe hors de lui réellement, et non pas au sens où la pensée préexiste à l'expression.

Disons aussi quelques mots d'une théorie plus obscure, peu vraisemblable, mais qui n'est absurde qu'en apparence. Dans un livre d'ailleurs extrêmement intéressant (3), de Cyon considère le temps comme relevant d'un sens général destiné à graduer et à mesurer la durée des sensations de nos organes spéciaux et de nos mouvements. Il y a donc une perception directe du temps commun, originel, qui se reflète ensuite dans les durées des actes spécialisés. C'est à la fois un temps sensible et un temps actif. M. de Cyon rattache cette perception au labyrinthe de l'oreille et au canal semi-circulaire sagittal. L'argument principal en faveur de cette thèse est que c'est l'ouïe qui donne de la manière la plus nette les impressions du type temporel, et que le type le plus sensible et le plus important d'action à caractère temporel est assurément la parole, qui, dit-il, dépend directement de l'oreille interne.

Il reste dans cette thèse quelque ambiguïté : s'agit-il d'un privilège absolu, ou d'une prédominance de fait? Au premier cas, nous reviendrions à la théorie de Kant, appuyée sur une localisation physiologique précise. Au second cas, nous aurions affaire à une certaine sensibilité interne, associée à l'essentiel de notre activité temporelle, et qui ressem-

(1) Cf. en gén., *L'évol. de la mémoire et la notion du temps*, livre essentiel.

(2) Cf. *Journal de psychologie* 1927, p. 128 et 1928, p. 391.

(3) *Dieu et Science*; cf. également *L'oreille*.

blerait quelque peu aux célèbres sensations d'innervation dont l'existence est si douteuse.

La première interprétation semble plus conforme à l'esprit du livre de Cyon (1), d'autant qu'il rattache également au labyrinthe l'activité calculatoire et nombrante. Elle ne correspond évidemment à aucune donnée précise de la sensation, car il n'est pas un élément de l'intuition du temps immédiat que nous puissions lui rapporter d'une manière indubitable. Elle répond plutôt à un argument à la fois profond et difficile à présenter d'une manière convaincante, et dont on retrouve l'analogie dans la théorie de l'émotion et dans toute théorie de type « périphérique ». Puisque nous agissons dans le temps, en tenant compte des nuances temporelles, il faut bien que dans l'esprit, au centre même de la détermination, il y ait une certaine idée du temps, en fonction de quoi il se détermine. Faute d'une hypothèse analogue, la théorie de l'émotion, telle que la construit James, explique mal pourquoi une pensée suscite une émotion. Le temps « labyrinthique » et « l'émotion mentale pure » sont des médiateurs dont il est malaisé de se passer et qui pourtant ne répondent à aucune image psychologique consciente. C'est pourquoi la thèse de Cyon nous semble mal fondée psychologiquement, mais nous ne pouvons la condamner a priori d'un point de vue plus général. Disons simplement qu'elle laisse subsister bien des difficultés.

Quant à la seconde interprétation, elle est à la fois plus acceptable en apparence, et plus purement psychologique. Mais c'en est justement la faiblesse. Car, en ce domaine, elle crée une sorte de mythe, elle est une spécification assez arbitraire de l'inconscient. Si nous l'écartons, c'est surtout en vertu du vieux principe qu'il ne faut pas, sans nécessité, multiplier les êtres.

Gardons-nous, d'ailleurs, de vouloir réduire à un petit nombre de données représentatives le sentiment de la durée. Si bref qu'il soit, il reflète toute notre sensibilité, toutes nos ressources spirituelles. S'il nous plaisait de nous associer plus particulièrement à l'émotion physique ou intellectuelle du temps, nous pourrions dire que nous appliquons au plus objectif, au plus pauvre des changements naturels, le sentiment de notre propre durée, et que nous en peuplons le monde matériel. Sans faire intervenir cette division contestable des données sensibles, nous pouvons dire d'ailleurs que le temps est naturellement lié au moi. En effet, ce regroupement de la représentation qui définit la durée universelle, son organisation autour d'un groupe particulier d'images, liées à l'état de notre corps, sont les instruments mêmes qui nous ont permis de définir le moi en tant qu'objet de conscience. Nous avons donc le droit de dire que l'unité de la durée et celle du moi sont solidaires et procèdent d'un même principe.

Si le sentiment du présent temporel n'est rien d'autre que celui du devenir, de l'altération inévitable de l'expérience, il doit être, semble-t-il, purement qualitatif. Cependant beaucoup de psychologues, par exemple Titchener, essaient de définir expérimentalement la mesure du champ temporel, la durée du présent immédiat. En réalité, ce que nous mesurons,

(1) Elle est liée par ailleurs à une théorie de l'espace considéré comme nécessairement euclidien.

c'est, par sa trace spatiale qui se détruit progressivement, la persistance du souvenir dans la perception présente, c'est, transposée dans les divers ordres d'expérience, la longueur de la trajectoire lumineuse que laisse une étoile filante. Si l'on divise cette longueur par la vitesse du mobile, on trouvera un temps, et l'on pourra dire que ce temps nous est conservé comme présent. Nous ne voyons pas l'intérêt de cette convention de langage, mais on nous pardonnera de ne pas la critiquer plus longuement. Si les mesures ainsi définies se combinent d'une manière intéressante, il sera facile d'en préciser le sens psychologique; si, comme il est à craindre, étant donné les résultats discordants des mesures, cette étude reste arrêtée au stade des définitions, il est vain de la réfuter à priori. Nous montrerons d'ailleurs que le temps n'est sous aucune de ses formes un objet réel d'expérience; il ne peut donc être mesuré en tant que tel, et nous accepterons ainsi une conclusion que nous avons rejetée en ce qui touche les qualités sensibles.

§ 3. — *Le prolongement des données immédiates.*

Tel est donc ce sentiment de la durée brute, cette nuance trouble de la perception, qui est l'assise de notre connaissance du temps. Il nous faut voir maintenant comment cet ordre de l'avant et de l'après, si sûrement et si mystérieusement aperçu dans l'expérience la plus brève, crée en s'épanouissant, l'image d'ensemble du temps.

Il y a pour lui deux manières de survivre : tantôt il se déploie, sans changer de nature, continûment, il s'approfondit dans les choses elles-mêmes. Ainsi, quand nous regardons un paysage immobile, cette familiarité des images avec elles-mêmes devient plus intense; cette reconnaissance spontanée que les corps ont d'eux-mêmes devient plus dense et plus chargée de sens, le temps s'appesantit dans l'expérience, sans que jamais se soit rompu le contact avec la sensation infinitésimale de durée. Le passé qui se forme sous nos yeux, reste solidaire du présent, la sensation s'endort dans son vieillissement. Mais tel n'est pas le cas ordinaire : soit par l'œuvre des choses, soit par notre distraction, le monde sensible se défait devant le présent et sa profondeur temporelle se perd, aussitôt aperçue. Mais il n'est pas tout entier détruit; et bientôt émergeant, sur un plan déjà lointain, le temps de la mémoire et l'image d'un monde défunt, temps dissemblable et non consubstantiel à l'ancien, temps dénaturé et nouveau. Le présent n'a pas glissé continûment jusqu'à lui, mais il resurgit, il refléurit en lui.

En lui nous ne trouvons plus l'unité vive et objective de la durée primitive, la sienne est d'un autre ordre; c'est une créature ambiguë et faite de plusieurs natures. Elle est celle d'un caractère, d'une personne, elle est celle du Dieu Protée. Tandis que l'espace reste homogène à nos yeux, dans ses régions les plus profondes, avec son apparence corporelle, les figures du temps se multiplient. Il est idée et tradition, il est souvenir, il est ouvrier et l'artiste du présent; tantôt il est donné par un savoir, tantôt par la mémoire, tantôt par une méditation, une émotion et une sorte de piété. C'est pourquoi les anciens ont fait de lui un Dieu, et n'en ont pas fait un de l'espace, exprimant par là qu'en notre connaissance du temps se reflètent tous les modes qu'ont les hommes de connaître et

de sentir. Modes personnels et modes sociaux, car nous ne pénétrons pas seuls dans ces demeures du passé et de l'avenir. Chacun des aspects du temps nous est lié d'une amitié, d'une confiance, d'une piété particulières, dont nous nous sommes instruits par la familiarité des autres hommes, et nous nous dépouillons plus aisément des doctrines qu'ils nous ont transmises que des sentiments auxquels ils nous ont accoutumés. Inconsciemment, nous mettons quelque chose de religieux dans nos sentiments à l'égard du temps, comme s'il y avait du divin évaporé en son déploiement et en sa puissance. Et la manière dont nous l'éprouvons ne dépend pas de nous seuls.

Tâchons maintenant de préciser un peu cette notion.

Le temps peut nous apparaître comme un ensemble de règles d'actions, de conduites. C'est ainsi que M. P. Janet met au premier plan de l'étude du temps, d'une manière très ingénieuse, les trois conduites fondamentales du démarrage, de la continuation, du triomphe. Mais nous cherchons ici comment le temps nous est représenté; à cet égard, agir, éprouver, connaître, ne peuvent être considérés comme synonymes, et l'on ne peut dire sans quelque paradoxe qu'agir dans le temps, c'est connaître le temps. Nos démarches sont ajustées au temps, mais elles peuvent l'être instinctivement, et nous disons alors qu'elles n'en ont pas conscience; elles peuvent l'être intentionnellement, ce qui suppose, au contraire, une conscience au moins obscure. C'est donc par une allégorie audacieuse que nous parlons d'éprouver le temps par l'action.

N'allons cependant pas trop loin dans cette voie, car rien, nous le verrons, ne nous représente à proprement parler le temps. Celui-ci nous échappe en tant qu'objet d'une expérience authentique, ce n'est qu'une idée abstraite, un thème de récit et d'explication. Mais nous le revêtons d'un corps sensible, qui, sans l'exprimer substantiellement, nous le figure dans l'expérience courante. Nous pouvons alors parler d'une connaissance affective du temps, en ce sens qu'il existe en nous un certain nombre de sentiments et d'émotions qui nous semblent liés d'une manière plus immédiate, plus profonde, à l'idée du temps, et qui se sont incorporés à elle pour nous donner le fantôme du temps sensible.

Dans la durée immédiate, les choses nous sont associées, mais dans son prolongement, une division s'établit. Le temps du physicien est un être purement abstrait, une méthode pour associer des situations et des coïncidences, un simple repère qui ne retient plus rien de l'expérience primitive du changement. Nous n'avons là, d'ailleurs, qu'une figure particulièrement précise du temps objectif, qui est un temps de discours, non d'expérience. Que retenons-nous, en effet, du temps dans notre action courante : un schéma verbal parfois purement qualitatif, parfois quantitativement défini. Les termes de la durée, les heures, interviennent seuls pour guider l'immense majorité de nos conduites; l'avant, l'après, considérés pratiquement nous intéressent seuls; nous ne sommes attentifs qu'aux états successifs de l'expérience, non à son devenir. Ce processus mental correspond nécessairement à la fragmentation de l'expérience en objets.

Mais ne pouvons-nous éprouver d'une manière concrète le prolongement de la durée infinitésimale et brute, avoir l'intuition du temps sur une étendue moins brève? Si l'entreprise est possible, elle est liée au

regroupement de l'expérience dans l'unité du moi; la connaissance de la durée est celle de notre durée, l'image vivante de notre passé et de notre avenir, en tant qu'ils s'enchaînent au présent. Mais comment nous est-elle donnée? De trois manières, semble-t-il : comme une intuition, comme une légende, comme une émotion. Mais ces trois données sont inégalement solides.

Le rêve tenace de beaucoup de penseurs est de saisir dans la mémoire une révélation authentique de l'esprit à eux-mêmes, et une épreuve directe du temps ancien. L'esprit est pour eux, en général, un empire séparé dans l'empire des corps extérieurs, et l'objet d'une expérience plus profonde. Ainsi les corps, privés de mémoire, ne dureraient pas au sens véritable du mot, et les âmes seules pourraient les colorer du reflet de leur propre durée. Nous sera-t-il permis de citer, après Taine, deux pages de Royer-Collard où cette thèse est admirablement exprimée ?

« Ainsi, quoique je connaisse la durée des choses comme indépendante de la mienne, cependant, comme je ne me souviens que de moi, et que ma durée est la seule dont j'ai le sentiment, c'est de ma durée que j'induis la durée des choses ; c'est sur le type de la mienne que je la voyais, c'est par la mienne seule que je puis l'estimer. En d'autres termes nous ne trouvons pas la durée hors de nous; la seule durée qui nous soit donnée est la nôtre. Quand nous l'avons, elle introduit dans notre entendement la conception d'une durée commune à tous les êtres, et indépendante de la nôtre, ainsi que tous les phénomènes du monde matériel. Mais pour apprécier cette durée, pour la soumettre à la mesure, il faut la faire remonter à la source; c'est là seulement qu'elle rentre dans notre puissance, en retombant sous l'observation de nos facultés. Nous ne durons pas seuls; mais dans l'ordre de la connaissance, toute durée émane de celle dont nous sommes les fragiles dépositaires. La durée est comme un grand fleuve qui ne cache point sa source, comme le Nil dans les déserts, mais qui n'a ni sources, ni rives, ni embouchures. Ce fleuve coule en nous, et c'est en nous seulement que nous pouvons observer et mesurer son cours. »

« Vous marchez devant moi : je vous vois ici, et je me souviens que vous étiez là. La durée qui s'est écoulée entre le moment où vous étiez là et celui où vous êtes ici, c'est ma mémoire qui me la donne, ma mémoire, dis-je, et non la vôtre, qui n'est point à mon service. Mais ma mémoire ne peut donner que ma propre durée, elle ne peut pas me donner la vôtre; je ne me souviens que de ce qui se passe en moi, je ne peux pas me souvenir de ce qui se passe en vous. C'est donc ma durée que je saisis entre ma perception actuelle et ma perception passée, ce n'est pas le vide que je saisis entre votre mouvement actuel et votre mouvement passé. Si un temps s'est écoulé entre ces deux mouvements, c'est parce qu'un temps s'est écoulé entre mes deux perceptions ; si je conçois que vous avez duré, c'est parce que j'ai connu que je durais, et si je mesure votre durée, c'est parce que je puis mesurer la mienne, et je n'en sais rien que je n'aie puisé en moi. Ce n'est donc jamais votre durée que j'observe, mais toujours la mienne. Encore moins peut-on dire que c'est dans votre durée que j'observe la mienne, et de votre durée que j'induis ma durée : c'est au contraire dans ma durée que j'observe votre durée et de ma durée que j'induis la vôtre. Avec raison, s'il s'agit d'un corps tel que le soleil

qui dure aussi certainement qu'il est étendu, mais dont la durée, ignorée de lui-même, ainsi que de son étendue, échappe à toutes nos facultés » (1).

On sait avec quelle profondeur et quel éclat M. Bergson a renouvelé ces pensées; la durée est chose d'âme, elle est, un moment, prêtée aux corps dans le scintillement de la perception; mais à chaque instant, ceux-ci reviennent à leur nature brute et à l'oubli; ainsi notre présent se divise; d'une part il est prétexte à l'invention d'un monde objectif, monde abstrait et fait de symboles, d'autre part il s'intègre à un monde durable, omniprésent à lui-même; et se défaisant dans le premier, il se réorganise et se perpétue en celui-ci. Non pas seulement comme chose, mais comme cause. Car si le devenir physique se construit de proche en proche, et peut-on dire, en termes différentiels, celui de l'esprit s'enchaîne substantiellement à tout le passé. Le mouvement infinitésimal est l'ouvrier du monde spirituel. Il nous façonne, et la même intuition le perçoit comme chose et comme puissance, comme œuvre ancienne et comme invention. « Le temps est invention, ou il n'est rien du tout ». Sans doute, cette conscience qu'a l'esprit de sa propre durée, en l'enracinant dans sa propre tradition, est d'ordinaire obscure. Mais il arrive que par éclairs, ou par illuminations moins éphémères, elle nous représente le mouvement le plus profond et le plus original de notre moi, et qu'ainsi, étant une peinture du passé vivant, et une justification de notre action présente, elle soit à la fois connaissance de notre durée et témoignage de notre liberté. Il serait vain de citer les pages où cette théorie est exposée.

Mais si émouvantes, si charmantes que soient ces pensées, nous ne croyons pas qu'elles soient vraies. Certes, un grand orgueil y éclate. Il semble que l'esprit humain soit maître de son passé, et cause de lui-même. Etre son propre héritier, son œuvre propre, être soi, et se connaître tel, c'est là une grande espérance et un empiètement sur l'éternité. Descartes se sentait maître du monde physique par sa pensée, et se haussait même jusqu'au point de vue de Dieu sur la création. M. Bergson laisse les corps à Dieu, et ne réclame pour l'esprit que lui-même. Cela est encore trop. Un théologien dirait qu'il y a une impiété bergsonienne en face de l'impiété cartésienne. Mais l'espoir est vain; il n'y a pas de royaume intérieur de l'âme où l'homme se reconnaîtrait comme sa propre providence. Et c'est une impiété aux pieds d'argile.

L'origine d'une telle théorie est assurément le réalisme dualiste, que M. Bergson propose expressément dans *Matière et Mémoire*. Il accepte comme données séparées l'existence d'un monde matériel et celle d'un esprit, qui se nourrit d'un contact toujours renouvelé avec les corps, où ceux-ci sont transfigurés, et c'est une chose étrange que cette aventure d'un être qui dure, au milieu d'un monde qui meurt à lui-même. Mais si les corps sont au delà de la sensation, s'ils restent en contact avec le moi, comment comprendre ce contact toujours réinventé entre deux êtres qui ne sont pas de même nature? Et pourtant, comment prêter au monde un temps semblable à celui de l'âme?

Nous espérons avoir montré l'impuissance de l'homme à définir au milieu de l'expérience un règne propre au moi. Toutes les parties de cette expérience sont solidaires, et l'esprit, étant dispersé à la surface des corps, ne peut durer autrement qu'eux. La mémoire n'est pas le

(1) In Taine, *Philosophes classiques du dix-neuvième siècle*, pp. 26-27.

priviège de l'une d'elles, et s'il est légitime d'associer l'expérience du temps à celle du moi, c'est, comme nous le verrons, en un sens assez différent. Mais partons de la mémoire, et voyons ce qu'elle nous révèle.

Certains disent que, dans le souvenir, notre vie antérieure renaît, et qu'elle porte témoignage de sa vieillesse et de notre durée. En quoi ils suivent le sentiment commun, qui met au fondement de la mémoire la réminiscence des images anciennes. Mais c'est une pensée bien étrange; d'abord parce que le temps de la mémoire ne diffère pas intuitivement du temps de l'avenir: ensuite parce que le souvenir ne porte pas le signe du passé.

Qu'est-il, en effet ?

Parmi notre expérience sensible vit un peuple d'images incertaines, qui tantôt prennent corps, et tantôt se dissipent et ne sont plus qu'une sorte de halo autour des sensations réelles; du milieu de la perception, un essaim de formes et de paroles vagues surgit, pour une vie plus ou moins brève; l'image la plus familière cède à une pensée nouvelle et moins solide, l'arbre d'hiver reprend ses feuilles, et celui de l'été se flétrit et se dépouille. C'est une phrase qui renaît et nous tourmente, c'est un contour qui se détache d'une impression extérieure et régénère une ancienne figure, c'est un son qui, parti d'une cause insensible, se ranime et prend conscience en nous de sa vieille origine.

Mais il n'y a pas un monde du souvenir entrevu derrière le monde sensible, comme le messager d'une existence antérieure et continue. De même que nous sommes liés au présent, il n'est pour nous qu'une seule forme de réalité. Et il doit en être ainsi : car qui pourrait comprendre ce reflorissement du passé dans le présent, cet affleurement soudain d'une vie ancienne dans le souvenir pur, et quel pourrait être le rôle du corps? D'autre part, l'expérience nous montre que le souvenir ressemble souvent étrangement à la perception réelle, qu'il nous fait illusion; que plus souvent encore il se mêle à elle, la complète, la dénature. Il arrive parfois qu'une image ait tous les traits du souvenir pur. Qu'importe que nous la reconnaissons exactement? Elle semble un cri venu d'un monde plus ancien. Mais bientôt elle se fixe dans le présent, elle s'y enracine; autour d'elle, et adhérente à elle, s'édifie une demeure d'images et de sentiments, comme font autour des annélides certains coraux, lorsqu'ils secrètent un tube autour d'elles, et que, sans les détruire, ils se les incorporent à demi. Dans cette transition insensible, qui dira où meurt le souvenir pur, et son absorption dans le présent? S'il se transfigure ainsi en lui, n'est-ce pas qu'il lui était déjà consubstantiel?

S'il y avait des souvenirs purs, ne serait-ce pas surtout dans ces émotions soudaines où il nous semble revivre tel instant irréfutable du passé? Elles envahissent la conscience d'une brusque lumière, interrompent nos pensées, et ressuscitent dans toute sa vérité l'état de conscience primitif. Mais nous savons que justement les souvenirs affectifs sont indiscernables des affections présentes. Ils sont également forts, et également divers : le trouble de notre corps y joue le même rôle. Ainsi nous ne pouvons dire si l'état ancien renaît numériquement identique à lui-même; certes, la mémoire intervient. Mais son rôle est-il simplement de reconnaître l'identité spécifique des deux états de conscience? Est-il au contraire de réveiller l'état ancien de son existence obscure? Le problème n'a évidemment pas grand sens, et le langage reste libre. Il n'y

aurait de paradoxe que si nous prétendions trouver une différence radicale de nature entre le souvenir et la perception, que si nous prétendions trouver dans le souvenir pur la révélation soudaine d'un temps enseveli. Il nous faudrait alors faire un sort particulier aux souvenirs affectifs. Mais on n'aurait encore rien gagné de réel, car, en analysant de plus près toutes les images que nous attribuons à la mémoire, on verrait qu'elles ne diffèrent par aucun caractère intrinsèque des images sensibles directes, que le corps joue dans leur évocation un rôle analogue à celui qu'il joue dans la perception. Le souvenir pur fuit perpétuellement devant nous.

Comprenons donc la nature du passé que la mémoire nous fait connaître.

Le passé ne se connaît pas en lui-même; de notre point de vue d'hommes, en tant que nous considérons une représentation possible, notre vie antérieure est achevée et détruite. Il ne peut y avoir, dans le souvenir, contact entre le passé et le présent. Nous sommes ici victimes du langage commun, qui parle de réminiscence. Même dans les instants où il semble le plus authentique, le souvenir imite le passé, il le joue comme un vieux texte, en un décor nouveau, avec des intentions nouvelles. C'est un rêve qui n'est pas plus celui de nous-mêmes que celui des choses, sinon dans la mesure où la perception toute entière est nous-mêmes, et qui n'est pas plus du passé que de l'avenir, car nous nous réinventons en lui plus que nous ne nous rencontrons. Et comme chose de conscience, il n'est que dans le présent; ce qui, dans la mémoire, nous révèle la marque du temps, c'est la reconnaissance à laquelle la réminiscence offre un objet semblable à celui de la perception. Mais cette reconnaissance, dans la mesure où elle est intuitive, n'embrasse aucune étendue temporelle. Elle se réduit à cette familiarité instinctive qui est un des éléments d'intuition de la durée brute. Le temps ne dépasse celle-ci que dans la mesure où il devient légende et émotion.

Ce récit qui vient se poser sur les images de la réminiscence, qui nous donne seul la profondeur du passé, comment nous révèle-t-il à nous-mêmes ?

Chaque fois que je réfléchis à ma vie ancienne, j'évoque une légende qui s'est tissée de jour en jour. Et dans cette légende, je ne suis moi-même qu'un nom, un personnage verbal, qui ne diffère pas des autres que j'évoque. Cette image du moi est faite de mots, c'est un savoir dont les formules sont impersonnelles; car je me décris à moi-même avec des phrases qui ont été construites pour d'autres hommes et les caractères qui leur étaient communs. Je parle de moi-même comme d'un étranger.

Cette connaissance est-elle au moins assurée, si elle n'est pas directe? Il ne le semble pas. Elle est assemblée, après coup, d'autant de rêves que de faits réels, elle est incomplète, et souvent illusoire. Les dates se mêlent, les traits se confondent, les figures se transforment. Nous nous décrivons notre enfance suivant les récits de ceux qui nous ont élevés, nous retrouvons dans nos lettres ce que nous avons autrefois connu, senti, jugé, et il nous arrive de ne plus nous comprendre. Rien n'est décevant comme de relire des études que nous avons écrites autrefois; ce sont des corps sans âmes. Il nous faut refaire les plans, imaginer l'intention, retrouver le mouvement de nos pensées. Et quelquefois elles

sont bien mortes. De ces paroles du passé, une partie du sens s'est détruite, et c'est là que nous éprouvons, avec douleur, et avec angoisse, qu'il y a une mort perpétuelle de soi à soi.

Sans doute cette légende de notre vie ancienne n'est pas arbitraire; elle s'appuie sur des documents. Mais elle est étrangement lointaine, étrangement irréelle. Dans ce dialogue avec notre savoir, nous voudrions trouver un témoignage plus fort, et ne pas nous réclamer nos preuves de vérité comme font Télémaque et Pénélope au retour d'Odysseus, et nos preuves ne sont que d'accoutumance. Il faut nous y résoudre cependant, et accepter de nous réinventer toujours notre vie, lui refaisant un caractère dramatique, là où l'oubli a couvert toutes choses d'ombre et d'indifférence, la recréant plus honorable, ou plus douloureuse autour des débris de notre certitude.

Ainsi, je ne connais mon propre temps que par tradition, comme je connais les univers sensibles qui sont propres aux autres hommes. Le dialogue que j'ai avec moi-même est semblable à celui que j'ai avec mon prochain. Et je cloue à la surface de ce passé imaginaire des images vives, comme on cloue des ardoises sur un vieux comble.

Il y a d'ailleurs continuité, car mes paroles elles-mêmes sont choses du présent, et signes du passé. Il n'y a pas une différence de nature entre le commentaire imagé et le commentaire verbal de la vie ancienne, et seule une fausse métaphysique oppose une connaissance concrète à une connaissance abstraite.

C'est pourquoi, en nous, le passé et l'avenir se confondent si aisément. L'un est une ombre qui nous suit, l'autre est une ombre qui nous précède, mais leur nature est la même, et nous leur sommes liés d'une amitié semblable. Ni dans leur apparence immédiate, ni dans le mouvement par lequel nous les reconnaissons comme nôtres, ils ne portent la marque de leur orientation propre. Comme l'imaginaire ne se distingue du sensible que par sa forme indécise et son instabilité, les deux ordres du temps ne s'opposent, intuitivement, que par des caractères d'accoutumance et de familiarité. Mais la différence est souvent insensible, et nos sentiments surtout sont douteux, car, quand il naît en nous de la joie ou de la tristesse, qui peut dire si elles sont choses de souvenir ou d'espérance? Le commentaire raisonnable donne seul à ces images, au fond intemporelles, leur caractère et leur orientation. Le moi ancien n'est qu'un mythe abstrait, une explication de nous-mêmes, un ouvrier imaginaire du présent. Il ne se touche, ni ne se manifeste. Ce n'est que par les mots que nous lui prêtons une existence intuitive. Ainsi, comme nous inventons un monde matériel derrière les apparences sensibles, nous inventons un passé, nous inventons une âme. Mais nous ne les découvrons pas en nous, sinon comme on découvre l'artiste dans son œuvre. Il n'y a pas dans la mémoire de révélation de soi-même à soi-même. Le mythe est rêvé, nous raisonnons sur lui, mais nous ne l'éprouvons pas vraiment, tout ce que nous en disons est dit par symbole.

On dit parfois que le temps nous apparaît comme l'ouvrier du présent, et qu'il nous est représenté comme tel. Entendons par là que dans l'image que nous en avons s'incorpore notre connaissance de toute causalité. Mais tandis que la causalité physique a lieu de proche en proche, il semble que dans l'ordre du moi toute la vie ancienne concoure à déterminer le présent, et que cette influence indivisible nous rende sensible

le temps. La chose est vraie si nous désignons par ce terme « moi » l'expérience prise dans son unité; elle l'est aussi, à ce qu'il semble, si nous entendons la gerbe lentement assemblée de nos conduites, de nos habitudes, en un mot notre caractère. Mais comment ce lien de causalité peut-il nous être donné ? N'est-il pas une simple idée, hors de toute expérience ? Il le semble. Dans le premier cas, il s'agit d'une causalité toute métaphysique, comme ce conatus leibnizien par lequel la monade passe d'une perception à une autre; dans le second, nous ignorons même la nature de l'œuvre; notre caractère n'est sans doute qu'un être de raison, comment aurions-nous l'intuition du mouvement par lequel il se crée à travers le temps ? Ce que nous pouvons dire, c'est que nous associons à la pensée du temps toute une suite de sentiments, d'émotions, à demi-métaphysiques, qui se sont affinés et presque recréés dans notre réflexion sur le devenir de l'esprit et sa loi intérieure.

Quels sont donc, d'une manière plus générale, les sentiments par lesquels le temps prend comme une figure humaine, par lesquels nous touchons en lui la solidarité du présent et de l'avenir ?

C'est tout d'abord la familiarité que le monde éprouve avec lui-même, cette sympathie silencieuse par laquelle il se reconnaît à chaque instant de son devenir; cette société muette qu'il entretient lui-même, et avec sa mémoire et toute sa vie imaginaire. C'est aussi le regret en nous, c'est l'ensemble des sentiments de reconnaissance, de pitié qui se détachent insensiblement de tels ou tels objets et ne s'appliquant à aucun être précis finissent par définir une sorte d'épreuve du temps.

Et c'est, à l'opposé, la sensation du renouvellement de l'expérience, celle de créer un monde nouveau, la fierté de refaire le monde sans le séparer de sa tradition, comme un arbre qui puise par ses racines la sève de ses feuilles neuves. C'est pourquoi nous pouvons dire suivant une pensée célèbre de M. Bergson que l'épreuve la plus forte de la durée n'est autre que notre liberté.

C'est encore l'image de l'ordre, de la destinée régulière, de la loi du monde sensible; en elle nous croyons souvent apercevoir les avenues temporelles de la création, alors que le dépaysement et le sentiment du désordre éveillent en nous l'idée d'un temps impénétrable, et nous murent dans notre présent. C'est de nous connaître, appuyés par toute une vie ancienne, solidaires de nous-mêmes et de tout un monde défunt, d'en éprouver une confiance et comme une dignité, de même que le soldat romain, aux frontières barbares, sentait derrière lui la force des légions et celle de la Ville.

Certains veulent que la notion de durée prenne corps dans l'acte de volonté, où l'avenir serait inscrit dans son lien avec le présent. Cette formule nous semble dangereuse, car elle laisserait croire que la volonté est une expérience primitive et claire. Or, s'il est une notion plus obscure encore que celle du temps, plus obscure même que celle de croyance, c'est celle de volonté. Les recherches des modernes nous ont appris que ce « fiat », cet élan créateur ne correspondait à aucune expérience réelle. La volonté ne s'aperçoit que par ses œuvres; l'homme ne sait rien d'elle que par un regard sur son passé : avant, elle est rêve, espérance, anticipation. Mais nul ne sait qu'il a réellement voulu un acte que lorsqu'il a réellement accompli cet acte. Elle est une des ombres qui nous suivent, comment nous donnerait-elle l'avenir ?

Une remarque analogue pourrait être faite touchant l'effort, au sens où Maine de Biran le prenait. Mais nous touchons ici une donnée plus réelle, dont il importe peu qu'elle soit d'origine centrale ou périphérique, une émotion véritablement éprouvée, dont la forme la plus caractéristique est l'attente, avec ses mille formes. Tantôt c'est un assentiment souriant, curieux du temps nouveau, qui en regarde l'approche avec confiance et déjà le reçoit dans une amitié insensiblement élargie. Tantôt, il s'y mêle de l'anxiété, une patience rassemblée en efforts inquiets, où le cœur se dessèche. Lorsqu'elle se prolonge, elle devient acharnement, refus d'imaginer, accrochage aveugle à l'avenir.

Si l'attente nous est une occasion de connaître la durée, c'est moins en tant qu'elle regarde l'avenir qu'en tant qu'elle délaisse le présent, et nous fait désespérer du passé. Car elle use l'âme, et détruit en elle, par la fatigue, les images extérieures qui d'ordinaire nous distraient. Si la conscience du temps nous semble alors plus violente, c'est que ramenés sur nous-mêmes, nous écoutons le bruit de notre corps, les battements de notre cœur, le rythme de notre respiration, nous suivons les mouvements de nos muscles, qui, étant isolés dans la conscience, sont accrus et prennent une valeur plus grande comme signes, et cela est surtout sensible lorsque l'attente nous devient angoisse. L'esprit compte alors obscurément, et connaît obscurément qu'il compte; son image du temps n'est rien que son inquiétude.

Mais surtout l'attente nous est un prétexte à éprouver le passé. Certes, elle est désir déçu, irritation et sentiment d'impuissance, mais elle est plus encore amertume du temps qui s'est détruit. Chacun des moments qu'elle use devient un thème de regrets. Entre le passé vivant et l'avenir s'étend une zone de vie morte, et nulle part le regret et le sentiment de l'irréparable ne sont plus forts. C'est ainsi que le temps nous est sensible. Il l'est plus encore dans l'angoisse, et la pensée de la mort. Non l'angoisse de telles souffrances ou de tel abandon, mais celle de n'être plus rien, et que tout un monde soit ainsi détruit. Qui n'a senti cette pensée, qui entre dans l'âme, comme une lame tranchante? La coupure est si rapide qu'elle n'est même pas douloureuse; mais le cœur la perçoit plus au fond, il se sent défaillant; ainsi quiconque pense vraiment la mort ne peut le faire sans pâlir. C'est une pensée brève, et presque secrète, aiguë comme le cri de l'hirondelle, ou celui de l'arc entre les mains d'Odysseus, lorsque les prétendants l'entendent, et elle ne s'atténue que par un lent endurcissement, ou par une grande espérance. Car on peut tolérer de n'être plus soi, mais qui peut tolérer de n'être plus rien, s'il en a senti une fois toute la douleur? Comme un cheval renâcle devant le cadavre d'un autre, ainsi l'âme devant ce dénuement.

§ 4. — *Formes extrêmes de l'expérience du temps.*

Nous touchons ici un problème difficile : ces émotions, ces sentiments qui nous représentent le temps au cours de notre vie normale ne peuvent-elles prendre une forme plus intense, plus profonde, plus vraiment révélatrice?

Qui de nous n'a pas entrevu, au moins grossièrement, cette immensité du temps, l'insertion de l'avenir et du passé dans un présent immobile;

qui n'a quelque peu éprouvé cette connaissance religieuse, le nœud du temps dans la durée, ne fut-ce qu'à regarder l'ensevelissement du soleil, sur une plaine nue? Au moment où il touche l'horizon, il s'écrase, nous le sentons si lourd, et sa chute si implacable, que nous oublions toute la science abstraite qui masque dès l'enfance la connaissance immédiate, et qui détourne les yeux non seulement des faits sensibles, mais de l'émotion qu'ils créent; nous reprenons contact avec tout un monde ancien d'événements et de pensées, et nous voyons les Erinnyes derrière le cours du soleil. Nous comprenons ce qu'il y a d'inexorable et de perpétuel dans ce cours d'un astre qui scande notre existence, nous apercevons la marche éternelle du temps.

Il arrive que de l'image la plus fragmentaire et la plus simple gicle, comme le sang d'une artère rompue, un assentiment obscur et inexprimable. Il se fait en nous un grand silence de toute sensation, et nous sommes envahis par une sorte de sérénité, de confiance, comme si notre destinée était désormais claire, comme si le monde marchait dans une voie définie. Nous nous sentions liés à quelque chose qui était avant nous de toute éternité, appelés à l'heure où nous vivons par un cycle prédestiné d'existence, et le présent, exactement assemblé de passé et d'avenir, leur est jointif, comme une pierre d'ogive trouve son équilibre et sa raison dans son exact encastrement.

C'est pour l'âme un grand repos, et une sorte d'enchantement. Elle sent sourdre de la création une amitié silencieuse, qui la pénètre, et qui n'est au fond que le reflet de celle qu'elle-même éprouve envers les choses. C'est un repos et un regroupement; comme une chèvre qui cesse de tirer sur son piquet, l'homme ressent l'ordre du temps et s'en contente. C'est une exaltation, un bondissement brusque du cœur, et chargé de joie. C'est un réconfort, en ce peuplement des choses et du moi par le sentiment d'une providence et d'une dilection particulière du temps. La lumière actuelle rejoint dans le passé la lumière des jours anciens et la complète, le soleil ne nous effraie plus, et dans cet attiédissement de l'âme, et dans cette allégresse intérieure, il semble que la saveur temporelle des choses nous soit enfin apparue.

Tel est le thème sur lequel plusieurs écrivains ont imaginé une révélation directe du temps pur. Théorie singulière et de fortune singulière : les uns croient saisir par là un élément essentiel de la connaissance du monde et d'eux-mêmes, ou toucher un instant cet « être », cette « impulsion », cette « raison » du devenir, qui depuis plus de deux millénaires tourmente les philosophes. Et dans l'ancienneté de cette entreprise, ils voient une justification de tous leurs élans. A travers la forêt obscure des mots et des symboles, ils croient s'acheminer vers une connaissance réelle, vers une intuition fondamentale. D'autres ne voient en ces pensées qu'illusion et arrangements de mots, ils se plaignent qu'on prenne à la lettre et comme expériences des inventions littéraires, ils y dénoncent l'invasion d'une sensibilité et d'un langage mystique, dont la mode renaît toujours, alors même qu'on la croit abolie. Entre un mysticisme qui se satisfait d'expériences fragmentaires et douteuses, et un rationalisme qui condamne au nom d'un idéal impossible, et ne crée rien de nouveau, comment trouver une voie sûre? Indiquons cependant le thème principal.

Parmi les images qui occupent notre conscience, soit que, pleines de hâte, ouvrières éphémères d'autres pensées ou d'autres actes, elles soient

dès leur naissance entraînées vers l'oubli, soit qu'elles déploient plus librement ce qui est en elles, et ne préparent l'avenir que comme un prolongement d'elles-mêmes, comme le fruit qui ne quitte l'arbre que de lui-même, en sa pleine maturité, la plupart ne nous parlent que d'elles-mêmes, et ne nous dépeignent que leur présent. D'autres ont quelque chose de prophétique; elles sont lourdes de passé ou d'avenir, et le temps en elles nous est rendu sensible. C'est un son qui prend un timbre singulier, comme si, par une suite de résonances inconnues, d'innombrables harmoniques venaient, d'un temps plus ancien, s'adjoindre à lui et le transfigurer. C'est une saveur subtile et pénétrante, c'est une autre clarté qui orne ce monde créé. Il se dépeuple de ce qui l'anime d'ordinaire, de son avenir propre, et des émotions qui s'y rapportent, de ce commentaire perpétuel que lui font notre corps et notre parole intérieure, et dans cet isolement une sorte d'*aura* vient vers nous; dans le scintillement du présent, le passé apparaît par transparence, libre de date et de tout repérage. Il semble qu'en de tels moments nous reprenions dans la plus ancienne des demeures notre place d'héritiers, que nous atteignons l'essence précieuse du temps, et que pour un instant, sans inégalité, nous le regardions face à face.

Pensée obscure, et pleine de doute. Mais cette révélation soudaine du temps à l'âme serait si instructive et si importante qu'il vaut la peine d'y réfléchir.

Croirons-nous donc que le cours du temps soit devant nous, que nous puissions enfin le voir transversalement? Le voyons-nous goutte à goutte s'écouler de la clepsydre, ou grain à grain tomber du sablier, saisissant par là le rythme même de la création et le sens du présent, non pas de cette manière objective, indifférente, dont nous apparaît le cours d'un phénomène, mais d'une manière plus intérieure, plus essentielle?

Si ce témoignage était vrai, ce n'est pas seulement le temps extérieur qu'il nous rendrait sensible, mais notre propre durée, et nous comprendrions enfin à quel prix nous pouvons nous connaître. Ce n'est pas en effet, en rassemblant notre moi, en en tressant l'histoire, en en rassemblant les caractères individuels, que nous en éprouvons le passé et le jaillissement. Que peut nous livrer la méditation de soi par soi? Un caractère fixé dans l'instant, une certaine forme de sensibilité, un moi social surtout, tissé de croyances, de principes parfois solides, mais dont la juxtaposition seule a quelque chose d'original. Ou bien un moi intellectuel : la raison de Descartes creusant le cogito, le mode pensant de Spinoza, et toujours par des mots et des analogies qui sont étrangers. Si nous arrivons à donner une origine, une date à chaque idée, à chaque habitude, à chaque sentiment, nous ne faisons que l'histoire de nous-mêmes, comme nous ferions celle d'un autre esprit; et nul n'arrive par là aux eaux vives du temps.

Il faut au contraire renoncer à nous saisir en une vue organisée autour du moi, et délier la gerbe de notre passé. Le moi n'est vrai que dans cette dispersion, le sentiment de durée ne se purifie qu'en elle. Il apparaît dans ces images soudaines, qui arrachent avec elles un fil de notre étoffe temporelle. Images, sons, parfums ont capté et usé une partie de notre moi, il n'est rien en dehors des reflets qu'il a égarés dans toutes les parcelles du monde. Si nous voulons libérer le temps ancien, il faut les libérer, et nous chercher en eux. Et cette délivrance a mille formes.

Mais qu'y a-t-il de solide en tout ceci? Faut-il croire qu'en de tels états le cadre ancien de la mémoire soit brisé et qu'à côté de la méditation intellectuelle, à côté des ombres de la vie antérieure ou de l'avenir, égarées dans le présent, il y ait place pour une brève, mais intense révélation du temps? Sommes-nous alors délivrés de cette réorganisation conceptuelle du passé, de cette antithèse laborieusement inventée entre le monde extérieur privé de passé et le monde intérieur de l'âme? Refaisons-nous l'unité de l'âme et du monde sensible, apercevons-nous l'enracinement de ce monde en son éternité, goûtons-nous enfin la saveur profonde du temps? Ou n'est-ce là qu'une illusion?

La réponse dépend ici de ce que nous appelons connaître, et ce cas extrême met en pleine lumière en quel sens nous pouvons éprouver le temps.

Le psychologue qui considère ces émotions intenses et curieuses ne peut que les dissocier en leurs éléments affectifs, et les rattacher à des faits corporels. Il les décrira cliniquement, il les expliquera physiologiquement. Elles se disperseront tout entières en affections matérielles, propres à ces états de psychasthénie que bien des auteurs ont décrits (1), l'épreuve perdra toute signification objective. Nietzsche n'a plus l'intuition du retour éternel, mais il associera à un discours d'ailleurs intéressant les premiers symptômes d'une maladie mentale; la durée bergsonienne ne sera plus que la sensation confuse de nos viscères et leurs exigences.

Assurément, cette manière de prendre les choses est légitime. C'est, nous l'avons montré, la loi inévitable de la conscience de n'avoir prise que sur des images matérielles; l'expérience dans son être brut n'est faite que de telles images. Sans doute elle n'épuise pas la réalité, mais elle épuise tout ce qui est représentable, psychologique. Le reste est métaphysique. Le temps n'est objet de conscience ni au cours de la vie ordinaire, ni même en ces heures étranges où nous croyons parfois l'apercevoir. Par là il diffère de l'espace, d'une manière radicale, parce que l'espace est l'objet d'une expérience fragmentaire mais réelle, au lieu que le temps n'est connu que par allusion. Nous avons beau rétablir la symétrie soit dans le monde métaphysique, soit dans le monde abstrait. Au physicien, elle est entièrement rompue dans l'ordre de l'expérience.

(1) Hesnard et Minkovski en particulier se sont attachés aux altérations de la notion du temps. C'est là, d'ailleurs, une rubrique très générale. Tantôt nous avons affaire à des troubles de la mémoire, à des déficiences intellectuelles qui dérèglent les conduites et faussent le discours temporel; tantôt nous sommes en face de troubles affectifs qui modifient en sa substance même l'image du temps. Celle-ci est faite, en grande part de cette attention à la vie, de ce goût de l'action, de cet entrelacement d'intérêts et d'affections qui nous lient au monde extérieur et à la société où nous vivons. Que le malade se détourne de la vie active, qu'il devienne indifférent au destin des choses et des hommes, qu'il cesse de s'émouvoir de son propre devenir, et il est donc légitime de dire que le sentiment de la durée s'efface insensiblement en lui.

On pourra par ailleurs rapprocher les faits indiqués au texte de la célèbre illusion du déjà vu. Celle-ci évoque bien en nous une image étrange de la durée, elle est un cas particulièrement prenant d'émotion temporelle. Quant à ses circonstances psychologiques, nous accepterions volontiers une thèse semblable à celle de M. Bergson: une perception brève, aussitôt oubliée, nous rend d'avance familière l'image d'un lien, comme si quelque prophétie venait de se justifier devant nous. Ce fait, qui suppose lui-même une certaine distraction, comme un épuisement de notre attention spontanée, n'est d'ailleurs qu'un prétexte; il est le fragment infime autour duquel cristallise une émotion virtuellement donnée en nous.

Comme l'espace, le temps est construit de plusieurs types d'images, il en est la synthèse, mais la différence essentielle est que les aspects élémentaires de l'espace nous en représentent objectivement quelque chose, tandis que les aspects élémentaires du temps ne sont que des allusions spatiales à un être insaisissable en lui-même. Ce que nous appelons l'expérience du temps, c'est un tissu d'allusions, faites les unes de discours, les autres d'action, les autres d'images, les autres enfin d'émotions; jamais nous ne touchons autre chose que notre présent, et sous le nom de temps nous ne retenons qu'un fantôme spatial et familier. L'attente même, où les sentiments du passé s'entrelacent à ceux de l'avenir, ne nous le représente pas; c'est une émotion qui nous dépeint un trouble actuel du corps, auquel se joignent, comme une légende, les images et les paroles du temps. Mais celui-ci n'est pas donné en elle dans sa nature, et l'espérance ne nous le révèle pas davantage, car elle n'est suivant l'expression de Spinoza, qu'une joie inconstante, née de l'image d'une chose future ou passée, dont l'issue est tenue pour douteuse. Ainsi l'avenir est plutôt présupposé par elle qu'il n'y est ressenti. Pas plus que l'espace ne nous est dépeint dans le souffle du vent, pas plus que l'enfant n'entend au fond d'un coquillage le bruit infini de la mer, le temps n'est présent dans aucune de nos expériences, il y est seulement figuré par simple allégorie. Peu importe que nous tâchions de nous replier sur nous-mêmes comme dans le regret ou l'effort, ou de lier notre sort à celui de la représentation, comme en ces états qui nous donnent l'illusion du temps pur. Cette expérience de la durée rassemble l'esprit, sans le transfigurer, en une émotion plus forte et plus curieuse. Mais le temps ne se connaît pas transversalement, nous le heurtons de front, et sa profondeur ne nous est sensible que dans le jeu spatial des ombres et des figures.

§ 5. — *Conclusion.*

Le temps nous est donc impénétrable, et l'homme n'a sur son passé aucune emprise directe. Il ne se sent pas son propre héritier, si ce n'est par un mythe audacieusement forgé. Le passé est dans notre présent comme l'image des arbres dans l'eau, soumise à tous ses caprices, et l'avenir n'y est pas autrement. N'appelons donc pas celui-ci idée, comme si l'autre était réellement connu puisqu'ils sont le rayon réfléchi et le rayon réfracté à la surface de l'âme.

Sans doute, il peut y avoir des arbres et des nuages, au-dessus de leur reflet. Je veux dire une existence du passé sensible au delà du présent. Mais comme ils ne peuvent nous être connus, nous ne pouvons dire qu'ils soient en nous ou qu'ils soient nôtres. Humainement parlant, ils sont imaginaires. Il ne peut y avoir d'ontologie du temps que si par un élan vers l'ordre transcendant, nous en affirmons la réalité en un lieu que nous pouvons nommer Dieu (1).

Disons donc que Dieu nous prête l'ombre et le discours du temps. Et nous retrouvons en ces mots le paradoxe même de toute la connaissance intellectuelle. Nous voudrions découvrir les choses par une connaissance adéquate et intuitive, mais nous sommes contraints de les inventer

(1) En un sens spinoziste, par exemple.

par une connaissance symbolique. Et cette invention même ne nous est pas compréhensible, et nous ne connaissons pas plus notre sagesse par notre discours que le monde par notre sensation.

Y a-t-il de quoi nous désespérer? Mieux vaut, à ce qu'il semble, donner notre assentiment au mystère intérieur, accepter notre aventure à la surface commune du moi et des choses d'où nous ne pouvons sortir, et faire confiance à la providence commune de notre vie personnelle et du devenir extérieur. Les remarques précédentes nous ont montré que là même où l'esprit croit avoir prise directe sur la trame commune du monde et de l'âme, sur le temps pris comme force ou comme ouvrier des phénomènes, il est victime d'une illusion. Entre l'invention abstraite et l'amitié, il n'y a pas, au delà du sensible, place pour une connaissance réelle.

CHAPITRE IV

L'espace sensible

Le problème métaphysique de l'espace présente à peu près les mêmes difficultés que celui du temps. Quand nous nous demandons à quoi la nature ou Dieu ont égard, dans la réalité première, lorsqu'il veulent déterminer le devenir, il nous est bien difficile de dire ce qu'est l'espace, s'il est une substance ou une simple relation. Ce qui complique la question, c'est ceci : dans la correspondance de la réalité première aux phénomènes nous voyons bien comment des substances métaphysiques pourraient correspondre aux objets (ou nous en avons l'illusion) mais au vide physique devrait correspondre un vide métaphysique, ce qui ne signifie rien. Cette difficulté ne devrait d'ailleurs pas nous émouvoir outre mesure, car s'il existe une réalité première, les divisions n'en correspondent assurément pas aux objets de la perception. Si elle est faite d'âmes individuelles, comme les monades de Leibniz, ces âmes ne coexistent pas dans un lieu, au sens où les corps coexistent dans l'image sensible. Dans la transposition de l'espace et du temps à l'ordre métaphysique, c'est l'espace qui revêt le caractère mystérieux et allégorique que présente le temps à l'intérieur même de notre expérience.

Il semble pourtant que, si la nature de l'espace objectif est solidaire d'une certaine définition de la réalité métaphysique, les difficultés correspondantes ne devraient pas intervenir dans la notion de l'espace expérimental. Sans doute il sera possible de définir cet espace de différentes manières, également légitimes : il y aura un espace-grandeur sensible, ou, si l'on préfère, un espace-corps, il y aura un espace-nombre, un espace-relation. Le seul problème sera de savoir en chaque circonstance de quoi nous entendons parler, et si nous entreprenons de choisir entre ces définitions celle que nous prendrons pour essentielle, il ne s'agira là que d'unifier le langage et d'éviter la confusion.

Pourquoi les philosophes sont-ils donc divisés dans leurs opinions sur l'espace, alors même qu'ils ne s'attachent à aucun mythe particulier touchant la réalité première? C'est qu'ils considèrent confusément la nécessité d'une existence métaphysique de l'expérience, et qu'ils l'imaginent immanente à son existence phénoménale, prétendant imposer à celle-ci des cadres tels qu'ils puissent sans paradoxe être transposés dans celle-là. C'est qu'ils ne sentent pas la transcendance radicale d'une sorte de réalité par rapport à l'autre, ou, si l'on préfère, son caractère

purement symbolique, sa nature de mythe. Ils veulent que le monde métaphysique et que le monde physique objectif soient aperçus au fond du sensible, ils croient retrouver en celui-ci les exigences obscures qui règlent notre discours relatif aux deux premiers, et les paradoxes qui n'ont de sens que pour ceux-ci, et de même qu'ils croient entrevoir l'éternité dans une image mobile qui est le temps, ils espèrent saisir l'espace intelligible à l'intérieur de l'espace sensible.

Une des intentions de ce travail est de montrer justement la transcendence respective des divers plans de la pensée, et l'impuissance où nous sommes de déterminer l'une par approfondissement de l'autre.

Plus nous insistons sur l'unité d'aspect de l'expérience, et plus nous montrons que nulle partie de la représentation ne nous révèle intuitivement quelque chose d'un au-delà, plus nous sommes amenés à affirmer l'hétérogénéité radicale des divers ordres de réalité. Nous ne voyons pas un monde en perspective à travers l'autre. Il n'y a communication entre les différents univers que par simple allégorie. Mais par compensation, il n'est ni nécessaire, ni raisonnable de transférer de l'un à l'autre les obscurités et les antimonies.

§ 1. — *Généralités sur l'espace sensible.*

Dans l'ordre de l'expérience, la notion d'espace est beaucoup plus simple que celle du temps. Sans doute, nous trouverons dans l'unité des éléments dont elle est assemblée, et dans ces éléments mêmes quelque chose d'obscur. Mais il semble que nous la saisissons dans ses aspects, sinon d'une manière adéquate, au moins d'une manière réelle, alors que sous le nom du temps nous n'apercevons jamais que des attitudes spatiales de notre moi.

Au fur et à mesure que notre expérience se développe, le monde physique se distribue en types et en phénomènes individuels. Un peuple d'objets particuliers se substitue à cette donnée confuse, à ces changements indistincts et indéfinis qui sont évidemment notre première image des choses. La notion d'objet et de corps se précise. Mais ces corps sont d'ordinaire séparés les uns des autres, et d'autre part ils se meuvent. Or, il y a quelque chose qui nous est représenté, et qui ne consiste pas en ces corps. C'est ce que nous nommons vide, lieu, espace concret. C'est une donnée de notre perception, et nous pouvons raisonnablement lui donner le nom d'objet, au sens où nous disons que l'arc-en-ciel est un objet, qu'une ombre est un objet. Elle nous est connue par un aspect sensible, elle est une chose qui a quelques propriétés communes avec l'étendue matérielle, et d'autres qui ne le sont pas. En elle existent des parties séparées par des intervalles, et ces intervalles ont une grandeur, ils correspondent à un nombre déterminé de dimensions. Enfin, ce corps étant pénétrable aux corps matériels, à l'inverse des étendues solides, le mouvement y est possible (il est déjà possible dans les fluides). Pris isolément et comme vide, l'espace est donc une certaine espèce de corps ayant une structure et une forme; pris avec des étendues matérielles, il est un milieu intermédiaire, et si l'on considère le mouvement il en est le lieu. de ces étendues,

Nous ne rencontrons donc ici aucune des difficultés préliminaires que nous avons trouvées dans la définition du temps. S'il arrive qu'en parlant de l'espace nous songions plutôt aux mesures correspondantes, qui sont toutes relatives, et à l'espace-relation, en pratique la confusion n'est pas dangereuse, et il est facile de revenir aux définitions précises. C'est ainsi que nous confondons parfois la surface et l'aire d'une figure, l'une ayant quelque chose d'absolu, l'autre quelque chose de relatif. Pour fixer le langage, nous prendrons désormais le mot « espace » au sens d'espace-corps. Tâchons maintenant d'analyser la connaissance correspondante.

Il n'est pas douteux que sous ce nom d'espace nous ne rassemblions des expériences très différentes. Laissons même cette connaissance obscure qui est inscrite dans nos instincts, dans nos habitudes, dans nos conduites, et ne retenons que celle dont nous avons conscience. Nous y trouvons, entrelacés, des représentations, des figures imaginaires, des pensées et des schémas verbaux, des émotions enfin, en un mot toute la complexité qui se manifestait déjà dans l'image du temps. Mais il semble que cette fois, nous puissions distinguer une image centrale, essentielle, et une frange intellectuelle et affective qui n'intervient que comme ornement de la première. Telle est du moins l'opinion courante, qui prend sa forme extrême dans certaines théories *aprioristes*.

Suivant celles-ci, nous possédons une intuition fondamentale de l'espace, que nous évoquons à l'occasion de l'expérience sensible, et dont les sensations les plus simples ne nous donnent que la vêtue intuitive : telles sont par exemple, dans deux ordres de pensée différents, la théorie de Kant et celle de Cyon. Sans aller aussi loin, toutes les théories nativistes distinguent une image essentielle de l'espace et une figuration sensible associée.

D'autres philosophes nient l'existence d'une donnée privilégiée, ils voient dans l'espace une figure assemblée de diverses expériences, mais non pas autour d'une intuition simple et nécessaire.

Il semblerait que l'expérience pût trancher facilement le débat; en fait, il n'en est rien. Car s'il y a des arguments dont le progrès philosophique a fait justice : par exemple, celui tiré de la géométrie, il en est de plus directement sensibles; il y a dans ce que nous appelons couramment l'espace intuitif une unité tout à fait extraordinaire, et que nous ne saurions révoquer en doute, plus frappante encore que celle des objets. Car nous voulons bien croire que les corps ne soient pas tels qu'ils nous apparaissent, mais la structure des intervalles nous semble frapper les yeux. Et ceci favorise les nativistes.

D'autre part, quand nous analysons notre notion, nous y trouvons des éléments sensibles et intellectuels d'origines très diverses, et qui peuvent en certains cas faire défaut séparément. Et ceci semble justifier les génétistes. Mais on leur répondra qu'ils analysent en ce cas les revêtements sensibles de l'espace, liés aux événements que nous lui associons toujours. L'espace lui-même est une donnée intuitive première et inanalysable. Ils demandent alors qu'on leur montre cette donnée séparément et comme chose de conscience, révoquant en doute par système une intuition qu'ils n'arrivent pas à caractériser en eux-mêmes. On voit que ces arguments ont besoin d'être pesés.

Nous adopterons ici une attitude résolument empiriste. En effet, d'une part, même dans le domaine le plus étroit et le plus homogène de la perception, nous n'apercevons pas l'intuition privilégiée à laquelle fait allusion toute théorie aprioriste. D'autre part, la connaissance affective de l'espace s'enchaîne par l'intermédiaire des sensations de mouvement et de contact à la connaissance purement représentative que la vue semble nous donner; il y a entre nos diverses images de l'espace la même parenté foncière qui existe entre les divers modes de notre sensibilité, et ce que nous pouvons appeler les émotions de l'espace appuie et associe aux données purement objectives l'image intellectuelle que nous en avons.

Si la notion de l'espace nous semble confuse et complexe même dans cette partie de l'univers qui nous est la plus proche et la plus familière, si elle nous semble déjà l'œuvre d'une triple synthèse sensible, imaginative et intellectuelle, le fait est plus évident encore dès que nous tentons d'élargir cet espace de l'expérience immédiate, dès que nous lui faisons embrasser, dans son unité intuitive, l'ensemble des régions et des corps dont la science nous enseigne l'existence. Insensiblement, il dépasse la voûte du ciel que les anciens croyaient solide, et croît jusqu'à ces grandeurs démesurées que les astronomes imaginent entre les astres. Mais insensiblement aussi, il se dénature. L'espace proche était une image mêlée de quelque discours, et faiblement émouvante; cet espace lointain n'est plus guère qu'un discours, peuplé d'autant d'émotions que d'images; il est d'abord connu, puis ressenti, et n'est représenté qu'à la fin, et très confusément. Comment cette transition serait-elle possible, si notre perception était centrée autour d'une intuition fixe? Faudrait-il dire que cette intuition va en s'obscurcissant indéfiniment? La chose est peu vraisemblable. Mieux vaut croire qu'elle est dès l'origine tissée de plusieurs sortes d'images qui peuvent se défaire séparément, et qui ne diffèrent que par leur précision et leur clarté.

Revenons un instant sur le premier argument.

Le problème de l'espace a été beaucoup obscurci par la confusion de deux types d'expériences de l'espace, l'une par action, l'autre par images, et plus généralement par notions. Nous retrouvons ici la difficulté qui s'est présentée à nous, quand nous avons tenté de discriminer les conduites du temps et la connaissance du temps. Nous ajustons nos actes à l'espace, soit que nous ayons appris à le faire, soit que nous le fassions par un instinct inné; la distinction de l'acquis et de l'a priori prend alors un sens très simple (1). Mais si nous acceptons ce langage, toutes nos actions, se réduisant à des mouvements spatiaux, nous feront éprouver l'espace, et nous en arriverons à dire que vivre, c'est connaître l'espace, idée irréfutable, mais sans intérêt.

Il semble d'abord qu'il suffise de séparer nettement l'action elle-même de l'image de l'espace qui lui correspond, et de ne parler de connaissance que dans la mesure où cette action devient conscience. Mais l'entreprise n'est pas si aisée. En effet, dans la représentation elle-même nous devons reconnaître une double diversité — l'une est de nuance :

(1) Nous pouvons toujours, bien entendu, prendre par définition « perception de l'espace » au sens de « conduites spatiales ». Cf. Guillaume, *Journal de psych.*, 1924, p. 110, ou H. Delacroix et I. Meyerson, *ibid.*, 1920, p. 377.

à côté des représentations claires existent des représentations à demi inconscientes, latentes, virtuelles, capables en certaines circonstances de reparaître en pleine lumière. Nous retrouvons ici le problème fondamental de l'inconscient : entre le conscient et l'inconscient purement dynamique, qui est un savoir, une habitude, un instinct sans figure sensible, y a-t-il place pour un inconscient fait d'images semblables à celles de l'expérience claire ? — l'autre diversité est d'objet : n'y a-t-il pas à côté d'une connaissance de choses, une connaissance de relations, et ne peut-il précisément y avoir une expérience de l'espace-relation qui compléterait celle de l'espace-corps et qui serait plus difficilement séparable des conduites de l'espace ? C'est l'existence de ces diverses formes de la connaissance qui rend difficile l'interprétation des faits les plus simples.

Dépouillons l'espace des déterminations sensibles courantes, visuelles, tactiles. Il ne reste plus rien qu'un mot. De même, enlevons à un corps ses caractères de forme, de couleur, de résistance, de poids, rien ne subsiste dans notre imagination. Aucune qualité première n'est aperçue hors de ces qualités sensibles. Est-ce à dire qu'elles épuisent notre image de l'espace ? La chose n'est pas sûre ; nous ne saurions nous représenter directement, isolément les sensations de convergence, d'équilibre, pourtant nous admettons en général qu'elles ont une certaine réalité ; qu'elles nous avertissent obscurément de la distance, par un certain contenu représentatif. Or, si nous acceptons l'existence d'images inconscientes de cet ordre, nous ne pouvons exclure à priori l'idée d'un sens de l'espace, ou d'un sens de l'équilibre, s'exprimant en de telles images, et déterminant nos réflexes et nos conduites.

Une difficulté de ce genre se rencontre quand on veut interpréter le comportement des aveugles opérés de la cataracte. Si le sujet réagit à la lumière en portant la main à ses yeux, rien n'est prouvé par là touchant son image visuelle, et en particulier touchant le sentiment de la distance qui pourrait y être enfermé. Il est naturel qu'il localise une sensation d'éblouissement et d'irritation là où il peut y remédier : le lieu d'une sensation, c'est, à certains égards, le mouvement par lequel il peut agir sur elle. Or, il a antérieurement éprouvé des sensations oculaires, sinon visuelles, et les a associées à certains repères tactiles et kinesthésiques. Des sensations analogues, éveillées par la vue de la lumière, le conduisent naturellement à des réflexes analogues aux anciens. Rien en tout cela ne prouve qu'il n'y ait pas dans les données visuelles un élément caractérisant la distance de l'objet, à plus forte raison, que la sensation visuelle soit primitivement non spatiale, et projetée ensuite à distance, à l'intérieur d'une forme tridimensionnelle préétablie, ce qui n'a guère de sens. Tout ce que nous pouvons dire, c'est que le sujet n'associe pas spontanément des mouvements extérieurs à ses sensations visuelles ; *dans la mesure où le sentiment de la distance est fait de tels mouvements, réellement perçus ou simplement imaginés, il ne les perçoit pas à distance.*

Supposons d'ailleurs que le sujet étendit ses bras vers l'objet aperçu pour la première fois. Faudrait-il en conclure que, dès l'abord, la sensation visuelle s'objective dans un espace tridimensionnel, par rapport auquel nos mouvements se coordonnent exactement ? Aucunement. Nous pourrions tout au plus dire qu'il existe un certain réflexe,

une sorte d'instinct moteur lié à l'image purement visuelle. Mais, répondra-t-on, il faut bien que ce réflexe soit déclenché par un élément particulier de l'image. Peut-être, mais la nature en reste tout à fait indéterminée, comme la manière dont le mouvement lui est obscurément préordonné. Quant au mythe de l'intuition homogène de l'espace, nous ne voyons pas en quoi il peut nous rendre intelligible cette préordination.

Voici maintenant le poussin, dont on prétend qu'il picore avec beaucoup de précision les grains qu'il trouve à sa portée; admettons le fait comme exact. Nous dirons donc qu'il tient compte de la distance qui sépare le grain de son bec; mais affirmerons-nous qu'il l'apprécie, qu'il la perçoit, qu'il localise le grain dans un espace intuitif par rapport auquel se règlent naturellement ses mouvements? Autant dire que le sphex possède une image obscure du temps et une connaissance implicite de l'anatomie de ses victimes, qui dirigent naturellement ses actes si curieux. Ce n'est pas là résoudre, mais escamoter le problème.

Nous voyons ainsi qu'il s'introduit une double indétermination dans la définition de l'espace sensible : en effet, nous ne savons pas d'une part jusqu'à quel point nous devons admettre qu'une donnée impossible à isoler et à décrire fait partie de notre image, d'autre part, dans quelle mesure nos réactions impliquent l'existence de telles données.

Prenons encore un exemple de ce fait : nul ne doute que nos diverses sensations tactiles ne présentent une certaine nuance caractéristique, un certain signe local, puisque nous localisons au moins grossièrement une piqûre ou un simple contact. Mais le mot localiser ne doit pas nous abuser : il ne s'agit pas d'associer nos sensations à une certaine intuition de l'espace objectif, mais de les coordonner par l'usage, et peut-être partiellement par instinct, à certaines sensations visuelles, tactiles, et surtout à certains mouvements. Ceci implique-t-il que, dès l'origine ou après expérience, nous soient dépeintes une certaine similitude, une certaine affinité, capables de fonder cette correspondance des excitations tactiles et des réactions motrices? En droit nous ne comprenons pas ce que pourrait être une semblable affinité, qui ne correspondrait aucunement à la parenté fondamentale des divers sens que les Grecs avaient déjà observée. En fait nous ne voyons pas qu'elle nous soit représentée. Comment d'ailleurs le serait-elle, étant une relation qui ne peut être objet de conscience qu'à l'intérieur des termes sensibles, et qui ne s'explique que par le discours? A la fin de ce chapitre, lorsque nous parlerons de l'unité de l'espace sensible, nous essaierons de montrer qu'il n'existe pas de sentiments d'attitude, de relation, et plus généralement d'expérience dynamique d'aucune espèce; mais dès maintenant, nous pouvons éliminer cette source de confusion dans la description des données concrètes. Quant à la difficulté tirée des éléments de la perception, voici ce que nous dirons : nous distinguerons les images objectives qui nous représentent un aspect défini et solide de l'expérience, par exemple celles de la vue, — les images subjectives qui se rapportent plutôt à des corps individuels, par exemple celles de notre sensibilité cutanée qui nous décrivent la surface de notre corps, plutôt que le monde extérieur, — enfin les signes, qui sont des images trop pauvres, trop confuses, ou trop peu concrètes pour figurer en acte dans notre perception de l'espace, mais qui peuvent être le point de départ de mouvements, d'émotions,

d'évocations d'images; c'est ainsi que nous opposerons les signes visuels du relief à la perception totale du relief. Sans doute, toute image peut jouer le rôle d'un signe, et un signe n'est qu'une image insensible, mais la différence d'accent est réelle.

Nous voudrions maintenant analyser les éléments de la perception de l'espace. Mais ici encore se présente un doute. Faut-il croire que ces éléments sont simplement assemblés dans la perception totale, qui ne les unit qu'en les ajoutant? Faut-il croire au contraire qu'ils ne sont que des aspects dérivés, des produits de désintégration que nous obtenons quand nous appauvrissons d'une manière systématique, en fait ou en imagination, notre perception normale? La première hypothèse est bien artificielle, en certains cas; la seconde est trop facile. Il n'est pas douteux que la forme d'un ensemble de points ne soit une donnée irréductible, très différente de la somme des images des points individuels; mais il faut éviter de multiplier ces notions premières, d'inventer un sentiment *sui generis* du relief, au delà des images élémentaires dont il est assemblé, d'introduire une intuition inanalysable de l'espace global, radicalement différente des espaces élémentaires. Mais c'est seulement en réfléchissant à la fin de ce chapitre sur l'unité de l'espace sensible que nous pourrions préciser la réalité des aspects élémentaires que nous allons considérer.

Certains auteurs se sont demandé s'il n'y avait pas des éléments capables de nous donner par privilège la notion d'espace. En est-il qui soient suffisants, en est-il qui soient nécessaires? Si l'on suppose que nous portions en nous une forme toute prête, pour y projeter mentalement les phénomènes, forme dont la structure est connue intuitivement et à priori nous pouvons nous demander quels sont les caractères sensibles des objets qui éveillent en nous l'idée endormie, et qui nous permettent de les y disposer. Mais nul n'accepte plus la question ainsi posée. Poincaré soutient que le concours de tous les sens est nécessaire pour nous donner une idée de l'espace. S'il parle de l'espace normal, dans sa complexité, il a sans doute raison. Car c'est un fait que tous nos sens interviennent à quelque degré dans cette image, et que, même, beaucoup de nos modes de sentir, d'imaginer, d'être ému, y ont leur reflet, car l'espace est pour chacun de nous une sorte d'œuvre d'art. En ce sens, les aveugles qui se font un point d'honneur, avec M. Pierre Villey, de posséder l'idée complète de l'espace, se font d'étranges illusions, car le clairvoyant, assurément, en a une notion plus complète, où l'élément visuel joue un rôle fondamental. Mais on pourrait aller très loin, et soutenir que deux individus n'ont jamais la même image de l'espace. Il y a en fait une infinité de notions possibles de l'espace : le mot nécessaire ne s'entend que par rapport à tel type d'espace, pris en son unité concrète, et il ne signifie rien d'autre que ceci : élément qui intervient dans cet universel concret.

Il s'agit, en réalité, de savoir s'il y a des éléments essentiels, fondamentaux dans la notion d'espace, et d'autres qui sont superficiels et accidentels; s'il y a un espace type, dont les autres ne sont que des variantes plus ou moins imaginaires.

Lachelier a soutenu que l'espace visuel était la trame essentielle de tout espace. Théorie paradoxale, car il n'a jamais expliqué bien clairement pourquoi il déclarait cet élément nécessaire, fondamental et

pourquoi l'espace des aveugles était inférieur. Hering a lui aussi attribué à l'espace visuel un rôle primordial, et on trouvera dans certains articles plus récents d'Enjalran des thèses analogues et assez étranges, exposées surtout d'un point de vue psychologique. En sens inverse, M. Bouasse déclare que l'espace est une notion essentiellement tactile et motrice. De Cyon affirme que c'est une donnée sensible spécifique, ayant pour organe les canaux semi-circulaires de l'oreille interne. Ces canaux sont, d'après lui, excités par les vibrations sonores qui traversent la tête, et ils nous donnent l'image fondamentale de l'espace, ordinairement inconsciente, mais que nous pouvons saisir directement par un effort d'attention ou à la faveur de circonstances anormales. Il accepte l'opinion de Hering, suivant laquelle des appareils sensoriels spéciaux sont nécessaires pour atteindre l'intuition d'ensemble de l'espace, mais il les sépare de ceux de tout autre sens.

Or, que veut-on dire au juste en parlant d'éléments essentiels ?

Pour beaucoup de philosophes de l'école classique, la question équivalait à la suivante : quelles sont les propriétés empiriques qui suffisent à nous donner les éléments de la géométrie ? En effet, disaient-ils, la connaissance de la géométrie est intimement liée à celle de l'espace. Aussi pensait-on avoir fourni un argument décisif en montrant que les aveugles pouvaient faire de la géométrie, c'est-à-dire connaître la géométrie qui exprime la structure même de l'espace intuitif. Mais nous savons que la géométrie n'a rien à voir avec l'espace intuitif, quoiqu'en pense Kant ; les figures sensibles les plus incomplètes nous sont une occasion, un prétexte à raisonner géométriquement. D'autre part il n'y a pas une, mais des géométries, suites de raisonnements abstraits, qui peuvent, accidentellement, trouver dans le sensible une origine ou une application. Si l'on veut voir comment un groupement de données aussi particulières que l'on veut peut correspondre à une géométrie, il suffira de se reporter au livre de Jean Nicod : *La géométrie dans le monde sensible*, où l'auteur a curieusement illustré d'exemples sensibles les géométries les plus pauvres.

Voudra-t-on qu'un espace enferme tout l'essentiel si les figures dont il est peuplé suffisent à nous suggérer les notions et les axiomes de la géométrie euclidienne ? Mais pourquoi celle-là en particulier ?

Cherche-t-on quel aspect possède le caractère tridimensionnel et les propriétés bien définies de l'espace du discours ordinaire ? Mais c'est un paradoxe de l'attribuer à la vue ; l'espace tactile et musculaire est entièrement amorphe ; quant à l'espace de Cyon, il est insaisissable et probablement illusoire.

Veut-on dire que les éléments essentiels de l'espace sont ceux qui nous permettent d'y marcher et d'y vivre ? Alors, il est certain qu'un aveugle, qu'un sourd vivent, mais qu'un être entièrement privé de sensations tactiles et musculaires ne vit pas. La trame fondamentale de l'espace sera donc faite des sensations communes à tous les hommes capables de vivre vraiment. Seulement, c'est là une raison bien accidentelle et d'autre part, cela n'empêche pas que, chez le clairvoyant, des données visuelles moins nécessaires peut-être, mais plus étendues, plus claires et plus précises ne viennent compléter et même suppléer celles du sens musculaire et tactile. Nous pourrions dire en particulier que la représentation essentielle de l'espace est celle qui nous permet de main-

tenir notre équilibre et de régler nos gestes. Nous retrouverons ce problème à propos des sensations d'équilibre, et des suppléances visuelles.

Dira-t-on que l'espace fondamental est celui qui nous permet de reconstruire une image d'ensemble du monde matériel et une physique géométrique? En fait, il est certain que si les hommes n'avaient pas eu des yeux pour étudier le monde, des muscles pour y agir, des oreilles et une voix pour communiquer entre eux, ils n'auraient construit ni géométrie, ni physique. Mais en droit la théorie physique est faite de signes abstraits, qu'un aveugle comprend parfaitement. Il ne reste donc que ceci : d'une part, on voit mal un physicien aveugle; d'autre part, dans l'illustration des théories abstraites de la physique, on emploie des modèles intuitifs visuels et tactiles, plutôt que sonores, mais ce fait qui semblait avoir une signification philosophique considérable en a perdu la plus grande part, depuis que nous avons senti l'inadéquation foncière de ces images à la réalité physique.

Cherchera-t-on enfin quels éléments prédominent en fait chez les sujets normaux? Assurément, dans la perception des clairvoyants la vue occupe toute l'attention. Mais, fermons les yeux, et imaginons l'espace : la situation change, et si beaucoup peuplent cet espace d'images visuelles, d'autres, dont l'auteur de ce travail, le peuplent d'images essentiellement motrices, d'autres enfin arriveraient sans peine à ne se représenter en lui que des sons dispersés en tous sens.

En résumé, l'intuition de l'espace est un tout concret, assez mal déterminé, dont nous ne pouvons dire que tel élément en est l'essence, ou même le fondement principal. Un espace appauvri peut avoir encore un grand intérêt, mais il n'équivaut pas à l'espace total. Tout au plus peut-on dire qu'il nous suffit à vivre, et à constituer une géométrie, semblable ou dissemblable à la géométrie traditionnelle, ce qui est tout à fait contingent.

Est-ce à dire qu'il n'y ait entre les divers aspects de l'espace sensible aucune subordination? Assurément non. La trame la plus grossière et la plus générale de l'espace est faite de données motrices; le toucher caractérise les objets solides, la vue étend et précise notre image. Mais si l'un de ces éléments nous manquait, il serait suppléé par un autre. C'est pourquoi il est très difficile de délimiter les aspects élémentaires actuellement inhérents à la perception, parce que nous avons tendance à leur substituer ce qu'ils sont en puissance et ce qu'ils deviendraient si, étant réduits à eux, nous les approfondissions.

§ 2. — *Les données visuelles.*

La vue est le plus précis, et par là même le plus important des sens. Notre image visuelle de la nature semble le centre même de la connaissance sensible.

Pourtant ce rôle de la vue est moins constitutif, qu'il n'est d'achèvement. Ce qui en fait l'importance c'est qu'elle nous permet des déterminations précises, c'est que, présente dès l'origine dans la formation de la notion d'objet, elle intervient la dernière pour en définir la grandeur, la forme et la mesure. Si nous nous contentons d'une connaissance quali-

tative, ce n'est pas elle qui nous définit l'étoffe des objets, mais bien plutôt le toucher. Or, quand nous pensons à l'espace sensible, nous n'avons pas dans l'esprit des contours et des déterminations précises, puisqu'il est un objet amorphe et indéfini. Les déterminations de l'espace sont en réalité des déterminations des objets regroupés mentalement, de manière à définir par abstraction, les propriétés géométriques de l'espace. Ainsi, la description séparée de l'espace visuel est assez artificielle. Elle correspond à une partie seulement de notre notion, et à une reconstruction fictive.

L'espace visuel pose déjà presque tous les problèmes que nous retrouverons à l'occasion de l'espace total.

Ce que nos yeux nous montrent d'abord, c'est un objet indéfini et étendu. La sensation d'étendue est un élément irréductible. Elle est ébauchée dans l'image la plus étroite; l'expérience agrandit les figures et éclaire en elles ce caractère particulier. A la notion d'étendue est liée celle de partie et de tout, de contenant et de contenu.

Que l'on ne puisse définir constructivement d'une manière abstraite la nature concrète de l'étendue, et les rapports qui s'y rattachent, cela saute aux yeux. Quand Leibniz définit l'espace : *ordo coexistentium*, il ne prétend pas sans doute nous donner la substance de notre image sensible de l'espace. Il veut dire que cet ordre est tout ce qui est exprimé dans le plan architectural que Dieu et l'intelligence humaine ont de l'univers. Peut-être admet-il aussi que cette définition vaut comme signalement, qu'elle nous permet de reconnaître parmi les aspects de l'univers ce qui en constitue le caractère spatial. Mais cela est impossible. En effet, il y a une infinité d'éléments coexistants dans l'expérience, et une infinité de manières de les ordonner, de tel ou tel point de vue. Les harmoniques d'un son fondamental se disposent simultanément au-dessus de lui, avec les additionnels et les différentiels; leur intensité relative est elle aussi ordonnable. De même nos pensées s'entrecroisent au cours du temps bien que leur multiplicité à un instant donné ne soit pas à proprement parler spatiale. Si l'on ajoute que l'espace est caractérisé par la juxtaposition de parties extérieures les unes aux autres, ceci n'a de sens qu'à la condition d'avoir mis la notion d'espace à l'intérieur de celles de « parties » et de « tout », d'admettre implicitement que cette « composition » est spatiale; sinon le temps est aussi *partes extra-partes*, et un accord musical ne l'est pas moins. On ajoutera peut-être que, en fait, toute multiplicité d'apparences suppose une multiplicité de causes spatiales, dont elle est le signe. Cela est possible, mais est tout à fait étranger à la perception de l'espace sensible. D'autant que ce rattachement de phénomènes par eux-mêmes peu spatiaux à des causes localisées suppose toute une critique de la notion d'image et d'objet, si corroserie qu'elle rongera la réalité du phénomène cause toute entière.

L'apparence propre de l'étendue est un fait primitif, et rien ne permet de la définir, sauf la ressemblance qu'elle a avec elle-même, en dépit des différences de forme et de couleur de l'objet qu'elle caractérise. Demande-t-on pourquoi nous reconnaissons aussitôt que le bleu et le vert sont des couleurs, et non pas l'amer ou le grave? De même, les yeux perçoivent assez clairement l'opposition du haut et du bas, de la droite et la gauche. Ainsi s'établissent les principales déterminations de l'espace visuel; les notions de point, de surface, les relations d'inclusion, de

distance et de forme, la grandeur et le mouvement, l'égalité et la symétrie.

Essayons rapidement d'indiquer ce qu'il y a d'immédiat et de dérivé, de spontané et de construit dans ces données, même quand on n'en retient que l'élément visuel. On trouvera de plus amples développements dans la dernière édition de l'*Optique physiologique* de Helmholtz, ou dans le livre déjà ancien, mais excellent, de Bourdon : *La Perception visuelle de l'espace* (1). L'existence de ces ouvrages nous permettra de procéder par allusions, notre dessein n'étant évidemment pas de faire ici une « Somme » relative à la notion d'espace, mais de chercher quelque enseignement d'ordre plus général.

La plus simple des perceptions visuelles est déjà une œuvre d'art. Elle résulte d'un concours d'impressions, d'équilibres sensoriels, de souvenirs et de perceptions. Le contour d'un arbre ou d'une église est donné dans le présent, au moins sur une certaine étendue. Mais c'est que nous prolongeons, ou par des mouvements inconscients, ou par l'imagination, notre champ de vision claire. La donnée purement passive est peu de choses, à côté de l'œuvre de l'esprit, soit que celui-ci apporte par le souvenir des matériaux qui se confondent avec ceux de la sensation, soit qu'il se contente de guider par l'attention corporelle ou mentale la marche de l'image. Et la distinction est singulièrement délicate, puisque nous ignorons les conditions de fonctionnement intérieur de la rétine, et l'action que l'esprit peut avoir sur elle (2).

Déjà, la sensation de couleur est l'œuvre de tout un travail, et l'on peut mettre en évidence, par divers phénomènes, l'intervention croissante des éléments non physiologiques. Le phénomène de Purkinge nous montre que les qualités de la sensation visuelle ne sont pas indépendantes, et que la nuance est liée à l'éclat. Il semble que ce soit là un fait d'origine purement physiologique. De même le phénomène de Tait et Rood ou la coloration des images consécutives. Mais les faits de contraste sont déjà ambigus : Helmholtz montre que, par un effort d'attention, nous pouvons réagir contre la fusion spontanée du rouge et du bleu en violet, et séparer les couleurs fondamentales. Enfin l'illusion signalée par Meyer semble d'origine purement psychologique. Elle correspond à une rectification inconsciente de la perception, dont nous ignorons le mécanisme et contre laquelle nous ne pouvons que peu de chose. Pourtant la couleur des objets semble en être le caractère le plus objectif. Toute autre perception semble douteuse et artificielle auprès de celle-là. Qu'il s'agisse de la grandeur des objets ou qu'il s'agisse de leur forme, l'étude des illusions optiques nous montre ce concours extraordinaire de l'imagination, du jugement et des sens. Et plus il est prouvé, plus incompréhensibles en sont les voies et les intermédiaires. L'activité mentale complète, elle organise, parfois même elle dissimule les données immédiates de la sensation, celles-ci n'étant d'ailleurs qu'une fiction, puisque nous ne saurions les percevoir isolément. L'attention intervient soit dans sa fonction d'approfondissement, soit dans sa fonc-

(1) On consultera aussi Fröbes, *Lehrbuch*, Tome I.

(2) Si, comme semble l'admettre James, des souvenirs peuvent déterminer des images complémentaires, il faut admettre que non seulement le cerveau, mais la rétine elle-même sont de nouveau excités. L'action du souvenir se confond alors avec la disposition physiologique de l'organe.

tion de reconstruction, de recreation, mais la sensation brute nous est inconnue. Nous l'entrevoions seulement dans les illusions optiques, parce que nous pensons pouvoir déterminer certains des caractères qu'elle devrait avoir normalement, étant subordonnée au phénomène physiologique de l'impression. A vrai dire, ce que nous contrôlons, c'est la structure de la cause extérieure, alors que la disposition de l'organe et la nature de l'impression correspondante restent partiellement indéterminées. Le rôle des mouvements inconscients des globes oculaires, la fatigue des éléments rétinien, restent mal définis; aussi n'arrivons-nous presque jamais à déterminer si l'illusion rentre dans le type physiologique ou psychologique (1).

Le daltonisme est une altération de la perception normale, où l'œuvre propre de l'esprit est nulle. Être aveugle n'est pas, au sens courant, une illusion des sens. Mais il est des cas étrangement ambigus : l'hémianopsie de certains hystériques semble d'origine psychologique, puisqu'elle disparaît dans certains états. Les effets d'irradiation et de constrate sont difficiles à interpréter. On connaît un grand nombre d'illusions et on en découvre tous les jours, qui sont parfois nouvelles, plus souvent des variantes des précédentes. Or, il faut bien avouer qu'elles sont entièrement inexplicables. Le nombre même des explications que l'on propose, sans moyen de choix, prouve qu'il n'en est pas une qui s'appuie sur un argument solide et véritable. Tout ce que l'on peut faire, c'est de mettre en évidence ce qu'elles ont de commun.

A vrai dire, il n'existe guère d'illusions purement visuelles. La plupart d'entre elles sont des illusions de position, de direction, où les sensations visuelles servent de signe, comme les sensations musculaires. C'est que l'image visuelle est le résultat d'une interprétation perpétuelle en fonction des expériences anciennes les plus courantes, la sensation ne sert bientôt que de signe. C'est l'idée chère à Helmholtz. Mais il faut bien l'entendre : ordinairement, le signe et la chose signifiée sont distincts, et nous passons de l'un à l'autre par la pensée. Ainsi un nom est le signe d'une chose visible, sans que ce son et cette image aient un corps commun. Rien de semblable ici. Le signe est incorporé à l'image, il est complété par elle. Il s'irradie en elle. Sans quoi, toutes les sensations passeraient leur vie à être signe de quelque chose qui ne serait rien, et on se demande de quoi le souvenir serait fait, à moins que par une étrange transfiguration, le souvenir d'un signe ne devint une chose.

Ce qu'il y a de mystérieux dans la synthèse du sensible à l'intérieur de l'image apparaît dans deux aspects particuliers : celui de la grandeur absolue, celui de la direction absolue des images.

Qu'est-ce que la grandeur visible d'un objet? Il semble que ce soit une donnée immédiate, car si nous juxtaposons deux statuettes inégales, nous jugeons de leur rapport assez correctement, ce rapport est à peu près celui des angles sous lesquels l'observateur voit ces objets. Il semblerait donc que la grandeur de l'image rétinienne fût la mesure naturelle de celle de l'objet, et l'élément déterminant de la perception.

(1) Cette difficulté se retrouve en toute circonstance : dans la perception, des formes complètes chez les hémianopsiques et les hémiambyopsiques, dans la préperception du relief que Helmholtz a mise en relief (cf. Pillsbury, *L'attention*, tr. fr., p. 45).

correspondante. En fait, il n'en est rien. Cette sensation de grandeur qui nous paraît si distincte dans l'image, et, en elle-même simple et indécomposable, nous ne l'éprouvons pas dans bien des cas où l'impression rétinienne existe certainement, ou du moins elle ne lui correspond pas exactement. L'image d'un homme qui s'éloigne rapetisse moins à nos yeux qu'elle ne devrait faire. La perspective des peintres est plus vraie pour nous que celle des géomètres. Pourtant celle-ci correspond assez exactement aux variations de l'image rétinienne. Même, certains faits sont mathématiquement et physiologiquement incompréhensibles : ainsi l'existence des grandeurs absolues, qui sans être définies d'une manière rigoureuse, représentent pour les yeux quelque chose de réel. On dira communément que le soleil est à l'horizon rouge comme une orange, mais beaucoup plus gros, qu'il est au zénith grand comme une assiette, et qu'il prend au couchant la dimension d'un grand plat. Les anciens Chinois définissaient le « li » comme la distance à laquelle, en plaine, un buffle semble gros comme un homme. Toutes ces formules sont théoriquement absurdes, et pratiquement ont un sens sur lequel nous ne nous trompons guère.

Dans la sensation de grandeur se mêlent d'ailleurs des éléments assez divers : les uns sont proprement géométriques, les autres correspondent à des estimations plus affectives et plus compliquées, et l'on pourrait aisément lui appliquer ce que M. Bergson, en un chapitre bien connu, a dit de l'intensité des états psychologiques ordinaires. La plupart du temps, les objets nous apparaissent moins sous l'angle du plus grand ou du plus petit que sous l'angle du démesuré ou de l'exigu, de l'immense ou du dérisoire. Pour que la comparaison de deux grandeurs soit valable, il faut que nous ayons ramené les objets aux mêmes conditions d'appréciation affective afin que la différence qui les sépare soit purement représentative. Et ce que nous appelons grandeur absolue, c'est au fond celle de l'objet considéré dans certaines conditions normales, indifférentes ou neutres affectivement. Ces conditions sont assez mal déterminées, et de là naissent des illusions fréquentes et bien connues.

Il serait vain d'ailleurs d'opposer la perception aux jugements de grandeur, dont elle est l'origine. Car si le jugement est inévitable, il fait corps avec la perception, et c'est seulement par artifice qu'après coup nous appelons perception l'élément sensible dépouillé de ses illusions.

Ceci admis, nos perceptions de grandeur absolue ne correspondent pas toujours, même dans la zone d'indifférence affective, à la grandeur de l'image rétinienne correspondante. Pourtant cette grandeur absolue a un sens indéniable. L'exemple le plus frappant est dans l'apparence des astres à l'horizon. Le soleil et la lune y semblent étrangement agrandis et déformés, quand les mesures mécaniques ne marquent aucun changement. Aucune explication solide n'a encore été donnée de ce phénomène, soit qu'on le rattache, suivant une théorie qui vient de Ptolémée, au compte que nous tenons de leur distance apparente et à la forme surbaissée de la voûte céleste, soit qu'on le rapproche d'un fait plus général ; l'appréciation différente des intervalles dans un plan horizontal et dans la direction du zénith.

Comment d'ailleurs la distance apparente ou imaginaire de l'objet peut-elle intervenir dans l'appréciation de la grandeur ?

On a essayé de donner des formules précises pour ce phénomène. Ainsi M. Piéron (1) rappelle une loi de Giraud-Teulon et Parinaud, « La grandeur apparente est celle de l'objet tracé sur le plan de convergence des deux yeux ou plan de fixation, donnant une image rétinienne de la grandeur de celle qui se peint à ce moment sur l'œil ». Mais l'application de cette loi est ici impossible. En effet, qu'un astre soit au zénith ou à l'horizon, notre plan de fixation est à l'infini. Il n'en est pas ici comme lorsque nous fixons avec un œil un objet qui se rapproche ou s'éloigne, tandis que l'autre fixe un objet invariable : la grandeur apparente de celui-ci décroît ou croît parallèlement.

Peut-être avons-nous là cependant un moyen de ne pas faire agir la distance simplement comme idée. Nous pourrions dire que ce qui intervient alors, c'est la différence entre les conditions de fixation effective et les conditions normales. Celles-ci ne sont pas définies dans la direction verticale, elle le sont, au contraire, dans le plan horizontal, qui est celui de l'action familière. Mais quelles sont-elles ? (2).

On pourrait dire que la distance normale d'un objet n'est rien que sa distance la plus ordinaire, et de même son apparence. Mais les mêmes objets nous apparaissent à chaque moment différemment éloignés, et sous divers aspects. Comment choisir entre eux ?

S'il s'agit d'objets d'usage courant, la distance normale est limitée par le domaine par lequel nous avons coutume de les manier. La grandeur absolue est alors déformée par un complexe d'images tactiles et visuelles, dont la mesure naturelle est notre corps. Sans doute, à l'intérieur même de ce domaine, un même objet peut déterminer des images rétiniennes de grandeurs très différentes, mais d'une part si nous connaissons déjà l'objet, le schéma tactile réagit sur la perception visuelle, et la fait passer au second plan, d'autre part il semble qu'il y ait en nous une sorte de rectification visuelle spontanée, et de réduction à un même plan. Ce que nous savons des choses y entre pour beaucoup.

S'il s'agit d'objets non maniables, la distance et l'aspect normaux sont ceux qui correspondent à une perception privilégiée, celle où les détails principaux apparaissent assez nettement. L'horloge d'un clocher m'apparaît nettement plus petite qu'elle ne l'est normalement, lorsque, n'y distinguant plus les aiguilles et les chiffres, je ne la perçois que comme une tache blanche. Sans doute, il y a quelque arbitraire dans la définition des détails essentiels. On peut dire en certains cas que ce sont ceux qui nous permettent d'utiliser l'objet, de le définir, de le nommer. Pourtant bien de l'incertitude demeure ici.

(1) *Journal de psychologie*, 1925, p. 278. Il la montre d'ailleurs en défaut dans le cas des ombres colorées, même à courte distance.

(2) Il resterait à voir comment cette différence des conditions de fixation peut agir physiologiquement. L'accommodation du cristallin semble hors de cause, et même la convergence des yeux. Peut-être devons-nous attribuer un rôle important à l'effort spontané pour rétrécir le champ visuel, normalement très étendu.

On pourrait songer à rapprocher cette illusion des faits de micropsie ou de macropsie dus, soit à l'injection d'atropine ou d'ésérine, soit à des conditions générales de fatigue organique. C'est ainsi que M. P. Janet a signalé des cas hypothétiques de micropsie collective chez certaines tribus indiennes. Mais, outre que le mécanisme physiologique en est obscur, ils feraient plutôt prévoir des résultats inverses : le sentiment d'exiguïté s'accompagne en général d'un sentiment d'éloignement, comme il est d'ailleurs naturel.

Les éléments, les signes de la grandeur sont donc difficiles à déterminer. Mais le sentiment lui-même qu'est-il au juste? En grande part, il est fait de ces signes eux-mêmes qui demeurent, mais il les dépasse. En grande part, il est fait d'une appréciation silencieuse, et comme extérieure à notre structure personnelle; mais il est souvent quelque chose de plus immédiat, de plus enraciné en elle.

Disons-nous que la grandeur absolue d'un objet, détermine le schéma tactile et moteur que nous lui associons inconsciemment, que c'est la mimique du corps s'efforçant obscurément d'imiter la forme de la chose perçue? Cela est assurément vrai dans beaucoup de cas.

Pourtant, il semble que parfois la grandeur absolue soit perçue d'une manière purement visuelle. Et s'il arrive que nous puissions y retrouver les traces d'une comparaison inconsciente, et le reflet d'un jugement (par exemple quand nous jugeons qu'un homme vu à telle distance est étonnamment grand), il est des cas où même cette hypothèse est exclue, comme dans la grandeur du soleil à l'horizon, si frappante pour le cœur, si absurde pour le géomètre.

Nous trouvons plus près de nous un exemple qui n'est pas moins curieux; une image consécutive, et sans doute aussi une image de pur souvenir, change de grandeur suivant que nous la projetons sur un plan plus ou moins éloigné de nous. C'est même à lui que s'applique surtout la loi précitée de Giraud-Teulon et Parinaud. Mais cette loi constate, grossièrement, le fait, et n'explique ni par quel mécanisme psychologique ou physiologique il a lieu, ni en quoi consiste au juste le sentiment de grandeur absolue. Ce que nous pouvons faire, c'est rapprocher ce fait du rôle des repères visuels dans les hallucinations: l'acte par lequel nous attribuons une grandeur aux images est aussi compliqué, et d'ailleurs aussi indéfinissable que celui par lequel nous leur attribuons une forme ou une silhouette animée. Il apparaît d'ailleurs aussi dans les illusions optiques. Dans le cas de diplopie cité par Bourdon (1), l'un des yeux donne une distance apparente plus grande, et, corrélativement, une grandeur apparente plus grande.

Il est bien difficile de dépasser ici la constatation des faits. Mais il était curieux d'observer que, même dans le cas où la perception semble réduite à son élément visuel le plus pur, il se reflète en elle, d'une manière déconcertante, une expérience d'un autre ordre, et une interprétation qui déforme les données initiales. Ceci est plus net encore dans le cas des perceptions de direction ou de profondeur.

Les notions de droite et d'angle ont assurément une infrastructure musculaire et motrice, au moins en tant qu'elles sont considérées dans un espace à trois dimensions. Nous suivons le mouvement d'un point sur une droite avec nos yeux, notre corps; nous le mimons d'une manière presque inconsciente; de même nous associons naturellement l'idée d'un angle à la rotation d'une droite autour d'un de ses points; c'est pour nous une portion de geste. Il n'en reste pas moins que, dans un domaine assez étroit, ligne et angle peuvent être définis en termes purement visuels.

(1) *Journal de psychologie*, 1927, p. 78.

Il semble que dans la perception du caractère rectiligne d'une direction, deux sortes, d'éléments entrent en jeu. D'une part, une sorte de mouvement direct de l'œil par lequel il apprécie si les divers segments de la ligne sont bien dans le prolongement l'un de l'autre. D'autre part, une sorte de vérification proprement visuelle de l'absence de courbure de la ligne, et de sa symétrie, soit directement, soit en considérant les angles formés avec des droites repérées, ce qui associe la perception de la direction à des perceptions de grandeur. Ceci correspond au fond, dans l'ordre physiologique, à la définition de la droite comme géodésique ou comme ligne tracée *ἐξ ὅσων* dans le plan. Il est très difficile de préciser ces éléments. Quand nous essayons d'apprécier si une étoile du ciel est entre deux autres, nous traçons en imagination la droite qui joint celle-ci, par un mouvement des yeux, où les images des points du segment viennent successivement s'inscrire sur la « fovea ». Dans ce mouvement, dès que l'espace est un peu considérable, nos yeux délimitent un fuseau médian plutôt qu'ils ne déterminent exactement une droite.

On pourrait espérer que la nature de ces « unités de perception » apparaîtra mieux dans leur comparaison, et dans les illusions qui s'y rattachent. Nous pouvons apprécier en effet la direction relative de diverses droites, ou leur direction absolue, et à ces deux types d'expériences se rattachent des erreurs systématiques bien connues, et qu'ont étudiées, entre bien d'autres, Aubert, Helmholtz, Bourdon. Malheureusement, on n'est pas arrivé jusqu'ici à les réduire à un seul type, et surtout à les expliquer, physiologiquement ou psychologiquement. Le seul point qui semble à peu près établi, c'est que l'on peut rattacher beaucoup d'illusions de directions, en particulier celles de Hering, de Wundt, de Poggendorf ou de Zöllner, à la surestimation spontanée d'un petit angle par rapport à un grand, surestimation qui se vérifie aussi d'ordinaire pour les longueurs. Helmholtz, Wundt, Hering, Volkman, Lipps et un grand nombre d'autres auteurs en ont proposé des explications contradictoires, aussi incertaines les unes que les autres. On a cru pouvoir éliminer celles qui font intervenir les mouvements des yeux en disant que l'illusion se produit aussi bien à la lumière d'une étincelle électrique; mais cet argument même n'est pas concluant; car il est possible que nous apprenions à associer une sensation rétinienne à un mouvement des yeux, engendrant normalement une illusion, et qu'ensuite la sensation première suffise à déterminer l'illusion. Ce qui n'a pas été suffisamment peut-être mis en lumière, c'est la tendance qu'ont les deux branches à fusionner au voisinage du point de rencontre, ce qui élargit ensuite l'angle, et cette tendance à la fusion provient sans doute du mouvement inconscient de l'œil qui prolonge son mouvement le long de la droite, et dépasse un peu l'intersection avant de suivre la sécante.

Notre intention n'est d'ailleurs pas d'étudier en elles-mêmes ces illusions; nous voudrions seulement y trouver quelque enseignement sur la nature de la perception, et les éléments dont elle est assemblée. Si peu claire qu'en soit l'interprétation, nous pouvons, semble-t-il, en retenir ceci : la plupart des perceptions sont prolongées par des compléments visuels, qui déforment la donnée primitive soit par raison physiologique

(cas de l'irradiation), soit par raison psychologique, par exemple d'habitude (1).

Les perceptions absolues de direction sont plus instructives, et plus frappantes. Déjà nous voyons que celles de la gauche et de la droite sont caractéristiques. Nous ne confondons pas deux images purement visuelles et disposées symétriquement par rapport à la verticale; même, déplaçant l'une d'elles en imagination, sans en altérer la disposition nous pouvons nous rendre compte qu'elles ne sont pas superposables. Mais considérée absolument, la disposition droite ou gauche d'une figure n'est pas absolument frappante; la preuve en est que beaucoup d'enfants hésitent avant de la désigner correctement. Il faut qu'ils l'associent à une particularité de leur corps par l'intermédiaire d'un mouvement (qui, pris en lui-même, ne porte pas d'une manière explicite son caractère). Ceci laisse croire que dans cette perception si directe de la position relative de deux objets entrent, lorsqu'elle est achevée et évoque le nom correspondant, des éléments, imperceptibles séparément, d'imagination visuelle et motrice qui font corps avec la sensation brute. Mais il est bien difficile de les mettre en évidence. La perception du haut et du bas est plus frappante à cet égard. Cette distinction semble immédiate, et elle correspond à un élément visuel très caractéristique, puisque des lunettes prismatiques renversent l'apparence des choses, et que, sur la glace d'une chambre noire le paysage nous semble retourné. Pourtant quand nous inclinons la tête, quand nous la renversons, rien ne nous semble changé dans la direction générale des objets, encore que nous puissions lire, cette fois, un livre à l'envers, indéchiffrable dans l'attitude normale. C'est donc que nous rapportons instinctivement la direction des objets à celle de la pesanteur, et à celle de notre corps, et que nous corrigeons les variations de l'apparence visuelle par la sensation de déséquilibre qui se manifeste obscurément à l'intérieur de la tête, et par notre changement d'attitude corporelle. Ici la complexité intérieure de la sensation qui paraît d'abord purement visuelle est mise en évidence. Si la direction de la pesanteur varie à notre insu, ou si, ce qui revient au même, une force de même nature s'y ajoute, on conçoit que les directions verticales nous semblent devenir obliques. C'est ce qui arrive probablement dans le cas d'une force centrifuge intense. Un phénomène analogue se présente dans le cas des mouvements. Si nous pivotons consciemment sur nos talons, les objets semblent immobiles. Mais pour peu que la rotation ait été rapide, une fois arrêtés, le nystagmus inconscient de nos yeux nous donne l'illusion d'un monde affolé et tournant. D'où notre vertige. Ainsi coopèrent la sensation, le souvenir et le savoir; les conditions subjectives et objectives de la perception.

Or, ce concours de plusieurs sens et de leurs avertissements, en des images qui semblent d'un seul tenant et d'une même nature, semble

(1) Ainsi nous prenons l'habitude de considérer les deux boucles du chiffre 8 comme égales, parce qu'elles le sont en effet en manuscrit. Or la boucle supérieure est plus petite dans les caractères d'imprimerie, nous l'élargissons donc par imagination. Mais qu'on imprime un 8 à l'envers, l'élargissement est fait à faux, la différence des boucles est accrue. Le strabique voit simple un point unique, il le voit double si on corrige son strabisme. Y a-t-il eu création d'une correspondance birétinienne particulière, ou une appréciation des mouvements oculaires, ou un véritable jugement ? Cf. Bouasse, *Vision*, § 69, et, en général, Javal, *Manuel du strabisme*.

quelque chose de surprenant. C'est le secret le plus obscur de l'esprit, et nous en ignorons encore presque tout.

Mais jusqu'ici nous n'avons considéré que les apparences immédiates de l'univers visuel. Elles ne nous donnent évidemment qu'une multiplicité à deux dimensions dont on pourrait d'ailleurs établir les lois géométriques si l'expérience courante des autres sens ne nous en montrait tout l'artificiel. Ce n'est que dans des cas exceptionnels que nous pouvons considérer un univers purement visuel comme est celui des astres pendant la nuit. Et la géométrie de la voûte céleste n'est pas, pour les yeux, euclidienne, mais elliptique.

En fait, nous savons bien que le monde n'est pas exprimé complètement par la vue que nous en avons. Les objets ne sont pas de pures surfaces. Notre perception nous annonce qu'il existe quelque chose de plus que l'apparence plane, et cette dimension supplémentaire, qui donne un volume aux choses y est partiellement dépeinte. Mais comment?

La vue seule peut-elle nous faire connaître le volume des objets? Posée en ces termes, la question est assez illusoire. En fait, la notion de profondeur est d'origine tactile et motrice, la vue nous donnant simplement quelques signes qui nous permettent de l'imaginer et de la connaître abstraitement derrière une figure visuelle. La réflexion sur les données visuelles peut confirmer et rendre plus claire cette notion, encore qu'elle ne soit pas visuelle à l'origine. Trier les éléments sensibles dont elle est assemblée, séparer la notion visuelle de la notion tactile est alors un jeu irréel de l'esprit, comme c'en serait un de chercher à isoler les éléments proprement spontanés du langage enfantin. Nous pouvons assurément nous demander si un homme, assujéti à n'éprouver que des sensations visuelles, aurait l'idée de la profondeur. La réponse n'est pas douteuse d'ailleurs. Car il verrait que les objets ont des aspects divers variables et coordonnés : ils sont plus que leur surface momentanée. Il arriverait aisément à la notion de volume et de corps, à celle de formes privilégiées, comme celle des plans, à la notion de mouvement d'un point et d'une droite, et d'un système de coordonnées, donc à celle de notre espace, avec la géométrie qui, en gros, lui correspond. Mais il ne percevrait pas, à proprement parler, la profondeur.

En fait, ce qui dans l'univers tactile et moteur nous est donné comme dimension homogène aux autres apparaît dans l'univers visuel comme profondeur et comme distance correspondante. Nous savons que cette apparence correspond à une qualité des objets, à une dimension véritable (par un savoir d'origine visuelle ou tactile), mais celle-ci ne nous est pas représentée comme telle dans la perception immédiate, que nous voulons maintenant décrire d'une manière brève.

Ce problème de la perception visuelle de la profondeur a tenu une assez grande place en psychologie, et on continue à l'étudier. Mais il semble qu'on ne distingue pas, en général, d'une manière assez exacte, deux questions de nature différentes.

- a) En quoi consiste exactement notre sentiment de la profondeur?
- b) Quel en est le point de départ? Par quels signes est-il évoqué?

La perception de la profondeur prend deux formes différentes, suivant qu'il s'agit de la profondeur d'un élément par rapport à nous, qui est une sorte de perception absolue, ou de la profondeur relative de deux

parties d'un même objet. Dans le premier cas, nous parlons plutôt de distance, dans le second de relief.

Pour certains auteurs (Enjalran (1), Déjean (2), il semble qu'il y ait un sentiment spécial et *sui generis*, de telle manière que celui de la cause et celui du représenté soient confondus. Pour le premier, en particulier, le sentiment du relief des surfaces vues de biais est un fait primitif. La formation des images doubles n'en est qu'une conséquence et une analyse. M^{lle} Déjean considère une entité obscure qu'elle nomme l'activité prospective de l'esprit, d'où suit qu'il y aurait un sentiment particulier et quasi dynamique de la distance des objets. Tout ceci est bien confus et peu convaincant.

Parmi les éléments du sentiment de profondeur, les uns sont proprement sensoriels et immédiats, les autres sont d'inférence. Ceux-ci prédominent, car la perception monoculaire n'est guère inférieure à cet égard à la perception binoculaire, et nous éprouvons le relief aussi bien sur un dessin qu'en face des objets eux-mêmes.

Parmi les premiers, l'existence de sensations d'accommodation est douteuse. Quant aux sensations de convergence, le rôle en est extrêmement restreint dans l'appréciation normale de la profondeur. Elles ne peuvent jouer qu'un rôle de signes. Les expériences classiques sur la perception des distances dans l'obscurité (par éclatement d'étincelles en des points variables) ne prouvent pas qu'elles jouent un rôle important. En effet, normalement, dans l'obscurité, nos yeux sont dirigés suivant une direction normale au plan facial. L'étincelle est vue en vision indirecte, nous fixons alors nos yeux sur elle, mais comme la sensation n'est vraiment définie que par son effet, le jugement de distance, il est bien difficile de savoir quel a été, de la vision latérale ou du mouvement de convergence, l'élément déterminant.

Reste l'élément le plus important : les données proprement rétinienne. Tout d'abord, dans une zone proche de nous, comme nous ne pouvons accommoder à la fois, pour les diverses distances, les plans échelonnés en avant ou en arrière du plan de fixation ne sont aperçus que confusément. En second lieu, si la vision est binoculaire, les points de l'espace placés au delà ou en deçà du point de fixation et n'appartenant pas à l'horoptère se projettent sur les rétines en des points non correspondants. Les images homologues sont donc troubles, confuses, et si, sans modifier le point de fixation, nous portons notre attention sur elles, nous arrivons à les dédoubler. Sans aller jusqu'à une disparité aussi radicale, qui renverse sur les rétines l'orientation de l'image, on sait le rôle que la disparité des images rétinienne joue dans la perception du relief. En effet, si les surfaces frontales sont vues de la même manière par les deux yeux, la perspective des objets varie avec l'œil, les plans fuyants sont vus différemment.

Il n'est pas douteux que la différence des images joue un rôle considérable, et qu'on n'obtienne des effets de relief saisissants en prenant deux photographies d'un même objet à des distances considérables, et

(1) *Autour de l'expérience de Wheastone*, *Revue phil.*, 1917, I, 401. *Sur la signification de la correspondance birétinienne*, *ibid.*, 1918, I, 268.

(2) *Etude psychologique de la distance dans la vision*, cf. *Les conditions objectives de la perception visuelle*.

en regardant dans un stéréoscope. La méthode des anaglyphes surtout donne des résultats étonnants. Mais si le fait est incontestable, le mécanisme en est singulièrement obscur. Que pourrait donner normalement la fusion de deux images disparates? Des zones confuses, des plans formés par les images d'égale confusion, et à travers lesquels, comme dans une sorte de halo, nous entrevoyons le plan principal, logé dans une profondeur vague et non orientée (1). Il semble bien qu'il n'y ait là que la première assise, sur laquelle vient se construire progressivement la perception complète du relief.

Dans la forme même des images, la disposition des lignes, l'opposition des plans déformés par la perspective, la grandeur apparente d'objets dont nous connaissons la grandeur normale sont autant d'éléments de perception de la distance et autant de signes capables d'évoquer le sentiment total. La luminosité joue elle aussi un rôle très important par ses inégalités, par l'opposition des zones obscures et claires, des ombres naturelles et portées. Aussi, ne saurions-nous, dans la comparaison des images rétinienne, être attentifs à la seule disparité géométrique. Il est curieux d'observer qu'un éclaircissement monochromatique uniforme accroît d'ordinaire le relief d'une image, il crée une sorte de profondeur supplémentaire.

Cette complexité des éléments qui déterminent en nous la sensation du relief apparaît d'ailleurs dans les procédés qu'emploient les peintres pour évoquer la profondeur de l'espace, ou simplement le volume des corps. Tantôt ils usent du seul dessin et ne mettent en œuvre que les contours des objets; la perspective géométrique a comme corrélatif le raccourci dans l'image des corps, la seule diminution des objets évoquant en nous si fortement la distance et le relief que, même avertis, nous ne pouvons échapper au trompe-l'œil dont la chapelle des ducs de Savoie offre à Chambéry un modèle curieux, sinon très artistique. Tantôt, au contraire, le peintre fait appel à la couleur, pour renforcer le dessin; il accentue les ombres, et l'inégalité des plans normaux. Souvent même, le relief est tout en valeurs, et nous obtenons ainsi la perspective aérienne où le dégradé des tons et des lumières rejette certains objets à l'arrière plan, par l'intermédiaire de mécanismes mentaux assurément très complexes. Ici encore ce que nous savons des choses détermine la perception que nous en avons; c'est pourquoi les conventions les plus arbitraires finissent par évoquer en nous les sensations: la superposition des scènes dans un dessin persan, dans une miniature médiévale, dans certains tableaux de primitifs, finit par suggérer autant que les procédés les plus habiles de la perspective. C'est

(1) C'est un sentiment de ce genre que l'on éprouve devant certains anaglyphes, où se trouve naturellement isolée cette donnée élémentaire, purement rétinienne. Un des plus remarquables que nous ayons vus nous représente un arbre chargé de neige, près d'un rocher, se détachant sur un fond de taillis. Le relief est saisissant, mais il ne ressemble en rien à ce que nous donne la perception réelle, il est extrêmement faux. On dirait que le premier plan est dessiné sur une lame de cristal, posée elle-même sur le fond, qui est vu par transparence. L'impression est un peu celle que nous éprouvons devant ces boules de verre à l'intérieur desquelles on aperçoit des figures ou des paysages. Même, dans le cas actuel, nous voyons les branches nettement devant la neige dont elles sont chargées. Cf. aussi l'expérience de Wheatstone.

ainsi que le nimbe qui entoure la figure d'un saint parle mieux que toutes les expressions qui peuvent être données à son visage.

Il est bien difficile, d'ailleurs, de déterminer l'importance relative de ces divers éléments dont la liste est loin d'être complète : n'en donnons pour preuve que les renversements brusques du relief dans les figures ambiguës. On croit trop que celles-ci se réduisent aux exemples quasi géométriques que l'on trouve dans les traités de psychologie, alors qu'elles existent couramment dans la nature. Il suffit de fixer avec un peu d'attention un régulateur à boules pour le voir tout à coup renverser le sens de son mouvement, et cela indéfiniment, d'une manière beaucoup plus nette encore que ne renversent leur relief le cube et l'escalier dont chacun connaît l'exemple, sans qu'on puisse attribuer ce fait à un changement de convergence ou de point de fixation des yeux. Il n'y a là, semble-t-il, qu'un phénomène de fatigue dont l'action est singulière, et que l'on peut rapprocher de l'illusion de Sinsteden.

Que l'on tente de suivre la manière dont nous imposons, par un effort volontaire, le sens d'un relief ambigu. Nous essayons, par exemple, de fixer une arête d'un cube en l'imaginant proche de nous. Qu'est-ce à dire? Nous essayons d'en éprouver le contact par une sensation à demi-tactile, à demi-viscérale, nous l'attirons vers nous en imagination. En même temps, nous suivons par une mimique silencieuse, presque insensible, les arêtes fuyantes; nous essayons de contracter la face la plus éloignée, de distendre la face la plus rapprochée, en un mot, nous essayons de jouer avec notre corps le relief, comme nous essayons, par des associations de mots prononcés à mi-voix, par des phrases musicales ébauchées, d'éveiller en nous une pensée, un thème qui s'éclairent tout à coup. Mais ce n'est là que la préparation, nous ne saurions même dire l'ébauche du sentiment réel qui a quelque chose de subit et d'indéfinissable. Il apparaît brusquement, et s'en va parfois brusquement, aussi impénétrable en soi que le sentiment de reconnaissance exacte, après les tâtonnements et les approximations qui le précèdent souvent.

Est-ce à dire que nous touchions là justement le relief proprement sensoriel, proprement visuel, et que nous puissions rattacher directement les oscillations de la sensation correspondante à la fatigue des éléments rétiniens? Il ne le semble pas. Certes, quand nous fixons attentivement une arête de la figure, en tâchant de rétrécir notre champ visuel autres arêtes deviennent plus confuses, et cette dissemblance, analogue à celle qui résulterait de la disparité des images rétiniennes, crée une possibilité amorphe de profondeur et de relief. Peut-être même le renforcement de certains traits, l'affaiblissement de certains autres peut-il être obtenu d'une manière purement psychologique (1). On comprendrait alors que cet effort, qui correspond sans doute à une excitation exceptionnelle des éléments rétiniens, dut déplacer son point d'application au bout d'un certain temps. Mais il n'y a là, de toute manière, qu'un point de départ, qu'une condition, peut-être nécessaire. Le sentiment de relief est à la fois beaucoup plus puissant et beaucoup plus riche, il est lié à toute une expérience antérieure, et nous ne voyons pas comment il pourrait

(1) Peut-être y a-t-il recreation d'une perspective géométrique très marquée, la face lointaine d'un cube étant vue plus petite, les lignes parallèles tendant à converger. Cette perspective serait une forme « prégnante ».

avoir son origine dans un simple fait rétinien ou plus généralement oculaire. On peut le rapprocher de la tendance des éléments sensibles à s'intégrer en unités sensibles, en *formes*. Mais c'est là un mot vague, qui ne rend aucunement compte de cet aspect si particulier de la perception. Sans doute, l'apparition du relief est associée, dans l'exemple du cube, au sentiment que telles arêtes sont d'un seul tenant, telles autres rompues, et par là la même plus lointaines, mais elle le dépasse de beaucoup, elle a quelque chose de moins simple, de plus intellectuel. Nous la rapprocherions plutôt du sentiment qui fait qu'ayant reconnu dans un ensemble de lignes une figure animée, elle nous hante, pour ainsi dire, sans que nous puissions nous y dérober, jusqu'au moment où, par une sorte de distraction, elle disparaît subitement. Nous prendrions plus volontiers encore l'exemple du langage. Un mot n'est qu'un son confus, inapte au souvenir, jusqu'au moment où il est compris : son unité auditive et son unité intellectuelle apparaissent alors solidairement. Il arrive, d'ailleurs, que tout à coup l'idée d'un homonyme soit éveillée en nous, et que l'apparence même du mot soit entièrement changée. Il arrive aussi que le sens du mot nous semble perdu, les syllabes nous en redeviennent étrangères et douteuses, elles sont comme égarées dans l'irréel. Nous avons là un exemple de figures ambiguës.

Sans doute, nous n'avons pas expliqué par là la nature du relief spatial, mais peut-être avons-nous montré que, dans son aspect le plus simple, il était déjà tissé d'éléments sensibles et intellectuels, que nous n'arrivions pas à analyser d'une manière exhaustive.

Mais laissons les éléments de la perception, et tâchons d'en décrire le contenu conscient.

Assurément, dans le sentiment du relief, ce qui nous est dépeint tout d'abord, c'est l'ensemble des causes dont nous venons de parler : singularité de l'image, diversité d'éclairement, formes des contours, commentaire plus ou moins conscient des données sensibles par celles du savoir et de l'habitude. Mais par quoi est faite l'unité d'éléments si divers? Comment le relief nous semble-t-il une donnée simple et objective? Et le problème vaut d'être examiné, car c'est implicitement toute notre idée de l'espace sensible qui s'y trouve impliquée.

La plus simple est peut-être d'examiner comment, dans un anaglyphe, l'image prend peu à peu du relief, alors que pendant les premières secondes, tous les plans semblent confondus, comment les divers éléments de la perception s'avancent ou reculent, comment la lumière circule, comment le volume devient sensible.

Les divers plans prennent chacun leur valeur. Or, qu'est cette valeur? C'est quelque chose d'assez obscur. Il est normal que les objets du premier plan soient dans une plus grande lumière, dans un plus grand détail, et plus grands. La manière dont la lumière joue dans un objet de premier plan n'est pas la même qu'une lumière diffuse d'horizon. Nous en peuplons les intervalles; nous prolongeons les lignes de fuite. Enfin, nous sentons les choses s'éloigner et s'approcher de nous. Or, être proche, c'est agir, c'est être menaçant. Etre lointain, c'est à la fois rapetisser et nous échapper, c'est véritablement nous fuir. C'est ainsi que la distance et le relief s'animent et prennent corps dans le commentaire sensible des signes visuels. Ils deviennent de véritables

émotions, et c'est en ce sens qu'on peut dire qu'ils sont ressentis par le cœur plutôt qu'ils ne sont représentés par l'esprit.

Pour comprendre ces mots, imaginons que du haut d'une tour de cathédrale nous regardions la terre. Sans doute, les hommes y semblent étrangement petits; les contreforts énormes à leur point d'attache ne reposent sur la terre que par une pointe dérisoire. Mais tout ceci n'est rien. Assurément l'intervalle nous est présent, et sensible, mais il est tout entier dans l'appréhension que nous en avons, dans cet élan qui nous effraie, craignant de n'y pouvoir résister, et dans le raidissement qui nous en défend. Et toute autre sensation est masquée par celle-là, sauf, confusément, le fourmillement des choses sur le sol.

Or, si nous sortons de ces perceptions violentes, et si nous nous plaçons dans un cas plus ordinaire, nous voyons s'atténuer l'appréhension, et naître une série de sentiments qu'elle nous masquait. Mais ces sentiments sont d'un type semblable, liés au corps, et nous pouvons dire que la réalité des intervalles est faite par nous, et c'est de nos sensations musculaires, tactiles, kinesthésiques, c'est de notre propre mouvement que nous peuplons le vide qui nous sépare des objets.

Ce n'est pas là chose qui puisse aisément être décrite. Je regarde en ce moment, sur ma cheminée, une petite chouette de faïence bleue à qui la lampe donne des reflets d'or. Je sais qu'elle est près de moi, je la sens proche. Et non par mes yeux seuls, mais par le front même, et la racine du nez, et cette partie des paupières qui y prend naissance. C'est une sorte de tension, de contraction, et quand j'essaye de me l'expliquer, je crois qu'elle dérive de l'appréhension que j'ai, en songeant qu'elle pourrait se rapprocher de moi. Son mouvement possible m'est ainsi dépeint, non pas en image descriptive (la forme que je vois en empêche toute autre image), mais par la sensation fictive de mon propre corps.

Plus souvent d'ailleurs, c'est moi que j'imagine en mouvement vers l'objet, et c'est ainsi que l'intervalle qui nous sépare prend figure réelle. Or, ce mouvement imaginaire, comment m'est-il représenté? Très diversement. A l'intérieur de moi, par je ne sais quelle tension des muscles et des viscères, comme je me représente le plongeur quittant le fond d'un coup de jarret, comme la hauteur d'un obstacle moyen m'est sensible par l'effort nécessaire par le franchir. Il y a toujours dans l'élan un élément de vertige promptement dominé, et c'est l'essentiel de ce que nous appelons : sensation d'accélération. D'autres la nommeront un jugement confus, mais à tort.

A la surface de mon corps, d'autres sensations me définissent le mouvement. Comment ne sentirais-je pas l'air qui résiste à l'avancée, et presse ma tête, la contraction des paupières qui s'en défendent, la détente du corps une fois lancé? Et sans doute, dans les cas normaux, toutes ces données sensibles sont à peine esquissées. Je les perçois à peine. C'est qu'au fond, la distance elle-même ne m'est pas perçue. Il me suffit de la connaître, de savoir qu'elle est, et de tenir compte d'elle, dans mes actes. Mais si j'essaie de la rendre sensible, alors c'est moi-même que je mets en scène et c'est par moi que je la perçois plus intensément. Le sens des

obstacles chez les aveugles, cette appréhension si vive de la distance, existe aussi chez les clairvoyants (1).

A vrai dire, c'est là un commentaire essentiel des données visuelles touchant la distance. Il en est d'autres, importantes encore.

Un intervalle n'est jamais représenté comme vide. Nous le peuplons d'autres corps, et avant tout de la lumière. Si la perception du relief était chose essentiellement géométrique, et fondée sur un caractère des impressions physiologiques, le même objet devrait avoir pour nous toujours le même relief. Mais il n'en est rien. Il y a des jours gris où la figure des objets est rongée, où tout nous semble sur le même plan. Les surfaces de biais sont aussi grises que celles qui sont de front. Tout est brumeux. A d'autres jours, la lumière est éclatante, les distances s'irradient entre les choses, les intervalles semblent être plus réels, plus vivants que les objets qui les limitent. Il y a au musée des Arts décoratifs un tableau de Corot où la lumière est le vrai sujet, non la lumière aux mille formes de Monet ou de Renoir, avec ses taches innombrables où nul contour violent ne limite la pensée, mais une lumière massive, claire, qui ruisselle des montagnes jusqu'à nous, et que le torrent du premier plan, le pont du second, les collines de l'horizon ont pour seule fonction d'ordonner et de distribuer. Nulle part cependant la profondeur n'est plus sensible. Nous pouvons alors donner un sens nouveau et plus réel à cette pensée de Proclus, suivant laquelle le lieu est la lumière même.

Enfin, et la chose n'est pas négligeable, cet intervalle qui nous sépare des choses est un lieu propre aux mouvements des objets eux-mêmes. Un corps peut passer entre lui et nous. Ainsi, ce qui fait la distance de ce mur, ce n'est pas seulement le soleil qui brille, c'est cette rose trémière chargée de fleurs qui s'incline avec le vent, c'est le papillon qui vole entre elle et nous. Et nous n'avons même pas besoin d'imaginer de profil ces intermédiaires (2). C'est ainsi que nous prolongeons le mouvement d'un objet, alors même qu'il est masqué par d'autres. Et cela n'est rien au fond que le mouvement de pensée par laquelle nous admettons la persistance des objets devenus invisibles, et l'existence d'un monde extérieur.

En résumé, nous voyons que l'on peut isoler les causes visuelles du sentiment de profondeur et de volume. Mais nous ne pouvons faire abstraction, dans le contenu même de ce sentiment, des éléments de nature différente, car ceux-ci sont l'essentiel. Ils commentent le signe visuel; ils lui donnent un corps. Ce sentiment de profondeur est un petit drame musculaire, à peine conscient, improvisé chaque fois sur un thème purement visuel. Car tout le corps imite le mouvement. C'est une sorte de basse continue, et cette sensibilité confuse est souvent ce qu'il y a de plus réel dans la perception, dès que celle-ci n'est pas

(1) Nous avons de ceci une sorte de preuve dans l'emploi que font les peintres de la perspective cavalière. En haussant fictivement l'observateur, ils lui font découvrir d'une façon plus continue les enchaînements du terrain, ils matérialisent les intervalles. Mais nos vues plongeantes évoquent par elles-mêmes un certain élan intérieur qui nous mène d'un plan à l'autre, qui rend plus concrète et comme plus animée la profondeur.

(2) C'est ce que savent bien les cinéastes, qui ne négligent jamais de nous rendre sensible par le mouvement l'échelonnement des plans de profondeur.

une simple illusion. Ainsi l'espace, dans la mesure, où il est considéré comme objet de conscience, perçu dans toute sa structure, ne peut être considéré comme donné par la vue seule. Le thème seul en est visuel. L'approfondissement en est d'une autre nature, que nous allons maintenant examiner.

§ 3. — *Les données sonores et tactiles.*

On pourrait se demander si l'ouïe ne permettrait pas d'arriver à une image de l'espace équivalente à celle que nous donne la vue. Mais il faut bien poser le problème : les figures sonores n'éveillent pas en nous l'illusoire intuition de l'espace pur ; d'autre part, l'aveugle n'aura jamais une image semblable à celle du clairvoyant, pas plus que le sourd ne réalisera le même espace que l'homme normal ; enfin, s'il existait des sources sonores ponctuelles, reconnaissables individuellement, et jouant le rôle de simples repères, nous arriverions certainement à une représentation géométrique de l'univers, et à l'espace ordinaire et euclidien des déplacements. Le seul problème est de savoir si, dans les sensations sonores, nous trouvons des caractères qui correspondent à l'étendue visuelle. On a soutenu le contraire (1). La chose ne semble cependant pas douteuse. Comme la hauteur équivaut à la nuance, l'intensité sonore à l'intensité visuelle, une étendue sonore doit exister en quelque manière. N'apercevons-nous pas confusément, d'ailleurs, mais d'une manière immédiate, que deux sons n'ont pas même origine ? Ne pouvons-nous apprécier grossièrement l'égale inclinaison de deux directions sonores par rapport à une troisième, la relation d'inclusion, et les éléments d'une géométrie élémentaire ?

Voici d'où viennent les difficultés : alors que nous voyons clairement comment la distribution spatiale des objets se reflète directement sur la rétine, nous voyons mal comment la direction des sons, guidés par le pavillon, pourrait se refléter dans l'excitation de l'appareil auditif proprement dit. C'est pourquoi de Cyon soutenait que l'oreille interne toute entière intervenait à cette occasion, étant excitée directement à travers la tête. Ainsi se développerait une perception inconsciente mais spécifique de l'espace sonore, étroitement associée aux réflexes d'équilibration. Sans doute, le silence nous enlève moins d'éléments de perception de l'espace et de maintien de l'équilibre que ne fait l'obscurité, mais le rôle de l'espace sonore, pour être secondaire et indistinct, n'est peut-être pas illusoire. Si l'on ne retient que l'appareil labyrinthique comme instrument d'audition, le mécanisme de la perception des directions est obscur, et l'on peut être tenté de le rattacher soit à une préperception mécanique, de type semi-tactile, et liée à l'oreille externe, soit à une inégalité d'intensité des sons (2). C'est en effet pour les sons que se manifeste de la manière la plus nette la convergence des qualités d'espèce différente ; étendue et intensité s'incorporent l'une à l'autre, en une sensation confuse, et telle que nous ne pouvons dire au juste si ce qui nous est

(1) Turro, par exemple.

(2) Cf. Salomon, *Rev. gén. sc.*, 1913, p. 264. Gley, *Physiologie*, 5^e éd., II, 849. Bard, *Sem. méd.*, 1904, p. 305. *Arch. gén. de méd.*, 1905, p. 257.

représenté est une nuance autonome et spécifique, ou le sentiment des mouvements nécessaires pour améliorer notre audition. Telle est l'origine de ce que James a nommé la voluminosité inhérente à toute sensation. Considérer celle-ci comme un fait primitif et simple, c'est se condamner, semble-t-il, à ne pas comprendre la vraie trame de l'espace sensible, et à confondre des données extrêmement différentes. Dans le son d'une cloche très voisine se mêlent l'ampleur du son, et une sorte de vastitude ou d'étendue, par laquelle ce son nous entoure et nous baigne. Mais qu'il nous soit retransmis par un haut parleur exigü et assez lointain, le son reprend l'aspect ponctuel, encore que cette variation nous échappe et soit comme perdue dans l'ensemble.

Y a-t-il maintenant corrélation directe de l'étendue sonore avec l'étendue visuelle ou avec certains mouvements? Y a-t-il un élément commun à ces divers aspects de la sensation? La chose est douteuse, et les synesthésies *a priori* peu vraisemblables. Il ne s'agit ici que d'associations habituelles. En fait, espace visuel et sonore sont deux figures liées à l'espace des déplacements, et s'il est vrai que nous pourrions en associer directement les termes et les intervalles, leur affinité vient essentiellement de ce qu'ils sont compensables par des mouvements de même nature.

On a fait jouer assez souvent un rôle important au toucher dans la constitution de notre image sensible de l'espace. Et sans doute des sensations tactiles sont jointes à toute notre expérience, et viennent la décorer. Mais il semble qu'on en ait exagéré le rôle, et surtout qu'on en ait confondu des problèmes très différents.

On peut se demander tout d'abord si la notion d'espace pourrait dériver de la comparaison des impressions tactiles éprouvées aux divers points du corps. Nous retrouvons ici une de ces genèses artificielles de notions qui, depuis la statue de Condillac, ont souvent amusé les philosophes. Imaginons un homme inerte et privé de toute sensibilité, hors celle qui se rapporte à sa surface cutanée. Puisque nous le faisons vivre, nous pouvons admettre qu'une providence, plus attentive encore à ce déshéritement que celle qui nous permet de subsister et de comprendre le monde, transporte à la surface de son corps une série d'objets, suivant des lois régulières. Notre sujet aura l'image des points, d'alignements, de positions, et il se représentera un espace comme la vue du ciel nocturne éveillerait une autre image spatiale chez un observateur réduit à ses seuls yeux pour connaître l'univers.

Que serait la géométrie de cet espace? Dans un domaine très restreint, pourvu que notre sensibilité fût suffisante, ce serait celle du plan euclidien. Dans un domaine plus étendu, ce serait celle de la surface de son corps. La forme de l'espace serait pour lui celle du corps.

Cet espace serait-il l'espace réel? Ces mots n'ont pas de sens. Intrinsèquement, la notion en serait cohérente et réelle. D'un point de vue extérieur, il serait un très mauvais cadre pour une théorie physique; nous ne pourrions pas y loger un schéma des phénomènes. Peut-être serions-nous conduits à admettre que des objets subsistent entre deux perceptions, et à interpréter comme mouvement suivant une dimension impénétrable les disparitions brusques suivies de réapparitions, de la même manière que nous pouvons introduire une dimension supplémen-

taire pour tenir compte dans l'univers de la charge électrique. En tout cas, il n'y aurait pas de correspondance adéquate entre l'espace sensible et l'espace physique. C'est ainsi qu'un homme réduit au sens de la vue pourrait peut-être inventer une dimension suivant la profondeur, bien que nos yeux ne nous donnent, isolément, que la géométrie d'une sphère vue intérieurement.

Mais, dira-t-on, ce qui sera représenté de la sorte au sujet, c'est simplement la surface de son corps, et non l'espace objectif. Cet argument n'a rien de solide. Nous avons dans ces données le thème d'un discours géométrique cohérent. Psychologiquement, elles constituent un univers où sont définis des objets extérieurs les uns par rapport aux autres, susceptibles de se limiter les uns les autres, de se contenir, et de se mouvoir. Peu nous importe que du point de vue d'un sujet plus richement doué, cette expérience soit liée à une figure fragmentaire d'une expérience plus vaste. Il en est ici comme des géométries non euclidiennes : dire que la géométrie plane elliptique, n'est rien d'autre que celle de la sphère, c'est ne pas comprendre l'idée même de géométrie.

En fait, notre expérience est plus vaste, et c'est justement parce que d'autres sens nous donnent une image plus ample de l'espace et de ses dimensions que nous associons les données tactiles à une figure particulière, qui est notre corps, et que nous les considérons comme nous décrivant non la forme du monde, mais celle de ce corps.

On peut chercher à analyser des données réelles du toucher et leur rôle dans la perception. Turro (1) leur attribue le privilège que beaucoup de nativistes réservaient à la vue, d'engendrer par projection l'espace objectif. Il parle d'une expérience cœnesthésique de l'espace originel, de sensations internes projetées périphériquement, d'un espace constitué par les localisations superficielles de sensations de type tactile et origine de l'espace extérieur.

Mais il nous semble que c'est abuser de certaines remarques très simples, comme celles qui se rattachent à l'illusion des amputés. Dire que l'amputé sent à distance la douleur qui renaît dans son moignon, c'est dire simplement qu'il associe, qu'il incorpore par le souvenir à cette douleur d'un type ancien les images visuelles, tactiles, motrices, auxquelles elle était liée normalement. Il est même possible que la perception du membre resté sain apporte, en un certain sens, des matériaux plus solides à cette image globale, comme le mouvement de l'œil non paralysé vient nourrir, si l'on en croit James, le sentiment imaginaire du mouvement de l'œil paralysé, origine de curieuses illusions. Plus généralement, si nous avons tendance à localiser à la surface de notre corps certaines données internes, c'est parce que nous ne pouvons guère agir que sur cette surface. Il y a là un simple fait d'accoutumance, et non un processus général et spontané d'extériorisation.

Est-ce à dire que les sensations tactiles n'entrent en rien, par leur contenu objectif, dans la figure de l'espace sensible? Pas tout à fait. La pression des liquides ou celle du vent nous font ressentir le milieu extérieur, les variations de cette pression nous font connaître un aspect confus du mouvement: enfin, par la diversité des excitations cutanées nous éprouvons, en quelque sorte par scintillements, l'existence de

(1) *Journal de psychologie*, 1920, p. 769 et p. 878.

directions spatiales; mais ces éléments qui pourraient être à la rigueur assemblés en une trame logique, ne font à l'ordinaire qu'illustrer, que souligner une représentation plus complète et plus naturelle de l'espace.

Elles sont d'ailleurs loin d'être simples et homogènes, et souvent, en elles, l'élément proprement tactile n'est qu'un signe imperceptible. Prenons, pour le montrer, le cas où elles semblent à la fois les plus claires et les plus intenses : celui du sens des obstacles. Plusieurs auteurs ont insisté, principalement M. Villey, sur le rôle de cet élément dans la perception que les aveugles ont de l'espace, et il ne semble pas douteux, en effet, que les aveugles éprouvent, en quelque manière la proximité des obstacles, et qu'ils ont tendance à localiser dans le visage, et en particulier dans le front, la sensation correspondante. D'où l'idée qu'il s'agit là d'une spécification du toucher, et presque d'un sens particulier d'origine tactile.

Mais quel est au juste l'élément sensoriel primitif? Ce que nous éprouvons essentiellement, c'est beaucoup plutôt l'appréhension de l'obstacle, éveillée en nous par un signe imperceptible. Cette appréhension, nous la jouons intérieurement par un trouble viscéral qui peut être extrêmement ténu; nous la jouons aussi à la surface de notre corps, par la contraction involontaire de nos muscles, et par le contact imaginaire de l'obstacle, par l'ébauche d'un recul, enfin par l'ensemble des symptômes périphériques que Lange a décrits dans le cas général de l'émotion, et qui se localisent ici tout naturellement dans la région la plus exposée et la moins protégée, notre visage. Quant à la sensation initiale, il est bien difficile d'en apprécier l'intensité ou même la nature. Est-elle purement tactile? Ne s'y mêle-t-il pas des sensations sonores extrêmement faibles liées à la proximité de parois qui font écho? Nous inclinons à le croire, mais l'introspection est muette sur ce point, et l'expérience douteuse.

Maintenant rien ne nous empêche de dire que l'ensemble de ces signes et de cette appréhension nous dépeint l'espace; c'est affaire de langage, mais l'essentiel est d'avoir observé que cette peinture n'est pas simple, qu'elle est très indirecte, et qu'elle n'est pas entièrement tactile au sens étroit.

Le rôle véritable du toucher dans la constitution de l'espace sensible n'est d'ailleurs pas là. Il est beaucoup plutôt de nous définir les objets particuliers, de nous les faire reconnaître dans leurs mouvements, de donner un corps aux termes qui limitent les intervalles spatiaux plutôt que de nous représenter ces intervalles; il nous familiarise avec les repères matériels, et sert d'instrument à la connaissance de ce que nous appellerons bientôt l'espace des déplacements. Directement, il ne nous donne de celui-ci qu'un aspect informe et très superficiel.

§ 4. — *Les données motrices.*

On accorde communément que les perceptions de mouvements jouent un grand rôle dans la formation de notre image de l'espace. Mais il faut séparer ici plusieurs problèmes. Nous pouvons d'abord, à l'intérieur de chaque type d'espace, considérer les mouvements des figures et en chercher les lois; nous complétons ainsi ce que l'on peut nommer

l'espace sensible statique par l'espace sensible cinématique; nous pouvons, en second lieu, considérer le mouvement de notre propre corps, indépendamment de son contenu intuitif, et simplement comme un moyen d'élargir le champ de notre vision (ou de tout autre sens), de l'explorer, d'en saisir l'homogénéité, et d'associer les objets et les intervalles de deux types d'abord distincts d'espaces sensibles; nous pouvons enfin considérer les sensations liées de mouvement de notre corps comme un moyen d'éprouver l'espace où ils ont lieu, et comme un élément de sa description. Attachons-nous pour l'instant à ce dernier point.

Il semble que sous le nom de sensations de mouvement on doive distinguer deux groupes de données, les unes relatives aux positions du corps et à leur changement, les autres relatives aux accélérations. En ce qui concerne les premières, on oppose parfois le sens des attitudes immobiles à celui des mouvements segmentaires, et l'on cherche à établir lequel est premier par rapport à l'autre. Mais ceci n'a pas grand intérêt; en effet, d'une part les deux formes de la sensation vont de pair, et il n'y a pas d'attitudes purement immobiles; d'autre part nous savons bien que par l'accoutumance, toute sensation se perd, et qu'elle reparait par le changement. Une lueur trop faible devient visible lorsqu'elle se déplace, et les astronomes sont les premiers à utiliser ce fait; le battement d'une pendule nous échappe s'il est familier, mais qu'il s'arrête, et nous sommes surpris. Ainsi, les sensations corporelles qui sont les plus familières de toutes sont à la merci de l'habitude et à la frontière du changement. Elles ne se ravivent, elles ne renaissent que par lui. Ne cherchons donc pas si les mouvements des muscles sont perçus comme changements de position et de forme, ou si au contraire ces positions et ces formes ne nous apparaissent que comme termes d'une sensation de mouvement. Il n'y a là que deux aspects inséparables d'un même phénomène.

Mais il y a dans la description même de ces aspects une grande difficulté qui tient à leur complexité. Tout d'abord, nous avons peine à les séparer des images visuelles ou tactiles qui leur sont associées. Quand j'ouvre mes bras, même les yeux fermés, il m'est presque impossible de ne pas évoquer une sorte de schéma visuel de ce mouvement, qui se déploie dans un espace imaginaire (1). Mais, surtout je sens la résistance de l'air, la fraîcheur qu'elle produit sur les surfaces portantes de mes mains, il se forme un complexe tactile, musculaire, extrêmement curieux, où l'espace m'apparaît cette fois avec une sorte de profondeur native, car le toucher se prolonge naturellement à l'intérieur du corps.

Imaginons pourtant que nous ayons su écarter ces éléments adjoints, en quoi consistent les sensations d'attitude et de mouvement proprement dites? Poincaré disait qu'en toute rigueur l'espace moteur avait autant de dimensions qu'il existait de muscles. Ceci suppose que nos muscles peuvent nous donner des sensations individuelles assez claires, ce qui est douteux. Pas plus qu'il n'y a de sensations d'innervation (Helmholtz lui-même y a renoncé), il ne semble y avoir de sensations spécifiques

(1) De même, quand j'essaie de me représenter debout ou assis, il m'est bien difficile de me limiter aux sensations internes d'attitude, et de ne pas tracer intérieurement une sorte de croquis impersonnel fixant visuellement cette idée de station droite ou assise.

propres à chaque muscle; nos images d'attitudes sont des assemblages très compliqués d'éléments musculaires peut-être, mais surtout de sensations cutanées qui nous représentent les pressions et tensions de la peau, et des tissus sous-jacents, les frottements des articulations, la fatigue diffuse d'un membre, et elles ne se présentent que groupées en unités familières, c'est-à-dire ayant une forme d'ensemble comme d'ailleurs toutes les sensations. L'analyse, si on la pousse plus loin, ne nous donnera pas les éléments réels de la perception, mais des produits de désintégration. Certains ajoutent aux sensations précédentes des sensations de pesanteur et d'équilibre. Mais il est bien douteux qu'elles existent séparément, hors de l'effort musculaire, de la pression accoutumée des parties du corps les unes sur les autres, en un mot de toutes les répercussions corporelles d'une attitude normale.

Pouvons-nous avec ces seules données construire un espace et une géométrie ?

S'il nous suffit, comme à Jean Nicod, de pouvoir définir des types d'attitude, qui seront les figures, et des relations entre elles, douées de quelques propriétés logiques, alors, assurément, une géométrie des attitudes pures est possible. Elle est seulement très pauvre, et, si l'on tient compte de l'imprécision des données, très grossière et qualitative. Si nous voulons, au contraire, retrouver l'idée d'objets extérieurs les uns aux autres, séparés par des intervalles, celle de lignes droites, etc., la chose est fort douteuse. Si nous imposons, en outre, la condition que les figures ainsi définies coïncident avec celles que définit la perception extérieure, le problème est évidemment impossible. En réalité, les attitudes et les mouvements nous sont connus si confusément, quand on les regarde en eux-mêmes, que nous ne saurions en organiser aucune connaissance de type spatial, pas plus que des êtres intelligents, vivant dans une eau toujours trouble et mobile, ne sauraient inventer de géométrie.

Comment avons-nous conscience des déplacements d'ensemble de notre corps? Tout d'abord par la variation des apparences extérieures que nous interprétons comme le résultat d'un mouvement subjectif pour peu que des sensations de mouvements segmentaires s'y joignent; ensuite, par certaines sensations de pression, de température: celles qui deviennent aiguës quand le vent nous coupe la figure ou nous siffle aux oreilles, par l'effet de notre vitesse. Mais ceci rentre au fond dans le premier cas. D'autre part, nous savons que certains mouvements segmentaires, lorsqu'ils sont associés à des sensations tactiles particulières, correspondent à des déplacements. Enfin, il n'est pas douteux que nous n'éprouvions des sensations très particulières d'accélération. La difficulté est de savoir si une partie au moins d'entre elles doit être attribuée à un sens spécial, et à un organe séparé, en l'espèce, les canaux semi-circulaires de l'oreille interne. Nous nous sommes refusés déjà à faire d'eux un organe de perception statique de l'espace, au sens où de Cyon l'entendait, mais les adversaires de cet auteur n'hésitent pas à admettre que ces canaux, excités par l'inertie de l'endolymphe dans les accélérations brusques, nous donnent des sensations caractéristiques, et peut-être distribuées suivant trois directions fondamentales. Que faut-il en penser ?

En fait, tous les éléments sensibles que l'on peut observer nous semblent dérivés. Nous pouvons appliquer ici ce que James dit des émotions, qui ne se manifestent que par leurs effets viscéraux ou périphériques. Les gens du commun ont partiellement raison lorsqu'ils attribuent au cœur la sensation de l'équilibre perdu et celle du vertige. Mais tenons-nous en au cas simple de l'accélération. Que se passe-t-il quand un ascenseur m'emporte directement, soit vers le haut, soit vers le bas? Dirai-je que le trouble de mes canaux semi-circulaires éveille en moi une sensation brusque d'un type simple et particulier? Il ne le semble pas. Cette angoisse si caractéristique est un phénomène fort composé, qui apparaît d'ailleurs en maints états où les canaux semi-circulaires ne peuvent être excités par des accélérations : contractions brusques de l'épigastre, inhibition des mouvements normaux des viscères, dérèglement bref du rythme cardiaque, sensations d'étouffement, tout cela nous dépeint des événements corporels assez confus, mais dont la résultante a une forme qui nous est bien connue, qui peut être suivie d'un relâchement complet. Il n'y a rien là qu'on puisse considérer comme une sensation d'un type original. On soutient qu'il en apparaît de telles lorsque les canaux semi-circulaires sont hyperesthésiés, ou dans le vertige. Mais qu'y trouvons-nous, en réalité? D'abord un trouble visuel; le nystagmus, et la rotation apparente des objets autour de nous. S'il est intense, des phénomènes de diplopie, des éblouissements, des bourdonnements d'oreille s'y joignent. Ensuite, nous avons le sentiment de perdre notre équilibre, le sol ne nous apparaît plus clairement, nos pieds n'ont pas leur appui ordinaire, nous chancelons. Mais l'élément essentiel et le plus intense est formé par les répercussions viscérales. L'angoisse immédiate du déséquilibre se reflète comme toute émotion dans un trouble corporel et n'est ressentie qu'en lui : angoisse précordiale, syncopes, nausées, palpitations, contractions brusques. Ce sont les symptômes mêmes que nous retrouvons, aggravés, systématisés, dans la maladie de Ménière, qui est d'ailleurs liée à une affection de l'oreille. Il faut y ajouter les signes proprement périphériques, congestion, vasoconstriction ou vaso-dilatation, et les incidents qui en dérivent.

Que l'on prenne un cas pathologique net, par exemple l'observation d'Aimé (1). Un sujet ayant eu l'oreille droite ébranlée par commotion violente ne peut plus se déplacer dans un sens vertical, ni monter même une marche sans d'extrêmes souffrances. Le diagnostic est une névrite vestibulaire, intéressant peut-être à la longue le système cérébelleux. N'avons-nous pas là un exemple de sensibilité violente des canaux semi-circulaires? Il ne le semble pas; du moins la chose n'est pas prouvée. Il est vraisemblable que le malade éprouve une sorte d'angoisse, d'épouvante du mouvement vertical qui dépassent et enveloppent la douleur proprement dite due à l'irritation du nerf vestibulaire, en supposant que celle-ci existe spécifiquement.

Il est possible qu'il y ait des sensations propres aux canaux semi-circulaires; mais il n'est pas moins certain que nulle expérience ne les a isolées d'une manière irréfutable. Dira-t-on qu'il est nécessaire d'en admettre l'existence indépendamment de toute expérience directe, parce que l'oreille interne est construite comme un organe sensoriel, et qu'il

(1) *Revue philosophique*, 1918, p. 136.

faut bien d'autre part un intermédiaire psychologique pour que le rôle de régulation et d'équilibration des canaux soit intelligible? Mais nous ne disposons que de données assez confuses. Il est difficile de séparer tout à fait le rôle du labyrinthe de celui des canaux semi-circulaires. La lésion du premier provoque chez la grenouille toutes sortes d'accidents imprévus : sécrétion violente, coassement prolongé, ophtalmie provisoire qui peut durer des semaines. Il est même difficile de dire si les deux systèmes de l'oreille interne ont une fonction originelle commune, s'ils sont deux différenciations d'un organe ancien, chargé du contrôle de la direction et de l'équilibre, ou s'ils sont associés par coïncidence. Grasset et Carazzi, par exemple, ont sur ce point des opinions nettement distinctes. D'autre part, on voudrait savoir si la forte proportion de sourds-muets non sujets au vertige parmi ceux que James, Kreidl ou Strehl ont examinés, correspond à des lésions authentiques des canaux semi-circulaires (1).

En tout cas, le mécanisme physiologique de ces actions nous est à peu près inconnu, et nous ignorons tout de la fonction régulatrice de l'oreille interne prise dans son ensemble. L'hypothèse chère à Ewald du tonus labyrinthe est tout à fait vague et inutilisable; nous ne savons même pas, dans les troubles de l'équilibre, si certains muscles sont excités, ou si leurs antagonistes sont relâchés. En dépit d'une infinité d'expériences, d'ailleurs peu cohérentes, nous ne pouvons donner de réponse à aucun de ces problèmes.

Des indications intéressantes nous sont fournies par la thèse de J. Durand (2). Si les canaux semi-circulaires ont, d'après lui, une action directe sur le nystagmus oculaire (contrairement à la thèse de Cyon), ils ne semblent fournir que des indications très vagues touchant l'équilibre, et ne jouer sur ce point qu'un rôle effacé. La preuve en est que, dans les vertiges aigus et intolérables, il suffit en général de trépaner le malade, et de détruire les canaux en évacuant l'endolymphe. Après une brève crise de vertige postopératoire, le malade semble n'avoir perdu aucun élément de stabilité. Si l'on explique la disparition de la douleur par la paralysie du nerf, provoquée par l'évacuation du liquide, et si l'on compare ce résultat à l'aveuglement qui suit celle de l'humeur intraoculaire, dans les cataractes mal opérées, on rend peu vraisemblable l'idée d'une action de pure pression de l'endolymphe.

En résumé, nous croyons qu'il est inutile d'admettre, comme le fait, par exemple, Woodworth, un sens particulier correspondant aux excitations des canaux semi-circulaires. Tout ce que nous observons en nous se réduit à des modifications corporelles qui dérivent des accélérations imprimées à notre corps, soit indirectement, et elles sont alors émotives et diffuses, soit directement, et elles sont alors représentatives et dirigées, au moins jusqu'à un certain point. En tout cas, si quelque chose, dans nos sensations de mouvements, nous fait entrevoir les directions fondamentales de l'espace, il faut l'attribuer non pas à la structure des canaux,

(1) Cette association des deux appareils de l'oreille interne a justement poussé Preyer et Cyon à imaginer que les canaux semi-circulaires sont excités par les sons.

(2) Contribution à l'étude du traitement chirurgical des vertiges labyrinthiques. Th. Paris 1922. L'auteur admet une théorie qui se rapproche de celle de l'endolymphe

mais à celle de notre corps, qui nous permet de distinguer un haut et un bas, un avant et un arrière, et même une gauche et une droite.

Nos images kinesthésiques sont donc étrangement compliquées, et au fond, inanalysables. Pourtant, considérées dans leur apparence globale, elles sont reconnaissables et familières. Elles nous donnent moins un espace séparé, qu'elles n'ornent et ne peuplent le cadre purement extérieur de l'espace visuel et tactile. La notion d'objet est déjà à demi construite d'éléments visuels et tactiles et d'éléments moteurs. Quand je me représente une arête d'une figure dans sa solidité et sa cohésion, l'unité du mouvement par lequel je la parcours sous-tend la continuité des impressions tactiles, l'étendue de la sensation visuelle, elle s'associe et s'incorpore à l'image même de l'objet. Nous disions, au début de ce livre, que les choses extérieures étaient faites aussi bien de la douleur qu'elles nous causaient que des images sensibles qu'elles déterminaient en nous. Cela est plus vrai encore des mouvements par lesquels nous suivons ou imitons leur contour.

Or, si les objets maniables et solides que nous considérons dans l'espace font intervenir l'image des mouvements segmentaires de notre corps, les intervalles qui les séparent mettent ce fait en évidence. Non pas qu'ils soient un pur néant pour les autres sens. Une étendue obscure est vue aussi positivement qu'une étendue éclairée, et ce n'est que pour les physiciens que le noir n'est pas une couleur. Une pression nulle est aussi réellement ressentie qu'une pression intense, et quand je touche du doigt deux pointes, je ressens en même temps qu'elles l'intervalle qui les sépare. Mais quand j' imagine un intervalle vide, je le comble instinctivement de mon propre mouvement, je ressens l'espace qui en sépare les extrémités, comme un nageur éprouve l'eau qu'il traverse, comme un coureur éprouve le vent qu'il affronte, je joue véritablement le parcours intermédiaire.

Déjà, quand nous analysons la sensation du relief, et celle de profondeur, nous avons montré qu'elles sont comme animées par des mouvements imaginaires qui nous font décrire l'intervalle des différents plans visuels. Ils soulignent l'équivalence des différentes dimensions de l'espace. Nous pourrions ajouter qu'ils nous rendent sensibles l'existence du lieu à l'intérieur même des corps particuliers. En effet, nous pouvons imaginer qu'un objet sensible se déplace. Il est alors remplacé par une étendue nouvelle, mais celle-ci qui nous succède ne nous apparaît pas comme préexistante, comme immanente à l'image primitive. Au contraire, nous pouvons imaginer un mouvement à travers une figure représentée visuellement, il y a donc en elle une sorte de lieu sous-jacent, et ceci donne un corps à cette pensée d'un vide où sont placés des solides. Le mouvement, réel ou fictif, est l'épreuve qui met en lumière l'uniformité du lieu aux divers points de l'espace, et celle des directions. L'espace est une possibilité universelle et indéfinie de mouvements, considérés à la fois objectivement et subjectivement. Ainsi nous voyons prendre figure et prédominer dans l'espace des mouvements les éléments quasi-émotifs que nous avons déjà entrevus, lorsque nous analysons dans l'ordre visuel les notions de grandeur absolue et de profondeur.

Il est un cas où la perception de l'espace devient particulièrement intense, où se trouvent mis en lumière, suivant une perspective nouvelle, les éléments dont elle est assemblée : c'est celui de certains rêves, où nous ressentons d'une manière vive, aiguë même, l'éloignement des objets et

leur disposition spatiale. Nous avons ici l'antithèse de ces expériences singulières du temps que nous avons évoquées à la fin du chapitre précédent, et peut-être un aspect plus fondamental, et en un certain sens plus vrai, de l'expérience de l'espace. En effet, dans la vie normale, la perception de l'espace peut déborder le geste, le discours, l'action, mais elle ne l'entoure souvent que comme une frange, elle lui reste subordonnée; nous sommes surtout attentifs aux traits qui caractérisent ce qu'il y a de maniable et d'utilisable dans les objets individuels. C'est pourquoi l'essentiel de la perception est alors tactile ou visuel, l'élément le plus profond s'étant, en quelque sorte, réfugié et obscurci dans l'instinct spatial. Au contraire, en certains rêves, nous sommes désintéressés, inactifs, les objets nous semblent étrangers, hors de notre atteinte, comme si notre connaissance n'était doublée d'aucune efficace. Ce sentiment est parfois indolore, et nous suivons notre rêve en spectateurs curieux; plus souvent il s'accompagne d'une inquiétude subtile, puis d'appréhension, d'angoisse, d'une sorte de désespoir immobile où l'âme entière semble contractée, comme si nous étions ensevelis vivants dans notre hallucination. Que subsiste-t-il alors en nous, en ce sentiment dramatique et proprement spatial? C'est un peu, sous une forme plus intense, plus dépouillée, ce que nous éprouvons quand nous regardons un paysage par le gros bout d'une lunette : les objets, il est vrai, n'ont pas changé visuellement, ils ne sont pas diminués, les événements se déroulent normalement; seulement l'éloignement, la profondeur en sont accrus, mêlés de notre impuissance, de notre renoncement à les parcourir. De l'ornement visuel des figures extérieures, du décor tactile, du peuplement sonore, la sensation de vide se détache et reflue vers nous, faite d'une sorte de vertige, qualité commune des choses et de nous.

Dira-t-on que nous ne sentons là qu'un malaise de notre corps, faussement extériorisé? Nous ne le contesterons pas. Sans doute, notre estomac était-il fatigué, nous étions oppressés, notre sang circulait mal, quelque toxine était sécrétée et troublait notre cerveau. Mais qu'en conclure? Nous pourrions dire tout aussi bien que la vue ne nous représente que notre rétine, l'ouïe que notre labyrinthe, le toucher que notre peau, le mouvement que nos muscles. Reviendrons-nous à une forme vide d'extériorité où nous projeterions des sensations naturellement internes? Si ce que nous avons dit au chapitre I est exact, toutes nos sensations nous représentent en un sens notre corps, en un autre sens et d'emblée le monde extérieur, elles sont des figures de son extériorité. Alors nous pouvons dire que le rêve met en pleine lumière, en ces sensations émotives, diffuses et presque poignantes, existant obscurément dans la perception normale, ou reléguées au second plan, la trame secrète, et, d'un certain point de vue, la forme même de l'espace sensible.

§ 5. — *L'espace des déplacements objectifs. Son prolongement. Le problème de l'unité sensible de l'espace.*

Tels sont les objets principaux de cette intuition de l'espace corps, que tant d'auteurs anciens croyaient claire. Mais à côté d'elle se constitue, par des voies un peu différentes, une notion de l'espace où l'image des intervalles passe au second plan, où nous sommes moins attentifs à eux.

qu'aux faits qui les déterminent, c'est-à-dire aux solides, à leurs positions, à leurs mouvements : c'est ce que nous nommerons l'espace des déplacements.

Certains diront que nous passons ainsi d'une image substantielle de l'espace à une conception relationnelle, qui est la véritable. C'est abuser des mots et des oppositions. De ce que nous nous attachions plus particulièrement à tel ou tel élément de l'expérience, il ne suit pas que les autres deviennent irréels; de ce que nous négligeons partiellement la nature des intervalles, il ne suit pas que les corps solides ne soient séparés que par des relations abstraites, et que le lieu pris en lui-même ne soit rien physiquement; il y a continuité et corrélation entre les deux aspects de l'espace, et l'un n'est pas plus abstrait, plus relationnel que l'autre : dans la mesure où les corps sont des choses, l'espace est une chose, et si le mouvement des corps suit certaines lois, c'est que l'espace où ils sont logés a une certaine structure. Nous ne pouvons même pas dire que cette structure ne nous est connue que par les propriétés des corps, car nous en avons par ailleurs une intuition partiellement claire, partiellement confuse. Mais il est intéressant de considérer l'espace sous l'angle des déplacements, parce que certains caractères peuvent en être définis d'une manière plus précise. C'est le cas des dimensions, dont nous avons une image immédiate, mais imparfaite. Considérons donc un solide libre. fixons-en trois points, il est immobile; fixons-en deux seulement, chaque point éloigné de l'axe des deux autres décrit un cercle; n'en fixons qu'un, chaque point à distance finie de celui-là peut se mouvoir sur une sphère. Une définition équivalente des trois dimensions de l'espace est la suivante : donnons-nous des liaisons rigides : un point est fixé lorsqu'il est lié rigidement à trois autres. Nous pouvons encore raisonner de la manière suivante : dans ce continuum amorphe qu'est l'espace, une région est limitée par une courbe fermée. Sur cette courbe, il faut deux points pour déterminer un segment. Le point lui-même n'a point de dimensions.

Nous arrivons ainsi à une vue différente sur l'espace : les propriétés que nous lui attribuons désignent, par abstraction, certaines propriétés des phénomènes, en particulier des mouvements. Et tout d'abord, elles ne font que préciser, que mesurer des qualités perçues directement, comme la vibration enregistrée sur un cylindre correspond au son entendu par l'oreille. C'est parce que nous avons une image confuse des directions de l'espace que les expériences sur les solides prennent leur signification géométrique. Quant à savoir si la définition par les déplacements est plus réelle que la définition intuitive, cela n'a aucun sens; elle est seulement plus précise.

Il est vrai que parfois, lorsque nous parlons de l'espace, nous négligeons entièrement l'image sensible correspondante; nous raisonnons alors dans l'abstrait, c'est-à-dire que nous employons certains termes suivant des règles conventionnelles, et que nous construisons ainsi des formules nouvelles. Mais nous ne saurions ici encore séparer l'espace des objets qu'il contient.

Il arrive aussi que l'on attribue à l'espace certains caractères qui désignent des propriétés complexes des phénomènes physiques; ainsi nous parlerons de l'espace de la gravitation, de l'espace des forces comme nous parlions de celui des déplacements. Ce n'est là qu'un changement de définitions, d'ailleurs fâcheux : nous appelons désormais espace ce

que nous nommions auparavant univers physique, et cette notion, qui ne correspond à aucune intuition homogène, n'est plus qu'une figure du discours, mais ne correspond évidemment pas à un degré supérieur d'abstraction.

Cette diversité des aspects de l'espace est plus frappante encore si nous quittons la zone de l'espace proche, maniable, qui comprend les corps que nous pouvons déplacer, dont nous pouvons apprécier immédiatement la distance. Cette zone se prolonge insensiblement en une autre, que nous pouvons nommer l'espace approchable : c'est celui des objets qui, semblables par nature à ceux de l'espace proche, sont, par accident, éloignés et hors de notre contact. Ainsi, les arbres, les maisons, et toute cette nature qui s'étend jusqu'à l'horizon. Si lointaine qu'elle soit, l'imagination nous la montre présente; nous sentons confusément que par un déplacement du type normal, nous pourrions la rendre proche. La continuité des apparences nous fait éprouver, pressentir l'unité foncière qui la lie à l'univers où nous vivons en ce moment; nous la peuplons de mouvements imaginaires, et bien qu'elle soit plus reculée, elle est encore nôtre.

Mais il est d'autres demeures spatiales que nous n'atteignons qu'en pensée, et les objets qui les occupent ne ressemblent, en rien à ceux de l'expérience courante. C'est un au-delà qui nous dépasse, étant démesuré à notre imagination.

Chacun de nous a ressenti assurément ces divers plans de réalité si inégaux de l'espace. Ainsi quand nous marchons vers le soir, à travers une campagne vide, à côté de nous un taillis, une gerbe proche sont comme dans notre main. Nous les percevons aussi clairement que notre corps, ils sont immédiatement nôtres. Suivons l'échelonnement des terres : insensiblement nous sommes menés jusque vers un horizon matériel, qui nous reste familier malgré sa distance. Mais le soleil couchant, s'il nous paraît dans l'espace, ne l'est pas de la même manière : il ne nous semble pas un objet saisissable; entre sa figure sensible telle que nous la percevons par nos yeux et l'objet géométrique, tel qu'il est étudié par les astronomes ou les astrophysiciens, il y a tant de différence, qu'une image corporelle, un lieu matériel ne peuvent guère jouer le rôle de médiateur intuitif. Sans doute, il n'y a là rien d'absolu. Les anciens qui croyaient le soleil gros comme un corps sublunaire, ne sentaient guère cette démesure entre l'espace approchable et l'espace des astres; pourtant leur espace sensible ne devait pas différer radicalement du nôtre. Nous-mêmes, en certains cas, lorsque, dans un ciel pluvieux, le soleil semble rouge, n'avons-nous pas l'illusion qu'il est tout proche, qu'il est exactement au-dessus de l'horizon? Tout ceci est exact, et notre vue d'ensemble de l'espace a toujours quelque chose d'ambigu. Cette figure un peu irréaliste de l'espace lointain n'est qu'une certaine façon d'incorporer au sensible. Ce qui la caractérise, c'est que nous sentons plus ou moins obscurément, que nos intuitions ordinaires de distance ne s'appliquent plus; si le soleil n'est pas à distance comme l'est un arbre ou une montagne, c'est que nous avons du moins appris à ne plus nous le représenter ainsi; il n'y a pas d'élan, de mouvement possibles vers lui. Si les distances astronomiques, abstraitement parlant, sont seulement des distances très grandes; intuitivement parlant, elles sortent des cadres de notre imagination, elles sont

en quelque manière irréelles. Le soleil appartient à un espace redevenu (par l'effet d'un savoir) presque purement visuel.

La même chose vaut d'ailleurs des astres. Quand nous les regardons en songeant à ce qu'ils sont en réalité, en évitant de les confondre en imagination avec les lueurs de veilleuses, ou d'étincelles, nous ne leur attribuons plus à proprement parler de distance. Le monde de la sensation et celui de l'astronomie sont disjoints, ils ne se correspondent plus qu'indirectement, par l'intermédiaire d'une théorie abstraite, par une suite de conventions géométriques.

Maintenant, pouvons-nous parler de l'espace sensible pris dans son ensemble, et lui attribuer des propriétés? La chose est douteuse. La géométrie de celui qui nous enveloppe immédiatement peut être développée, bien qu'elle soit imprécise; mais celle de l'au-delà, des prolongements imaginaires, demeure indéterminée intuitivement. Ce n'est que par raison et par convention que nous lui attribuons une forme et des limites; l'intuition sensible est muette. Si nous nous transportons en pensée aux frontières extrêmes de la perception, nous entraînons avec nous notre univers proche et notre au-delà. C'est pourquoi l'espace est homogène et indéfini, notions purement négatives qui expriment simplement que rien ne nous empêche de transporter en tout point une expérience imaginaire semblable à la nôtre, et de la prolonger ainsi sans qu'il nous soit possible de lui reconnaître des bornes. Certains croient que par une intuition claire, nous pouvons imaginer un développement indéfini de l'espace par sphères concentriques, dont les surfaces vont en se déployant à l'infini. Mais c'est une erreur. Si nous sommes immobiles, nous ne pouvons nous les représenter que par perspective ou plutôt nous ne nous représentons qu'une voûte à laquelle nous prêtons des distances variables, sans savoir si ces distances peuvent croître indéfiniment. Si nous nous déplaçons, nous pouvons affirmer qu'à aucun moment, une limitation ou un retour aux régions primitives ne sera nécessaire pour des raisons tirées de notre mode de perception. Mais tout le reste demeure indéterminé. L'image d'une sphère de rayon croissant, claire dans l'espace proche, quand nous la regardons du dehors, ne peut être *a priori* indéfiniment prolongée, il n'est pas sûr que nous puissions indéfiniment lui rester extérieur, et que cet agrandissement et son contrôle imaginaire correspondent à une réalité (1).

Nous voyons, en résumé, non seulement combien les éléments de l'espace sensible sont complexes, mais combien ils varient avec les domaines de cet espace. Peut-être conviendrait-il maintenant de réfléchir à l'unité qui lui est propre.

Nous n'avons pas ordinairement conscience de l'espace total; l'essentiel est de vivre, et notre perception adhère à nos conduites, mais presque toujours par fragments : tantôt c'est un aspect visuel, et tantôt une sensation musculaire, et plus souvent encore, c'est un simple thème de discours. Pourtant, quand nous regardons le monde extérieur d'une manière désintéressée, nous sentons que l'unité de l'espace est profonde, substantielle; elle nous saisit, et nous sommes tentés de dire, transposant le mot célèbre de Pascal : c'est le cœur qui sent l'unité réelle de l'espace.

(1) On voit combien il est difficile de justifier cette pensée de Kant suivant laquelle espace et temps sont donnés comme infinis en tant qu'intuitifs.

Les anciens auteurs avaient cru donner un corps à cette apparence en inventant une étendue, perçue directement à travers les figures sensibles, en distinguant entre les qualités premières et les qualités secondes. Mais nous savons que c'est une pensée tout à fait vaine : aucun de nos sens ne nous fait toucher un élément privilégié, fondamental de la nature, tout en celle-ci est phénomène et rien n'est substance. Pourtant, notre espace n'est pas simplement une architecture d'apparences, de même qu'un objet n'est pas simplement une juxtaposition de sensations. Je puis me démontrer que, mon image visuelle n'ayant que deux dimensions, la profondeur est chose inférée, et que je n'ai pas de prise aussi directe sur elle; mais si je vois un vieil arbre, à l'écorce creusée de rides, mes yeux pénètrent jusqu'en elles, et leur profondeur m'est aussi sensible que leur largeur, ou leur longueur. J'analyse l'image en dimensions non suivant mes yeux, mais suivant les objets et elles me semblent égales. Et je ne sépare pas les sensations visuelles qui sont éprouvées en acte des sensations tactiles ou motrices qui ne sont en moi qu'en puissance, mais je saisis clairement, dans leur unité, la solidité du corps et celle du lieu. Ainsi, plus je me persuade qu'il ne peut y avoir de grandeur absolue des objets, et plus elle m'apparaît irréfutablement. J'ai prise directement sur la profondeur du monde, je vois cette route s'éloigner ; au moment où je reconnais qu'un paysage était en réalité peint sur un décor, quelque chose est détruit que je ne puis définir : toute la perception est nouvelle bien que rien n'ait changé en elle.

Mais plus l'unité de l'espace est certaine, et plus elle est paradoxale et indéfinissable, et nous n'entendons pas ici une définition constructive; nous voulons dire simplement que nous n'arrivons pas à séparer, par une suite de réflexions, nous pourrions presque dire, de cristallisations mentales, l'élément qui caractérise l'unité spatiale des objets phénomènes, que nous les prenions dans leur étendue ou dans leur mouvement.

Une telle pensée nous étonne et nous déçoit. Faut-il croire que notre connaissance des choses et de nous-mêmes ne soit qu'un instrument commode pour la vie matérielle et pour l'usage théorique de la nature et qu'elle se disperse dès que nous essayons d'en démêler l'architecture et d'arriver par elle à l'intelligence des phénomènes? Nous avons défilé, en décrivant les aspects simples de l'espace sensible, les fils dont était tressée notre expérience; devons-nous renoncer à les assembler de nouveau, ou faut-il entreprendre courageusement l'étude du mécanisme mental de la synthèse spatiale?

Certains auteurs s'y sont résignés. C'est ainsi que James Sully a essayé de préciser les démarches successives de la perception et d'en déterminer les lois, sans se dissimuler les difficultés de la tâche. Nul n'a mieux marqué, et en termes plus simples, le progrès de la préperception à la perception proprement dite, et comment celle-ci, de sensation devient inférence? Et cela dans les cas les plus simples en apparence; dans la vue d'un objet matériel où la présentation, la reconnaissance spécifique et la reconnaissance individuelle s'enchaînent et se complètent. Nul n'a mieux vu les difficultés du problème. S'il est vrai que « le perçoit se forme par la fusion d'une sensation réelle avec des représentations intellectuelles ou images de sensation », le phénomène est difficile à comprendre, d'abord parce que « dans la plupart des cas, la reconnaissance

des dimensions, de la distance, etc., se fait si rapidement qu'il est impossible de surprendre les deux phases ainsi séparées » ; ensuite parce que le dosage des éléments constitutifs est incertain. « Nous touchons ici à une question embarrassante : dans la nature d'une sensation, quelle est la part qu'il faut considérer comme le résultat nécessaire du mode d'excitation nerveux particulier au moment, ainsi que des lois de la sensibilité, et quelle est la part qu'il faut attribuer à la réaction de l'esprit sous forme d'attention et de discrimination ? » (1)

Helmholtz a, dans l'ordre de l'espace visuel, fait de fréquentes allusions à un mécanisme intellectuel, et à l'intervention des jugements dans la perception. Les thèmes de la sensation-signe et du jugement silencieux reviennent perpétuellement dans son œuvre, bien qu'à la fin il se soit exprimé avec plus de réserve. Ce qu'il nomme jugement ou inférence consiste d'ailleurs souvent en la prévision spontanée d'un phénomène suivant des associations antérieures. De même, en acoustique, il a toujours voulu montrer la tendance de l'esprit à former des unités indissolubles, où les éléments sont presque transfigurés, c'est ainsi que le timbre des instruments et celui de la voix humaine sont des unités mentales qu'une longue éducation a formées et que seule une longue éducation peut défaire.

Sans doute, il y a beaucoup d'artificiel dans cette reconstitution trop savante de la perception; l'inconscient y raisonne trop, comme raisonnent trop les animaux dans certaines théories de l'instinct. Plus d'un auteur, à l'exemple de M. Piéron, a raillé le roman intellectualiste ou sensualiste de la perception, en s'appuyant sur le caractère immédiat, inévitable, radical de la synthèse perceptive. Mais qu'ont-ils mis à la place? L'espoir d'une explication physiologique, la synthèse mentale ayant son origine dans la composition des excitations elles-mêmes. Mais c'est une thèse très vague. Si bien des illusions visuelles peuvent être expliquées par des raisons de cet ordre, comme les faits de contraste, d'images consécutives, et bien d'autres, il en est qui semblent rester irréductibles. Le serpent qui nous effrayait perd ses yeux, quand nous avons reconnu en lui une corde, le mouvement de ses anneaux disparaît subitement, et d'une manière définitive. Le 8 perd ses boucles disproportionnées quand nous le remettons à l'endroit, le papier qui nous semblait rose parce que nous pensions le voir à travers un écran vert nous semble gris, quand nous savons qu'il est vu directement. L'hallucination croît et varie avec la sensation qui lui donne naissance, mais elle la dépasse infiniment; l'image consécutive s'agrandit quand le plan de fixation s'éloigne, l'œil paralysé qu'un malade s'efforce de mouvoir vers la gauche, voit les objets fuir vers la droite. Mille exemples analogues semblent requérir un mécanisme proprement psychologique. Ainsi nous ne devons pas nous laisser rebuter par les insuccès des théories sur la structure mentale de la perception, mais plutôt songer qu'elles sont encore à cette période semblable à ce que fut autrefois pour la physique, la période ionienne. L'atomisme de Démocrite, les homœoméries d'Anaxagore, la cosmologie du Timée étaient, en leur temps, des doctrines extrêmement curieuses, également imprécises; mais deux d'entre elles sont mortes, et l'autre a survécu, et elle est devenue le thème principal de toute notre physique. Aussi, ni la théorie

(1) *Les illusions des sens et de l'esprit*, pp. 19-32.

de la perception obscure, ni celle même de l'atomisme mental ne nous semblent destinées à périr tout à fait.

D'ailleurs, la théorie physiologique a un double sens. En effet, elle peut signifier que l'origine de toutes les illusions visuelles, de tout le complément intuitif apporté à la sensation brute est dans un phénomène rétinien, dans une prédisposition de l'organe sensoriel lui-même. Mais elle peut signifier aussi que la raison de ces faits réside dans un phénomène cérébral caractéristique ; mais, en ce cas, nous ne dépassons pas l'affirmation très générale de l'épiphénoménisme, ou simplement du parallélisme, si l'on admet que le langage psychologique est également acceptable. En tout cas, comment une thèse de ce genre rendrait-elle compte de l'unité propre à l'espace sensible ? Car la synthèse n'en est pas toujours immédiate et profonde. Dans l'exemple de l'arbre, et de ses rides, les données visuelles et tactiles sont, il est vrai, aussi étroitement associées que le bleu et le jaune dans la sensation du vert, les diverses figures de l'espace sont si exactement unies que nous ne pouvons les séparer, si ce n'est à l'occasion de certaines illusions, comme un arbre si parfaitement greffé que toute cicatrice a disparu, révèle dans ses surgeons la sauvagerie de sa racine. Mais si nous laissons ces expériences privilégiées, l'unité de l'espace change de nature. Il faudrait la comparer à celle des pièces du « Clavecin bien tempéré », où plusieurs voix alternent, se répondent et s'entrelacent indéfiniment. La perception de l'espace n'est pas d'ordinaire achevée dans l'unité d'une intuition, elle n'apparaît que par scintillements. La science de la nature n'est pas infuse à la perception, elle lui est sous-jacente, et nous passons de l'un à l'autre plans de réalité et de pensée, parce qu'ils symbolisent entre eux, étant les uns aux autres une allusion perpétuelle.

Il en est ici comme de toute forme de la vie mentale : un concept nous semble cohérent et bien défini, bien que nous ne réalisions pas à la fois les diverses parties de sa compréhension : sa signification logique et sa puissance d'évocation intuitive. Nous parlons de notre tristesse, de notre regret, comme si c'étaient là des unités massives intérieures à l'âme, et pourtant il n'en est rien : car ce n'est pas telle pensée particulière qui a la nuance vraie du regret, mais seulement leur suite ; le réconfort d'une ancienne amitié appelle la détresse de la sentir perdue, et c'est le mouvement de l'âme qui en définit les assemblages réels, comme ce ne sont pas les notes ou même les accords isolés qui nous touchent, mais leurs résonances et leurs enchaînements temporels. Ainsi de l'espace ; il y a en lui trois éléments fondamentaux d'unité : la persistance de nos mouvements, de nos conduites et de nos intentions, que nous emportons avec nous, quand nous imaginons les régions les plus lointaines, les plus abstraites, les plus inhumaines, et dont nous les peuplons insensiblement ; le discours, sur lequel notre attention se concentre, et qui est uniforme, bien que les perceptions soient diverses (car si percevoir n'est souvent qu'une occasion de se souvenir, c'est avant tout une occasion de vivre et de raisonner. Discours sage et utile, à n'en pas douter, mais qui change l'ordre des réalités). C'est enfin cet élément d'unité purement sensible, qui correspond dans l'ordre du simultané à ce qu'est le rythme dans l'ordre temporel. Il suit toute pensée, et nous en ornons par l'imagination toute demeure de l'espace. Pourtant, nous ne le comprenons pas.

Certains diront peut-être que le problème est psychologiquement mal posé, que l'espace est aperçu d'abord dans son unité et que ce n'est qu'ensuite que, par analyse, nous en faisons naître certains aspects. Il n'y a pas à en faire la synthèse, à en rendre intelligible l'unité puisque ce sont là des faits primitifs, comme la perception de la forme d'ensemble est première par rapport à celle des détails, le rythme premier par rapport à la durée. La solidarité des diverses figures de l'espace nous apparaîtra comme un sentiment fondamental et indéfinissable, de l'ordre des attitudes mentales, comme la réunion du virtuel sous l'actuel.

Présentée ainsi, cette thèse se réduirait à un changement d'indéfinissables; elle érigerait le problème en solution. Pourtant, il y a là quelque chose de très significatif : les philosophes oscillent perpétuellement entre l'explication par les éléments et l'explication par l'universel concret. Quand ils échouent à recomposer l'esprit avec ses états, ils essaient de se donner l'esprit et d'expliquer comment il se spécifie en pensées et en affections particulières. N'est-ce pas ainsi que les physiciens eux-mêmes passent de l'explication mécanique à l'étude thermodynamique des phénomènes, et que nous les voyons aujourd'hui renoncer à la théorie individuelle de l'atome, et à la description exacte de ses parties pour ne plus retenir que l'existence statistique de niveaux d'énergie capables de se transformer suivant des impulsions d'ailleurs inconnues? Mais dans l'ordre physique, nous savons que les théories thermodynamiques ne sont pour nous que des images provisoires, qu'elles ne répondent pas à notre idéal d'une science achevée, et rien ne nous oblige formellement jusqu'ici à renoncer à notre espérance d'une image purement mécanique de la nature. On peut se demander s'il en est de même dans l'ordre de l'esprit, et s'il n'y a pas deux manières très différentes de comprendre les événements, d'apercevoir dans le monde l'œuvre de la nécessité. Peut-être y a-t-il une intelligence anatomique qui comprend les événements par leur mécanisme intérieur, et une intelligence historique qui les comprend par leur forme et leur continuité, nous pourrions dire par leur vie même, et peut-être celle-ci a-t-elle seule quelque emprise sur l'esprit. De même que nous ne comprenons pas une statue en cherchant comment l'argile de la maquette se tenait, ni par quels procédés le praticien a dégrossi le marbre, ni comment le ciseau en a détaché les éclats, mais en tâchant de ressentir de quelles pensées, de quels sentiments elle est chargée, ce qu'elle signifie dans l'intention de l'artiste ou dans la tradition à laquelle il est lié, ainsi, peut-être, ne comprendrons-nous rien des œuvres de l'âme si nous ne cherchons simplement à voir comment elles procèdent d'expériences anciennes, comment elles les continuent, étant exigées par elles, et en préparant d'autres. Nous pouvons imaginer une histoire naturelle de l'esprit plutôt qu'une physique, et nous familiariser avec lui plutôt que le comprendre.

Nous rapprochions tout à l'heure la perception de l'instinct. Il y a là plus qu'un accident, car nous découvrons en tous deux quelque chose de mystérieux et de providentiel. Nous ne comprenons la perception qu'en la supposant tissée d'entreprises et de raisonnements inconscients, comme nous ne trouvons dans l'instinct, quand nous l'analysons, que des initiatives semblables à celles d'une intelligence irrégulière et obscure. La perception associe des aspects de l'expérience, comme l'instinct fait des actes et des recherches, et nous n'en voyons pas la raison intérieure.

Mais cette conclusion n'est pas particulière à la perception spatiale; elle est plus vraie encore du temps sensible; nous devons nous résigner d'une manière plus suprenante encore à vivre en lui et à parler de lui, comme si nous en connaissions la nature, alors que celle-ci se dérobe et nous semble paradoxale dès que nous prétendons l'approfondir.

§ 6. — Conclusion. La réalité intuitive de l'espace et du temps.

De même que nous n'avions pu séparer clairement l'esprit et les corps, nous avons vu l'intuition sensible de l'espace et du temps se disperser en aspects ambigus. Peut-être est-il en effet dans le rôle du philosophe de rompre ainsi des unités trop familières, et que nous finirions par croire primitives. Les enfants, qui ne regardent plus les étoiles, ne sentent pas la démesure entre ce que nous voyons d'elles, et ce que nous en affirmons. Il faut nous arracher au savoir abstrait pour les revoir dans leur apparence primitive, loin de tout réseau de signes, de chiffres et de théories. Ainsi nous avons construit de notre âme et du monde un schéma commode et familier, et perdu la trace de l'expérience vraie. Mais il faut parfois nous défaire de ces figures trop simples et nous sentir étranger à nous-mêmes, afin de nous retrouver.

Mais si nous ne pouvons par intuition atteindre ni une profondeur temporelle, ni une profondeur spatiale, si nous sommes liés à l'expérience immédiate du présent et de ses images, ne pouvons-nous au moins nous forger dans la pensée un au-delà, nous inventer une nature, établir une ontologie de l'espace et du temps ? Ainsi, bien qu'un approfondissement direct soit impossible, nous ne resterions pas sur les demeures ruinées de l'unité sensible.

Cette extension idéale de l'espace et du temps est liée à une pensée obscure, suivant laquelle notre expérience est un élément d'une tradition ; cette solidarité conçue comme nécessaire, fait de l'espace et du temps l'instrument d'une certaine causalité, elle est impliquée dans le mouvement de pensée par lequel nous nous interrogeons sur leurs limites; ainsi le problème du prolongement de l'expérience sensible, celui de son objectivité, celui de sa détermination sont étroitement solidaires; comment s'appliquent-ils en particulier à son aspect spatio-temporel ?

a) Le sens commun les résout suivant une métaphysique élémentaire. Pour lui, le monde réel est immanent au sensible, il est saisi en lui. Non d'une manière toujours adéquate, car il convient que certaines données sont transfigurées par la sensation. Mais il est guidé par une comparaison implicite : celle de verres colorés qui altèrent à nos yeux la nuance des corps réels. Même si nous lui imposons d'admettre que ces verres sont en outre déformants, qu'il n'y a pas de qualités premières saisies comme telles, à la manière de l'étendue cartésienne, il conserve le sentiment que l'espace et le temps au moins sont saisis adéquatement dans leur structure à la fois sensible et objective.

Ce sentiment est d'ailleurs l'appui le plus solide du nativisme, qui ne se justifie guère que comme réquisit d'une métaphysique de l'espace et du temps. En effet, pour que l'espace puisse être commun à l'intuition et au réel, il faut que, dans l'intuition même, il soit aperçu d'une manière

privilegiée, et qu'il ne soit pas subjectif au même titre que le divers sensible.

Mais le réalisme ainsi défini est indéfendable. Psychologiquement, la notion d'espace n'est assemblée que de qualités également subjectives et secondes. Métaphysiquement, il est impossible de comprendre dans cette hypothèse comment a lieu cette transfiguration partielle du monde physique en monde sensible, cette peinture superficielle et incomplète du réel, et le rôle qu'y jouerait le corps, partie du monde sensible et du monde physique : on voit mal le corps projeter sa lumière propre sur le monde extérieur, ce qui serait pourtant la seule conclusion possible. Enfin, cette métaphysique ne peut contester l'existence d'une mémoire, d'un devenir individuel, admettant une unité temporelle. Elle est donc amenée à défendre la fausse distinction du moi et du monde sensible que nous avons examinée dans le chapitre premier.

b) Renonçons donc à cette métaphysique grossière, acceptons l'idée que l'espace sensible est solidaire du divers sensible, que le moi est dans la perception confondu avec l'expérience elle-même, qu'il est incorporé au monde. Cherchons alors en quel sens le monde et l'espace sensibles ont une réalité objective et admettent un au-delà dont ils procèdent.

Dans ce dépassement de l'expérience, nous pouvons suivre deux voies : nous pouvons tout d'abord forger la profondeur temporelle du monde sensible, et nous imaginer celui-ci comme l'héritier d'une tradition individuelle; le devenir est peuplé par les trajectoires des âmes particulières, il est tissé dans le sens de ces âmes, suivant leur histoire sensible et personnelle. Nous arrivons ainsi à une monadologie.

Nous pouvons aussi considérer notre expérience comme découpée dans un monde spatial, qui lui est simultanée. Mais ce monde est d'une autre nature : il est fait de corps, privés de souvenir et de durée; il nous faut aussitôt dénaturer le sensible, imaginer un univers physique différent de la sensation, commun aux diverses représentations, impersonnel. Si bien que le problème du monde sensible n'est pas simplement un problème d'affleurement, mais de transfiguration et d'individuation. Il n'y a pas entre les parties de l'espace communication, compénétration mais juxtaposition. L'individualité n'y est que d'accident, et le temps qui la complète n'est à son tour qu'un lieu inerte, dont les moments ne se connaissent pas, et ne sont que voisins; ils ne vivent pas les uns par les autres, ils se suivent sans procéder les uns des autres. Nous pouvons dire alors que nous avons prolongé l'expérience en un monde extérieur : mais il faut bien entendre ce mot : il y a, en effet, trois sortes d'extériorité : l'une est celle des parties de l'expérience les unes par rapport aux autres, la seconde est celle du monde physique par rapport à l'expérience, et le nom de transcendance ou d'objectivité lui conviendrait mieux, la dernière est enfin l'extériorité réciproque des parties du monde transcendant qu'imité géométriquement la première.

Il semble d'abord qu'il existe une opposition radicale entre la manière dont l'expérience procède d'un au-delà temporel ou d'un au-delà spatial : dans le premier cas, il s'agit d'une solidarité essentielle; dans le second d'une causalité allégorique où le sensible ne correspond d'ailleurs pas à l'ensemble du monde objectif, mais à un de ses aspects. Mais la notion du temps est ambiguë, et si nous considérons que le passé est autrement réel qu'est le présent, qu'il est un être imaginaire et symbolique, nous

voyons que, de ce point de vue, la causalité temporelle est symétrique de la causalité spatiale.

D'autre part, dans les deux ordres de réalité, l'univers de l'expérience se reconstitue en termes spatio-temporels. Dans l'hypothèse d'un monde objectif, nous sommes bien obligés d'accorder au sensible un cours temporel, bien que celui-ci ne s'engendre pas lui-même. Il faut donc qu'il y ait dans l'univers physique un devenir, un temps, et une causalité interne.

Maintenant, ce temps du monde physique est-il vraiment homogène à la durée sensible? La question n'a guère de sens. Pour nous, temps, espace, matière, sont, dans cet ordre de réalité, de simples symboles abstraits. Que sont-ils en eux-mêmes? Ces mots n'ont guère de sens que celui-ci : que sont-ils aux yeux de la nature, personnifiée en Dieu? La matière imite-t-elle l'étendue sensible, l'espace l'espace sensible, le temps le temps sensible? Il est clair que de telles pensées ne sont même pas définies. Le physicien les néglige avec raison, et développe systématiquement l'invention du monde physique, en s'efforçant de faire correspondre les jugements le concernant aux jugements normaux d'expérience.

Si nous considérons maintenant l'expérience dans sa tradition temporelle et individuelle, nous n'échappons pas à la pluralité des consciences, qui suppose un certain mode objectif de simultanéité. Mais la chose peut apparaître plus directement. Il existe un aspect du temps par lequel il est consubstantiel au présent et le prolonge sans le dénaturer; c'est l'aspect auquel nous songeons le plus facilement, le croyant donné par une intuition, alors qu'il n'est qu'un rêve et qu'une espérance. Or, nous voudrions prolonger de la même manière le monde sensible, pris dans son étendue spatiale, afin qu'il pût définir une réalité enveloppant la représentation, sentie au delà d'elle et à travers elle, qui fût de l'expérience virtuelle, objective et sensible à la fois. C'est bien ainsi d'ailleurs que le sens commun peuple le monde physique d'objets semblables à nos perceptions, et l'on ne doit pas abandonner à la légère ce sentiment. Me voici dans cette chambre, entre des tentures et des livres silencieux; sous la lumière de ma lampe, une faible partie de ces choses est éclairée, j'en entrevois une plus grande confusément, car bien qu'elle soit sous mon regard, elle est obscure; une autre part enfin ne m'apparaît qu'en vision indirecte, et très incertaine. Dirai-je que ces images sont inégalement réelles, inégalement sensibles, ou simplement qu'étant réelles au même titre, elles diffèrent par certaines qualités, comme la clarté, la netteté? Je ne dirai pas cependant que leur réalité sensible naît d'un certain événement rétinien, car il me suffit sans bouger les yeux d'être distrait ou de prendre garde pour perdre ou retrouver la vue de tel détail dans la frange douteuse de la sensation. Mais s'il en est ainsi, ne croirai-je pas que ces objets que je n'aperçois pas maintenant, et qui sont par exemple derrière moi, existent dès maintenant en tant que sensibles, bien que d'une manière virtuelle par rapport à moi, et que je suis entouré d'une nature où la sensation est préformée, où elle existe d'une manière latente? Mon imagination m'y incline, et déjà il me semble qu'un monde vraiment sensible existe autour de moi, que je ne perçois que par accidents, mais qui pourrait être embrassé par une conscience plus vaste, et cette pensée est plus satis-

faisante que celle qui réduit le monde sensible à une vision brève et changeante, au delà de laquelle il n'y a plus qu'un univers sans figure sensible. Peut-être même devons-nous croire que dans ce prolongement de la perception, les esprits se rejoignent d'une certaine manière, et qu'il y a entre les diverses expériences, par leurs franges inconscientes, une sorte de continuité, et de solidarité, semblable à celles qui existent à l'intérieur même de la représentation entre les corps individuels. Ainsi correspondrait au temps sensible un espace sensible des expériences intuitives. Que serait alors le devenir d'une expérience particulière, sinon l'aventure d'une conscience limitée, errant à travers ce continuum sensible infini; pensée obscure, qui correspondrait à la relation du mode à l'attribut, de l'âme à la pensée divine, dans la philosophie de Spinoza.

Voici donc deux idées de l'au-delà : l'une homogène au sensible, l'autre hétérogène ; et voici, plus généralement, que l'opposition de la tradition temporelle et de la tradition spatiale de l'expérience, s'est élargie en celle de deux univers spatio-temporels, l'un intuitif, l'autre théorique, qui sont tous les deux causes de l'expérience, mais en deux sens très différents. Il appartient au philosophe, ou, pour le nommer de son vrai nom, au métaphysicien, d'approfondir cette double causalité, et d'en faire l'unité. Sans doute n'arrive-t-il jamais à préciser et à rendre distincte cette relation, mais il peut espérer en donner une esquisse confuse.

La tendance spontanée de l'esprit est de croire que le monde objectif est simplement transfiguré dans le monde sensible, qu'il est en face de nous, inhérent à la perception, et tangible en elle. Mais il n'en est rien : l'unité de notre image des choses et de notre discours physique est de simple accoutumance, n'est ni foncière, ni solide; et si la perception reflète le monde objectif, ce ne peut être suivant l'ensemble de ses dimensions, mais seulement suivant le corps.

Tout le paradoxe de la connaissance réside en ce double déterminisme du présent sensible, dont le sens commun s'accommode si facilement. La sensation est au croisement de deux routes, celle qui vient de l'espace et celle qui suit le temps. Ces routes sont toutes deux pleines d'ombre, et elles ne sont pas à la même hauteur ; mais elles ressemblent à ces lignes de chemin de fer qui passent l'une au-dessus de l'autre. Aussi leur rencontre est-elle incompréhensible; pourtant elle a lieu.

Nous pouvons assurément considérer l'un des ordres de causalité comme purement allégorique. C'est ainsi que nous pouvons nier celui qui va du passé au présent suivant l'ordre temporel : c'est l'hypothèse épiphénoméniste.

Elle est absurde dans la mesure où elle prétend positivement que le monde sensible est quelque chose du monde physique, ou simplement qu'il en est l'effet. Elle est cohérente, lorsque, prise en un sens purement négatif, elle affirme qu'il n'y a pas de tradition individuelle de la représentation du monde sensible, et de causalité allant du passé au présent à travers l'homme même. L'âme est comme la tache lumineuse du spot, qui se déplace sur la règlette du galvanomètre. Entre ses positions successives, il n'y a pas d'implication directe, mais la raison véritable est dans le miroir et son support mobile, et le courant qui le déplace. La difficulté est seulement de concevoir d'où vient cette apparence de

détermination intérieure, si ce monde des images n'a ni substance, ni durée, ni inspiration personnelles, pourquoi il y a une conscience, et pourquoi elle est le fait primitif dans l'ordre de la connaissance. Et comment ce monde physique, notre invention, épuiserait-il toute la réalité ?

L'hypothèse inverse est celle de Leibniz, pour qui le déterminisme véritable est le mouvement intérieur par lequel la monade passe d'une perception à une autre; théorie si simple qu'elle éveille la défiance, et qui laisse incompréhensible l'existence du monde extérieur. Pourquoi y a-t-il d'autres monades, pourquoi, vues objectivement et de l'extérieur, forment-elles un monde physique ?

On sait avec quelle audace M. Bergson s'est attaqué à ce problème : d'une part, il a essayé de saisir, comme fait d'expérience, le *conatus* leibnizien, pris dans toute sa durée, la persistance du passé comme chose spirituelle et personnelle, son influence sur le présent, et l'immanence profonde de l'esprit à lui-même. — d'autre part, il a voulu, puisqu'il admettait la réalité du monde extérieur, nous dépeindre le concours des deux ordres de causalité qui déterminent le présent ; c'est ainsi que dans *Matière et Mémoire*, il a précisé l'action du cerveau, limitant et guidant une activité spirituelle plus ancienne et plus riche — enfin, dans un chapitre célèbre de *L'Evolution créatrice*, élargissant le problème de l'esprit et des corps, en un sens d'ailleurs un peu différent, il nous a montré la matérialité abandonnée par l'élan vital et contraignant l'esprit à l'oubli. Si l'on accepte l'ensemble des remarques que nous avons faites jusqu'ici, on rejettera la première thèse. Cette présence silencieuse du passé, cette exacte immortalité du présent dans la durée ne sont pas objets d'intuition, et c'est par une œuvre incompréhensible que cette durée se déploie et nous crée. Mais ces pensées peuvent être vraies comme hypothèses métaphysiques, et une des choses qui nous frappent alors en elle, c'est qu'elles essaient de composer l'œuvre de l'esprit individuel et celle du monde matériel.

Or, nous ne croyons pas que le problème de l'âme et du corps puisse être posé pour les individus, et rester associé à l'opposition de la causalité temporelle et spatiale. Nous devons, semble-t-il, l'élargir courageusement en celui de deux règnes, de deux ordres de réalité. D'une part celui de l'expérience sensible, où les divers esprits sont donnés solidaiement dans la double dispersion spatiale et temporelle de leurs expériences, et où chacun d'eux décrit une trajectoire, d'autre part celui des corps, qui possède lui aussi un espace et un temps. A l'intérieur de chacun d'eux le problème de l'individuation spatio-temporelle se pose, et, de l'un à l'autre, le problème plus obscur encore de la corrélation régulière des devenir. En un mot, le problème de l'âme et du corps ne peut être posé que comme celui de deux attributs dont nous n'atteignons que des modes, les uns par la sensation, les autres par allusion abstraite. C'est par là, croyons-nous, que le spinozisme a quelque chose d'éternel.

c) Puisque le dessein de ce travail est essentiellement de montrer quelle solidarité existe entre l'intuition sensible, le concept abstrait, la nature objective de l'espace et du temps, nous voudrions maintenant essayer d'expliquer en peu de mots quelle réalité et quelles relations sont celles du monde sensible et du monde réel. Et comme toute métaphysique se réduit en dernière analyse à un mythe, c'est d'un mythe

que nous userons. Mais résumons d'abord les deux conditions auxquelles il doit satisfaire allégoriquement.

Tout d'abord, il doit attribuer une certaine réalité au monde et à l'espace sensible en tant que tels, et il doit nous laisser entrevoir la solidarité des diverses âmes, c'est-à-dire des divers devenir sensibles.

En second lieu, il doit ne pas rendre intelligible le rôle du corps. Or, même si nous évitons le sophisme grossier qui fait du monde sensible l'image du corps sensible, même si nous parlons d'un corps objectif, réel, transcendant au sensible, il reste un double écueil : d'une part, nous ne saurions définir dans l'ordre objectif l'unité de ce corps; d'autre part, il a nécessairement une double image sensible : l'une est, par définition, l'ensemble de la représentation intuitive; l'autre est le corps sensible individuel lui-même qui symbolise avec la précédente, sans en être la cause.

Considérons donc une sphère obscure : l'intérieur n'est autre que le monde réel, où notre corps réel a une place. Du centre de la sphère part un cône de lumière très délié, dont l'axe passe par ce corps. Il détermine sur la sphère une zone de clarté, où se projettent les ombres des objets réels, centrée autour d'une ombre plus durable, celle de mon propre corps. Elle lui est liée, et c'est cette relation que nous transposons, à tort, en un parallélisme total. Nous dirions, dans la langue des cartésiens, qu'une conscience, c'est-à-dire un univers sensible, n'est rien que l'image que Dieu a du monde lorsqu'il regarde dans la direction d'un corps individuel.

Si cette allégorie, comme nous le croyons, traduit quelque réalité, nous comprenons alors quelle solidarité peut exister entre les diverses âmes, c'est-à-dire entre les divers mondes sensibles; nous voyons que le sensible existe objectivement, qu'il se prolonge obscurément pour nous, mais réellement en soi, c'est-à-dire du point de vue de Dieu, car la surface de la sphère n'est pas moins réelle que son intérieur, et les corps réels y sont implicitement projetés; ainsi l'espace sensible existe véritablement et se prolonge en tant que tel. Mais nous voyons aussi qu'il y a transcendence du monde réel par rapport au sensible, et une sorte de démesure; il ne convient pas de concevoir l'un à l'image de l'autre; peut-être le monde réel est-il aussi dans un espace, mais qui déborde infiniment l'espace sensible, qui n'a pas de dimensions et de structure comparables. Le lien qui les unit est purement métaphysique.

Qu'est-ce donc que le monde physique, tel que le considèrent et le sens commun, et la science? C'est une image construite sur la sphère de l'expérience, et, par là, dans le même cadre. Elle est un moyen de coordonner les jugements des différents sujets, et de prévoir les perceptions futures. Est-ce à dire qu'elle n'ait aucune objectivité? Assurément non; mais elle essaie de rester dans l'ordre réel en substituant à notre perception macroscopique effective une perception virtuelle et microscopique, car nous avons tendance à considérer qu'il y a plus de réalité dans la structure de détail que dans la structure d'ensemble de la représentation. Dans cette mesure, elle se plie nécessairement aux cadres de notre intuition, à son espace et à son temps.

Nous avons tendance à croire que ce monde physique existe substantiellement et en acte dans les perceptions sensibles. Il n'en est rien; il y subsiste virtuellement, comme une perception possible qui détermine

implicitement la perception actuelle et est déterminée par elle, mais il n'y est pas plus authentiquement que la perception de mes semblables n'est à l'intérieur de la mienne.

Nous sommes donc réalistes, parce que nous affirmons qu'il doit exister un monde objectif au delà de nos représentations, et qui est, en un certain sens, dépeint en elles, ainsi qu'il a été expliqué allégoriquement. Par là, nous essayons d'échapper au dilemme classique de la philosophie : ou le sensible se détermine lui-même en tant que tel, et le monde extérieur n'est qu'une idée, une loi de correspondance des perceptions; ou le monde extérieur existe, et le sensible n'est qu'un reflet, un épiphénomène sans tradition personnelle.

Mais la réalité du physicien est d'un autre ordre. D'ailleurs, nous ne saurions en parler d'une manière univoque. Ce que nous avons dit correspond au mécanisme classique, par exemple sous sa forme cartésienne, et en précise la valeur ontologique et métaphysique. Mais souvent, les entités du physicien sont des concepts abstraits (par exemple, ceux de l'énergétisme), auxquels nous ne pouvons attribuer de réalité au sens courant. Parfois, aussi, le savant introduit des schémas qui sont de type concret, portent des noms semblables à ceux des objets concrets (espace, temps, matière, ondes), et qui ne se plient pas aux formes de l'intuition, qui sont même virtuellement irréprésentables en tant que tels. Par là se pose un double problème. Tout d'abord, quelle objectivité convient-il d'attribuer à ces schémas? Leurs auteurs leur attribuent volontiers une objectivité absolue et métaphysique, bien qu'ils concèdent, en général, qu'il ne sont pas tout à fait définitifs. Mais, dans la mesure où ils sont réels, ils le sont bien au sens métaphysique. Disons simplement que la chose nous paraît entièrement impossible, et résulte du préjugé exposé au paragraphe *a*. Ces schémas n'ont plus d'objectivité intuitive éminente, mais ils ne gagnent aucune objectivité métaphysique. Ils ont une objectivité purement abstraite et conceptuelle.

Le second problème est le suivant : quelles lois peuvent être imposées a priori à de tels schémas, au nom de la relation qui existe entre le réel et le sensible? C'est ainsi que l'on a vu réfuter la théorie relativiste et la pluralité des espaces-temps au nom de l'unité nécessaire de l'espace et du temps sensibles. Nous imaginons toujours la perception comme une sorte de décalque de la réalité, fait sur un papier à demi-transparent, et de teinte particulière, le centre du décalque étant occupé par le corps, le temps sensible étant appliqué sur le temps physique, l'espace sensible sur l'espace physique. Mais cela est absurde. S'il est vrai que l'ordre des événements sensibles est quelque chose d'absolu, le temps défini par là n'a rien de commun avec le temps du physicien : celui-ci correspond à des mesures faites avec des instruments et dans des conditions très différentes, à l'intérieur même du devenir sensible. Le temps sensible ne correspond d'ailleurs pas davantage à l'un des temps de la Relativité restreinte, par exemple au temps propre au corps, d'abord parce que celui-ci même n'est pas défini, ensuite parce que le moi, c'est-à-dire la représentation intuitive, n'est pas l'image de ce corps plutôt que d'un autre. Il est possible, probable même, qu'il existe objectivement un temps réel des choses, mais dont le lien avec le temps sensible est de nature beaucoup plus complexe et métaphysique; il est donc vain de calquer les propriétés de l'un sur celles de l'autre.

Comprenons donc bien le lien qui existe entre les différents univers mi-sensibles, mi-objectifs, qui s'échelonnent depuis la perception jusqu'au monde abstrait de la théorie quantique. L'unité en est de simple discours, ou du moins d'accoutumance : nous confrontons, nous associons avec celui-ci une image intellectuelle, forgée en marge de lui ; à aucun moment nous ne nous acheminons, par approfondissement direct vers la nature réelle à travers le monde sensible. C'est seulement dans la mesure où la science est faite d'une suite de prévisions expérimentales que nous pouvons dire qu'elle nous fait atteindre une réalité sous une apparence, mais cette réalité même est assujettie à nos cadres subjectifs, et elle n'est perçue dans le sensible qu'au sens où l'acte est dans la puissance, l'adulte dans l'enfant.

d) On nous pardonnera ces remarques générales, mais nécessaires. Considérons maintenant le rôle des notions d'espace et de temps dans la reconstruction intellectuelle de l'expérience. Il est essentiel. Nous voyons l'univers physique devenir de moins en moins intuitif, il finit par n'être peuplé que de nombres. Pourtant, il garde avec le sensible un élément commun, ou du moins de même nom : le cadre spatio-temporel, la structure géométrique à laquelle des théories récentes attribuent même une fonction singulièrement importante.

Cette structure semble posséder un double privilège : l'un est de rationalité, car la géométrie, science de l'espace, passe pour refléter une nécessité parfaite et en quelque sorte immatérielle. Par elle la raison et les nombres préforment le monde et le régissent. L'autre est d'objectivité. Même si l'on admet, comme les raisonnements précédents semblent l'imposer, que le monde physique n'est pas le monde réel sous-jacent au monde sensible, il n'en reste pas moins que la forme spatio-temporelle est, et doit être, selon l'opinion universelle, celle de la théorie physique. Reste à savoir quelles conséquences implique, en fait et en droit, cette assertion. Nous étudierons, dans les deux sections suivantes les concepts abstraits et les notions physiques d'espace et de temps.

SECTION II

Les concepts abstraits

CHAPITRE I

De la connaissance abstraite en général.

§ 1. — *Position traditionnelle du problème géométrique. Son évolution.*

Le rôle essentiel que jouent l'espace et le temps dans l'ordre théorique et dans l'intelligence de la nature tient donc à trois causes : 1° Ils sont l'objet direct de la connaissance géométrique, dont les propriétés rendent sensible et expliquent le déploiement indéfini des mathématiques. 2° Ils sont la matière sur laquelle la mesure a une emprise privilégiée. 3° Ils sont enfin l'élément homogène du monde physique et du monde sensible, sous les espèces duquel le premier se manifeste. Il semble donc qu'ils expriment ce qui, dans notre expérience, est à la fois objectif et intelligible, qu'ils soient au croisement des trois grandes voies de la sensation, de la réalité physique et de l'intelligence. C'est en les considérant que nous connaissons le mieux notre puissance intellectuelle, ils sont l'élément le plus sûr de notre confiance en elle.

Or, nous voulons montrer d'abord que cette pensée est vaine, en ce qui touche le premier point, et que la géométrie n'a point pour fondement la nature spatiale de certains objets mentaux, si l'on attribue au mot spatial son sens accoutumé. Qu'entendons-nous, en effet, par ce mot d'espace? Les mathématiciens l'emploient en des circonstances très différentes, soit en géométrie pure, soit en analyse, soit en des études plus abstraites encore. Au sens étroit, celui de la géométrie intuitive classique, il est en quelque sorte antérieur aux figures, qui en sont des déterminations. L'étendue en est une spécification, et ses propriétés sont celles d'un objet dont l'étendue corporelle ne nous montre que des parties, dont la géométrie ne nous découvre que la structure locale. Elles ont un sens direct et intuitif. Au sens large, l'espace désigne d'une manière très générale l'ensemble des dispositions que peuvent prendre les éléments étudiés, l'ensemble des valeurs qui peuvent être attribuées à des variables. Il est une classe de données et ses propriétés expriment certaines relations, certains caractères de ces ensembles et des figures qui s'y trouvent définies.

Nous avons dans les deux cas deux sortes de problèmes à résoudre : quels sont les espaces possibles, ceux que nous pouvons imaginer ou concevoir, et quels sont leurs privilèges respectifs, quelles raisons peu-

vent nous incliner à choisir tel ou tel d'entre eux comme modèle de l'espace physique où nous reconstruisons les phénomènes ? Entre les conditions purement logiques et les conditions purement expérimentales, y a-t-il place pour des justifications rationnelles d'un tel choix ?

Aux diverses interprétations du mot espace correspondent naturellement diverses manières d'en définir la nature. Si les sens d'ensemble se correspondent, les propriétés le font aussi. Mais, suivant le point de vue adopté, tel ou tel caractère est mis plus aisément en lumière. Nous voyons clairement ce que signifie pour un espace intuitif ou analytique avoir trois dimensions ; la chose est ambiguë pour un espace abstrait. De même nous voyons bien la différence intuitive entre une sphère et un tore, entre une surface unilatère et bilatère, mais il est délicat de généraliser ces propriétés aux espaces purement abstraits.

Dans l'ensemble, on peut classer les caractères d'un espace en caractères de structure, d'étendue, et de forme. Mais avant de les analyser sommairement, il convient de comprendre comment la notion même de géométrie s'est modifiée, et quel genre de certitude nous devons lui attribuer.

Nos idées sur l'espace et la géométrie ont singulièrement évolué depuis deux siècles et elles nous ont menés à la conclusion suivante : il n'y a pas de géométrie pure, en tant qu'intuitive. Et avec cette affirmation s'évanouit un grand problème et un grand espoir de l'ancienne philosophie : en effet, le λογισμός νόθος de Platon, ce raisonnement bâtard, n'est-il pas le point de croisement de la connaissance sensible et de la connaissance idéale, et n'y a-t-il pas là un concours extrêmement révélateur ; n'y a-t-il pas là d'autre part, l'indication d'une méthode capable de nous faire dépasser l'étude des faits mathématiques et de nous initier à la connaissance rationnelle ?

Il est bien remarquable que Descartes qui a contribué plus que tout autre à affranchir la géométrie de l'espace, en la rendant purement numérique, qui d'autre part a ouvert les voies à une théorie purement combinatoire, « synthétiste », presque mécanique de l'algèbre et par là des mathématiques, ait conservé à l'espace tout son prestige intellectuel. Cette intuition claire de l'étendue, qui la rend seule digne de définir la nature et la matière, porte, indivisément, sur l'image résiduelle que nous obtenons, quand nous faisons abstraction de toutes les qualités changeantes des corps, et sur l'idée à laquelle s'appliquent les déterminations géométriques (1). C'est là une de ces doubles orientations si fréquentes chez Descartes. C'est ainsi qu'il professe une théorie « épigénétique » des idées innées, mais que la preuve ontologique suppose chez lui les débris d'un réalisme des idées, tout naturel chez saint Anselme, compréhensible chez Leibniz, mais surprenant chez lui, qui renie toute la philosophie antérieure.

Au contraire, Kant qui demeure attaché à la géométrie d'Euclide, associe naturellement, espace intuitif, espace physique, espace mathématique. Et cela est dans l'ordre de sa pensée, bien que peu acceptable pour nous. Il a donné au problème sa forme définitive, il en a disposé les obscurités d'une manière vraiment architectonique, et il a placé le tout

(1) Malebranche sépare nettement l'étendue sensible et l'étendue intelligible, mais il conserve à celle-ci une fonction géométrique essentielle.

sous l'invocation d'une synthèse *a priori* en tant qu'intuitive. Pensée profonde (on n'ose dire solution puisque le problème est illusoire, et que d'ailleurs Kant le consacre plus qu'il ne le résout) qui a fortement agi sur les modernes et dont on trouvera l'application la plus frappante et la plus indéfendable dans la thèse de Liard sur *Les définitions géométriques et les définitions empiriques*. On y voit la géométrie partant de l'espace et le déterminant en figures par des constructions successives ayant le mouvement pour instrument, pensées bien étranges pour un contemporain de Kronecker. Mais il est plus curieux de noter l'influence exercée par Kant sur M. Bergson lui-même.

Voici, en effet, ce que dit celui-ci, au troisième chapitre de *L'Évolution créatrice*. « Ce que l'esthétique transcendantale de Kant nous paraît avoir établi d'une manière définitive, c'est que l'étendue n'est pas un attribut matériel comparable aux autres. Sur la notion de chaleur, ou celle de couleur ou de pesanteur, le raisonnement ne travaillera pas indéfiniment, pour connaître la modalité de la pesanteur ou de la chaleur, il faudra reprendre contact avec l'expérience. Il n'en est pas de même pour la notion d'espace. A supposer qu'elle soit fournie empiriquement par la vue et par le toucher (et Kant ne l'a jamais contesté) elle a ceci de remarquable que l'esprit, spéculant sur elle avec ses seules forces, y découpe *a priori* des figures dont il déterminera *a priori* les propriétés : l'expérience avec laquelle il n'a pas gardé le contact, le suit cependant à travers les complications infinies de ses raisonnements et leur donne invariablement raison. Voilà le fait. Kant l'a mis en pleine lumière » (1).

De cette thèse, nous trouvons un reflet dans une théorie du raisonnement mathématique qui a rencontré grande faveur, il y a peu d'années. M. Goblot a essayé d'associer le rôle des opérations faites sur les figures étendues avec celui du syllogisme, et il a cru que celui-ci venait guider et légitimer pas à pas celles-là, qui joueraient cependant le rôle essentiel. Sans doute, il y a là une psychologie exacte de l'élève qui étudie la géométrie élémentaire, et c'est bien le procédé que les manuels scolaires mettent en œuvre. Mais c'est un raisonnement bâtarde, dont la valeur est purement pédagogique. Si le raisonnement est rigoureux la figure est inutile : elle est un guide et un soulagement pour l'imagination, et rien d'autre : nous pouvons l'effacer; cela est même prudent si le sujet est délicat. D'autre part, il suffit d'ouvrir n'importe quel livre de géométrie moderne pour voir qu'il est traité par les mêmes raisonnements des éléments à distance finie ou infinie, réels ou imaginaires. Les figures nous dispensent seulement par des évidences provisoires et quelquefois trompeuses, de prouver rigoureusement tous les énoncés intermédiaires dont nous avons besoin, elles nous « désignent » le résultat, mais elles ne le légitiment pas.

Toutes ces théories, semble-t-il, partent d'un principe fragile, et tendent à expliquer un fait douteux : « La possibilité d'une preuve apodictique en tant qu'intuitive », lorsque nous l'appliquons aux figures continues de l'espace. L'évolution de l'idée même de géométrie nous permet de poser plus correctement le problème. Cette évolution s'est manifestée dans trois domaines.

(1) *L'Évolution créatrice*, p. 222.

1° Dans la critique directe des notions et des démonstrations, qui a été instituée à la fois en géométrie et en analyse. Cette révision des indéfinissables et des postulats cachés qui s'est manifestée, dans le domaine analytique, par les travaux d'un Weierstrass ou d'un Jordan a mené à une exposition nouvelle et plus rigoureuse, mais qui n'a réformé les notions classiques que sur des points de détail, elle a simplement révisé des concepts et les a généralisés. Au contraire, dans le domaine géométrique, le principe même de la démonstration a dû être abandonné. Nous avons appris à séparer radicalement la géométrie science naturelle, description des solides et de leurs déplacements, science empirique et approchée, et la géométrie pure. La première est le premier chapitre de la physique expérimentale. Mais qu'est la seconde ? A l'analyse, il a paru qu'elle ne pouvait subsister dans le plan des figures intuitives. Et deux disciplines s'en sont partagé l'héritage. L'une est la géométrie analytique ou numérique. L'autre la géométrie axiomatique, ou conceptuelle, ou abstraite. Ce qu'il y avait de spécifique ou d'intuitif (au sens vulgaire) dans le raisonnement géométrique était un trompe-l'œil, un reflet illégitime de l'interprétation sensible à la surface de la théorie vraiment rigoureuse. Le même accident arrivait d'ailleurs dans l'intervalle à la mécanique (1) et plus généralement à la physique pure qui cessait, en tant que pure, d'être une architecture de formes pour en devenir une de nombres ou de concepts, c'est-à-dire de mots, ou plus généralement de symboles. La réduction à la géométrie signifie donc, en dernière analyse, réduction à une algèbre.

On nous permettra ici une remarque sur les mots « intuitif » et « axiomatique ».

Ces mots ont un double sens. Intuitif peut signifier en effet ou bien qui nous représente les figures géométriques sous leur aspect accoutumé (nous disons alors qu'il n'y a pas de géométrie intuitive pure), ou bien qui nous représente des images ou des enchaînements d'images (nous montrerons au contraire que toute science théorique repose en dernière analyse sur des constatations intuitives). De même, axiomatique peut se dire d'une théorie où les postulats et les indéfinissables sont mis en évidence. Toute science formelle rigoureuse est alors axiomatique. Mais ce terme peut aussi désigner, par opposition à une autre théorie, où l'on essaie de garder aux notions primitives leur compréhension accoutumée, les théories où l'on renonce à attribuer à ces notions un sens quelconque, où l'on voit en elles de simples termes dont toute la signification consiste à être employés suivant telles ou telles conventions formelles. En ce sens, la géométrie intuitive courante n'est pas axiomatique, mais celle de Hilbert l'est à peu près parfaitement. L'ambiguïté apparaît dans des formules comme la suivante, que tout le monde accepte sans l'entendre de la même manière : toute science théorique doit tendre à la forme axiomatique. Adoptons le premier sens énoncé, cela veut dire qu'elle doit être exposée d'une manière rigoureuse, hypothético-déductive. Adoptons le second, nous arrivons à cette conclusion plus séditeuse : toute science pure consiste en l'invention d'un algorithme, privé par lui-même de toute espèce de sens objectif, et agencé de telle manière que les juge-

(1) Voir par exemple les idées de M. Blondlot in « *Bibliothèque du congrès de Philosophie de 1900.* »

ments portés à son sujet correspondent aux jugements d'expérience, d'une manière purement symbolique et verbale. En d'autres termes, une théorie vraiment abstraite des phénomènes est faite de symboles dépourvus de sens. Au fond, nous croyons que la première thèse implique la seconde, et que toutes deux diffèrent plus en intention qu'en résultat. Mais nous ne pouvons affirmer d'emblée un fait si choquant pour la raison.

2° Parallèlement à cette réforme de la philosophie géométrique, des points de vue étaient découverts, qui présentaient sous un aspect nouveau l'ensemble des recherches dites géométriques. On peut résumer en un mot ce qu'ils ont apporté : c'est le rattachement de la géométrie à la mécanique, c'est l'établissement d'une sorte de conception dynamique des phénomènes géométriques, l'attribution d'un rôle essentiel à la notion de déplacements. Certains n'ont vu là qu'un procédé formel d'exposition, particulièrement heureux et suggestif; d'autres y ont vu un moyen de déceler la structure géométrique essentielle de l'espace physique; d'autres enfin ont cru y saisir un aspect plus profondément rationnel du concept d'espace, apte à en faire ressortir les déterminations à priori. Ces intentions ne se distinguent pas toujours nettement. Chez Helmholtz, dont l'empirisme essaie de raccorder directement la théorie à l'expérience sensible, qui voit la géométrie pure dans le prolongement de la géométrie science naturelle, par l'intermédiaire de ce qu'il nomme l'intuition, la notion de déplacement a une valeur épistémologique tout à fait privilégiée. Elle est comme le fondement indivis de l'expérience et de la théorie géométrique. Helmholtz ne voit pas le problème sous l'angle de l'indépendance absolue de la géométrie abstraite à l'égard de l'intuition. Par contre, le clivage est nettement fait chez d'autres. Avec Ueberweg nous sommes assez nettement dans l'ordre expérimental, avec Poincaré assez nettement dans l'ordre abstrait.

A vrai dire, il ne semble pas que ces conditions aient apporté les éléments d'une philosophie géométrique vraiment neuve, et quelques formules un peu arrêtées, toutes naturelles chez des inventeurs, ont laissé croire, à tort, que nous avions découvert le fondement véritable et les cadres solides de la géométrie, alors que nous nous contentions de la voir d'un autre biais.

Dans l'ordre sensible, on peut dire que les propriétés de l'espace sont en réalité celles des corps solides que l'on déplace. Mais nous avons vu, dans l'analyse de l'espace sensible, que ces mots « en réalité » n'ont pas grand sens. Nous pouvons définir le nombre de dimensions de l'espace par différentes méthodes, qui mènent au même résultat. Ces méthodes sont donc équivalentes. Comprenons-nous, directement et intuitivement, comment le fait pour un solide d'être fixé par trois points équivaut au fait qu'une surface limite un volume, une courbe une surface, un point une courbe? Nous le constatons. L'expérience seule nous montre l'équivalence de ces définitions. Elles sont également réelles, elles nous permettent non pas d'approfondir, mais de compléter notre expérience de l'espace. elles nous en donnent un tableau plus systématique. Si nous passons maintenant à des propriétés plus spéciales, il est clair que deux figures égales ont même grandeur et mêmes caractères géométriques. Inversement, les caractères et les grandeurs géométriques sont ceux qui sont communs à des figures égales. Or, que sont deux figures égales? deux figures superposables, c'est-à-dire qui procèdent l'une de l'autre par translation. Mais

ces remarques attirent notre attention sur un ordre nouveau de description des phénomènes plutôt que sur une connaissance réellement neuve.

De même on dit parfois : la géométrie n'est « en réalité » que l'étude d'un groupe de transformations. Mieux vaudrait dire qu'elle peut être considérée comme l'étude d'un certain groupe. Que nous passions de l'étude de certaines formes algébriques (formes finies ou différentielles) à celle des transformations qui en assurent l'invariance, ou bien inversement, que nous nous donnions certaines transformations et que nous considérions ensuite les invariants qui leur sont attachés, l'objet de la géométrie et la nature du raisonnement correspondant n'en sont pas changés, encore que tel point de vue puisse nous donner une image mieux ordonnée ou plus complète que tel autre, qu'il y ait des interprétations plus fécondes que d'autres. C'est ainsi que l'analyse et la synthèse sont deux voies pour rattacher l'inconnu au connu, inégalement fécondes, bien qu'elles soient complémentaires; mais elles mettent en œuvre les mêmes méthodes, le même type de certitude. L'ordre des raisonnements en dépend, non la nature. De même un changement d'indéfinissables peut bouleverser l'apparence d'une théorie déductive, mais non pas sa structure profonde. C'est ainsi que l'on peut dire que la mécanique classique tout entière est fondée sur l'équation de Hamilton-Jacobi, ou sur le principe de moindre action, ou sur l'équation de Newton.

3° Les nouvelles conceptions d'ensemble de la géométrie sont solidaires des efforts pour généraliser les théories classiques. Solidarité bilatérale, car c'est la généralisation axiomatique de la géométrie d'Euclide avec Bolyai et Lobatchewsky qui est à l'origine des réflexions sur la méthode même et l'objet de cette science. Inversement, axiomatique et théorie analytique ont été une occasion de généraliser, dans des plans différents, les principaux postulats, et ont donné naissance à des théories plus étendues. Ces généralisations, à partir de thèmes différents, se recouvrent parfois, parfois aussi elles divergent. Si nous partons d'une géométrie axiomatique, nous pouvons remplacer les divers postulats, aux différents niveaux, par des postulats contraires. Si nous partons de la théorie des surfaces, nous pouvons étudier successivement les diverses surfaces applicables sur elles-mêmes, puis les multiplicités plus générales. Si nous partons de l'interprétation cayléenne, nous pouvons choisir notre métrique, notre quadrique absolue, passer des formes fondamentales aux formes dégénérées, et inversement. De même encore nous pouvons construire notre espace directement en termes finis. Nous pouvons ne le construire que progressivement, en adjoignant les uns aux autres des domaines infinitésimaux.

Mais avant d'examiner les diverses formes de la notion d'espace, il convient de préciser la signification et la portée de la géométrie pure, considérée aussi bien sous la forme axiomatique que sous la forme analytique. Les figures et les nombres font partie de l'univers des objets abstraits, et la certitude des jugements qui s'appliquent à eux est de l'ordre des certitudes logiques, elle n'est pas, suivant le langage courant, de type expérimental, mais de type idéal. La chose est d'importance, puisqu'il s'agit ensuite de comprendre comment les mathématiques nous rendent intelligible la nature. Considérons donc la notion même de certitude logique et celle de démonstration.

§ 2. — *De la connaissance abstraite en général.*

La connaissance abstraite, comme tout fait mental, peut être considérée de deux points de vue, d'ailleurs complémentaires. D'une part, elle est un enchaînement de phénomènes, saisis dans leur apparence extérieure; jugements symboliques auxquels s'attache une certitude de nature particulière, et dont nous pouvons essayer de décrire les diverses nuances. D'autre part, elle nous révèle une certaine aptitude de l'esprit à diriger ces enchaînements, et à leur donner son assentiment, réalité obscure, qui ne peut être aperçue dans sa nature intérieure, qui peut seulement être traduite par des allégories verbales, dont la principale utilité est de rapprocher les problèmes, de les réduire à une sorte d'unité formelle, de les assimiler dirait M. Lalande, ce qui est peut-être une satisfaction pour l'esprit, mais certainement pas une solution. Nous avons déjà indiqué notre impuissance à pénétrer dans la demeure de cette providence intérieure, comme dans celle qui guide les faits naturels (éliminant de ce mot toute précision théologique, et n'en retenant que « l'épigénèse » obscure de l'esprit à lui-même, comme celle des races vivantes dans leur évolution). La pensée logique n'échappe pas à cette loi.

Voyons si réellement la logique reflète la puissance propre de l'esprit, quels éléments de croyance et de certitude elle met en œuvre, en quel sens elle est souveraine et ne dépend pas du monde sensible. Une méthode comme celle des classes abstractives marque-t-elle plus fortement dans l'expérience la griffe de la raison, diffère-t-elle même beaucoup par son principe et par sa portée des procédés employés de tout temps pour représenter l'univers et pour le comprendre? Nous prendrons pour thèmes les propositions suivantes :

a) Il n'existe pas d'évidences ou de certitudes proprement logiques. Toute valeur de vérité attribuée à un jugement dérive soit d'une évidence empirique, soit d'une décision de l'esprit.

b) Toute démonstration est de forme expérimentale. Un raisonnement conclut par la même force qu'une expérience, et la logique, prise comme système déductif, n'est rien que le développement d'un algorithme matériel. La certitude abstraite s'oppose à la certitude concrète, non par son principe, mais par son usage, sa clarté, ses objets, et la valeur symbolique que nous attachons à ceux-ci.

c) La logique, comme art de raisonner, ne s'occupe ni du vrai ni du faux au sens courant, elle ne porte ni sur des idées, ni sur des concepts, mais sur des formules et des termes. Le problème de « l'objet intrinsèque de la pensée » est ici hors de cause.

d) L'existence et les caractères de la logique sont liés à une certaine structure du monde matériel, à une sorte de nature topologique.

e) Le problème de l'a priori relève de la description de l'âme, de la métaphysique ou du mythe, mais non de la logique.

f) Le concret et l'abstrait ne s'opposent pas comme deux ordres d'objets connaissables, mais comme des êtres complexes à des êtres simples. Penser abstraitement, c'est penser par symboles, par analogies plus ou moins régulières, et non penser des objets d'une autre nature.

Pas plus que dans le problème de l'objectif et du subjectif nous ne confrontons ici l'esprit et la nature. Explication logique et explication mécanique procèdent d'un même symbolisme; la logique est, si l'on veut, la plus simple des hypothèses figuratives.

g) Pour avoir ainsi analysé le « phénomène » de la pensée logique, nous n'aurons pas rendu compte du progrès et de la valeur de la pensée. C'est là un accident commun à toute étude de l'esprit ou des choses. Les faits de l'âme, comme les faits naturels (qui sont un seul et même ordre), sont mêlés d'invention spirituelle et de nécessité matérielle. Mais le mouvement qui les détermine, la finalité qui les ordonne ne peuvent être objets ni d'expérience, ni même de connaissance, pas plus que la puissance hors de l'acte, le créateur hors de la création.

h) Nous pouvons systématiser logiquement toute notre connaissance, nous ne saurions nous affranchir des problèmes traditionnels touchant le réalisme des concepts ou celui du monde physique. Nous pouvons exposer le problème de la géométrie indépendamment du problème de l'espace, mais le second restera posé aussi bien dans l'ordre de la perception sensible que dans l'ordre objectif, mais abstrait, du monde reconstruit par la science. Peut-être ces problèmes sont-ils vains par ailleurs, faute de données suffisantes pour les résoudre.

Peut-être convient-il, avant de développer ces remarques, d'en indiquer la signification. Certes, le nominalisme arithmétique est une doctrine ancienne, à laquelle Helmholtz a donné une forme particulièrement nette, et à laquelle beaucoup de mathématiciens se réfèrent, au moins implicitement, et, pourrait-on dire, en première approximation philosophique (1).

Par ailleurs, la logistique a favorisé, à certains égards, une conception purement combinatoire de la géométrie non analytique. Enfin, nous n'ignorons pas les critiques formulées à ce sujet par les philosophes idéalistes. Mais ce que nous avons voulu montrer, c'est comment une théorie de cet ordre devait être étendue à l'ensemble de la connaissance abstraite, dans le cadre d'un nominalisme radical et universel, comment elle s'adaptait aux problèmes du réalisme, comment elle se reliait à une théorie du raisonnement. Par là, nous avons tenté de mettre en lumière l'unité de la connaissance intellectuelle en toutes ses démarches, sa parenté profonde avec la figuration mécanique ou artistique de la nature. Nous sommes d'un seul tenant, nous n'avons au fond qu'un seul procédé de pensée, qu'un seul type de certitude, qu'une seule emprise sur les phénomènes, qui est d'en imiter symboliquement le devenir, par des figures matérielles taillées en lui-même. Des représentations les plus naïves aux schémas les plus abstraits, l'intelligence est une, sous une double apparence, soit qu'elle combine les figures pour leur seule beauté, par un jeu entièrement désintéressé, soit qu'elle cherche en elles l'image

(1) Nous ne saurions, ni ne voudrions instruire ici une fois de plus le procès de l'empirisme et du rationalisme mathématiques. On trouvera dans la thèse de Couturat « *De l'infini mathématique* » un exposé détaillé des thèses de Kronecker, Dedekind, et des autres nominalistes. L'auteur leur oppose un rationalisme que nous avouons ne pas très bien comprendre. Sur l'ensemble de ces problèmes, cf. L. Brunschvig « *Les étapes de la philosophie mathématique* », ouvrage fondamental, cf. aussi : P. Boutroux « *L'idéal scientifique des mathématiciens* ».

et l'anticipation d'un autre phénomène. Cette communauté de nature fixe la valeur et les lois épistémologiques de toute représentation intellectuelle de l'expérience. Elle nous montre aussi que nulle théorie ne peut rationaliser d'une manière privilégiée les mathématiques, en les rattachant à quelque forme « idéale » de la connaissance abstraite, car nulle connaissance ne porte, au sens fort, sur des idées. Ni un platonisme vague, souvent suggéré, ni une philosophie logistiquie ne peuvent transférer aux mathématiques une rationalité qui leur serait propre, et les procédés intuitionnistes se définissent et se défendent aussi bien dans une théorie nominaliste.

Nos remarques sur la connaissance abstraite correspondent d'ailleurs exactement à celles que nous avons formulées plus haut (1) touchant la connaissance concrète. Dans l'un et l'autre cas, nous avons mis en lumière ce fait que toute la connaissance se déroule dans un seul plan; l'unité du moi et du monde sensible répond à celle de la connaissance logique et de l'expérience matérielle; toute notre pensée au sens le plus large, au sens cartésien, se joue dans l'univers phénoménal, elle a pour loi uniforme le mécanisme et la spatialité. Certes, il y a un au-delà du logique comme du sensible, mais il est d'un autre ordre, et proprement métaphysique. Ce contre quoi nous voudrions réagir, c'est la tendance, d'ailleurs spontanée, à mêler ces deux ordres de réalité, comme si l'un arrivait à prendre corps et figure dans l'autre, se manifestait en lui, comme si notre expérience était une mosaïque d'idéal et de sensible. Nous ne pouvons juxtaposer ces deux ordres en les opposant, pas plus que la finalité et le mécanisme, le rationnel et le logique, le moi et le monde extérieur : ils ne sont pas au même niveau de réalité. Peut-être est-il permis, nous-même l'avons essayé un instant, à la fin du chapitre IV, de sertir dans une allégorie métaphysique les problèmes de l'ordre phénoménal, mais ce ne peut être que par un mythe forgé extérieurement, non par prolongement direct de notre science positive. Celle-ci doit être établie toute entière dans le plan phénoménal.

§ 3. — *S'il existe des relations proprement rationnelles.*

Parmi les relations qui passent pour l'objet d'une connaissance rationnelle, on cite d'ordinaire celles d'espèce à genre, d'attribut à substance, d'élément à ensemble, de partie à tout.

Or, le lien de l'espèce au genre est fort obscur, dès qu'il n'est pas traduit intuitivement sous forme d'inclusion d'un ensemble dans un autre. Si nous considérons la subordination de l'espèce au genre comme celle des moments successifs de la création, des stades nécessaires d'une évolution, des types imparfaits qui nous mènent jusqu'à l'individu, au sens où une espèce existe par raison logique, alors même que nul être vivant ne la représente, au sens où chaque individu concret implique à lui seul toute la classification naturelle, alors il faut toute une construction théorique pour justifier les propriétés de cette relation. Nulle pensée n'est plus obscure, en effet, que celle des formes communes indéfiniment précisées, d'idées emboîtées dont chaque individu participe, et de leurs relations réciproques. Et le lien de l'attribut à la substance est plus imaginaire encore; il ne peut que résumer des conventions de langage.

(1) Section I, chap. I.

Mais prenons celui du tout à la partie,, que l'on considère parfois comme le type même de la connaissance rationnelle. Ces termes n'ont de sens clair que s'ils sont rapportés soit à des ensembles discontinus, soit à des étendues capables de s'inclure les uns les autres. En ce cas, et en ce cas seulement, les propriétés logiques des jugements d'inclusion, la transitivité, par exemple, se trouvent justifiées par évidence. Mais quelle évidence? Non pas abstraite; elle dérive simplement de ce que nous pouvons vérifier chaque énoncé sur une figure assez générale, et que nous ne pouvons, à l'inverse, imaginer un cas où elle soit démentie. Il s'agit donc d'un fait physique (constaté ou imaginé), comme ce fait qu'une collection conserve son nombre si nous en déplaçons les éléments les uns par rapport aux autres. La preuve en est que cette notion perd ses propriétés les plus évidentes si nous l'appliquons aux ensembles infinis. Les points d'abscisse entière de l'axe des x sont une partie des points du plan dont les coordonnées sont entières. Pourtant on sait que les deux ensembles ont même grandeur, puisque l'on peut établir entre eux une correspondance biunivoque.

D'une manière plus générale, observons qu'une telle connaissance atteignant ses objets en eux-mêmes, directement, ne peut être que concrète. En effet, penser abstraitement, c'est à vrai dire penser une chose par une autre, prise par symbole ou analogie. Il n'y a pas d'objets abstraits, pas plus que d'objets généraux. De même que nous pensons de manière générale à l'occasion de figures particulières, ainsi nous interprétons abstraitement des pensées et des raisonnements concrets : les développements logiques de notre pensée n'ont pas pour éléments les concepts pris avec leur sens, mais seulement pris dans leur figure matérielle de signes. La véritable catégorie de l'esprit n'est pas le général, mais le type. Or, nous ne raisonnons pas sur les types comme tels, mais comme individus. C'est dire que tout progrès de la connaissance est intuitif. Car que serait la notion non-intuitive et en soi d'une entité simple ?

Individus sensibles, intuition sensible, connaissance empirique d'images et de leurs enchaînements, tel est le seul objet de notre conscience. Quand nous parlons de termes, de relations intelligibles, que pourrions-nous entendre sinon une clarté et une simplicité particulières de figures et d'usages dans le discours? Et que serait, les concernant, une connaissance *a priori* et purement rationnelle? N'est-ce pas presque se contredire dans les termes que de chercher en face d'éléments concrets une connaissance qui ne soit pas elle-même concrète et empirique, et une certitude propre à un autre univers? Cherchons seulement dans quels cas une connaissance exacte, universelle et durable est possible.

Nous dirons donc que toute connaissance logique est le développement régulier d'un algorithme et des opérations s'y rattachant; et que la démarche caractéristique de l'esprit c'est, les termes étant pris pour symboles de termes d'un autre univers, d'interpréter systématiquement ce développement comme symbole du développement de l'autre univers. Nous appelons connaissance purement formelle celle du développement des propositions abstraites, considérées comme de simples signes, indépendamment de leur contenu.

§ 4. — *Rôle de la notion de vérité.*

C'est un lieu commun de dire que, dans un système déductif, la vérité des conclusions est liée à celle des prémisses; si bien que seule l'implication de deux propositions peut être affirmée absolument. Et cela est fort heureux, car la vérité intrinsèque est une notion des plus obscures : soit métaphysiquement, soit psychologiquement, lorsqu'elle reflète toutes les nuances qui vont de l'évidence sensible la plus irréfutable à la commodité et à l'élégance d'une hypothèse de physique : vérité de la sensation, vérité des conventions scientifiques ou morales. Le logicien ne se soucie même pas de la vérité possible des propositions sur lesquelles il opère, pas plus que le mathématicien ne se soucie de mouvements réels, de champs à mesurer, de troupeaux à dénombrer. Vérité logique et vérité au sens courant sont des homonymes sans nature commune, la seconde peut être une « solution » de la première, comme une droite sensible est une « solution » des entités a, b, c de Hilbert.

En quel sens prendrons-nous donc cette phrase de H. Dufumier (1) : « De toute manière, si avec Frege, on recherche sous le sens apparent (Sinn) du concept sa signification réelle, on se rend compte qu'il pose ou nie une manière de vérité... En réalité, ce n'est pas la classe ni la proposition qui est l'objet du calcul, c'est la valeur de vérité que l'une et l'autre recouvrent ».

En réalité, nous devons distinguer ici deux sens du mot « vérité ».

Tout d'abord, une expression est réputée vraie quand elle est présentée dans le discours, affirmée, c'est-à-dire écrite ou prononcée soit par convention, soit à la suite d'une démonstration ; il est en ce cas permis de l'utiliser dans les raisonnements futurs. C'est en ce sens qu'une pierre est vraie, quand elle existe dans la nature, que le soufre et le mercure sont vrais quand ils sont sur la table du chimiste, prêts à être employés. Il ne peut y avoir de signe propre à l'assertion de vérité, prise en ce sens, car si nous écrivions, par exemple, que « la proposition x est vraie », il nous faudrait affirmer que cette assertion même est vraie, et ainsi de suite. La seule solution raisonnable est d'admettre qu'on n'écrit dans un raisonnement que des propositions vraies, et qu'on ne laissera pas traîner par mégarde de propositions inutilisables. Le logicien n'étudie, en ce sens, que des propositions vraies, comme un architecte ne construit qu'avec des matériaux réels. Vrai s'oppose alors à inutilisable, indéterminé.

Mais une proposition peut être vraie en un autre sens, où vérité s'oppose à fausseté : comme les théories logiques sont faites pour imiter et guider l'expérience, il est naturel d'en choisir les éléments conformément aux divisions naturelles de cette expérience. Ainsi nous introduisons l'exclusion à côté de l'implication, la contradictoire d'une proposition à côté de cette proposition, le faux à côté du vrai. Ce ne sont là que des signes, dont nous fixons l'emploi par convention : ainsi nous aurons des expressions de la forme $x = V$, $x = \Lambda$ ou x et $\neg x$, ou x et x' . Nous les prononcerons comme nous voudrons, et nous les interpréterons suivant la nature de l'expérience à laquelle nous nous référerons. Le

(1) *Revue de métaphysique et de morale*, 1916, p. 630, sqq.

signe de la négation s'introduit ici comme le symbole i en algèbre. Pas plus que les variables logiques ne désignent en elles-mêmes des concepts, des cercles, des propositions, il ne désigne en lui-même la contradictoire d'un concept, l'extérieur d'un cercle, la fausseté d'une proposition.

C'est ce que Hilbert a très bien montré dans son article : « Logique et arithmétique » (1) : « ...Imaginons, dit-il, que les objets 1 , $=$, et leurs combinaisons soient par un procédé quelconque répartis entre deux classes, la classe des êtres et la classe des non-êtres. Un objet quelconque appartenant à la classe des êtres diffère d'un objet quelconque appartenant à la classe des non-êtres. Toute combinaison des deux objets simples 1 , $=$ appartient à l'une ou à l'autre de ces classes.

Soit une combinaison des deux objets fondamentaux 1 et $=$; nous désignerons également par a la proposition affirmant que a appartient à la classe des êtres et nous représenterons par $\bar{a}$ la proposition affirmant que a appartient à la classe des non-êtres. Nous dirons que a est une proposition exacte si a appartient effectivement à la classe des êtres, de même $\bar{a}$ sera une proposition exacte si a appartient à la classe des non-êtres ».

Seul, le mot *effectivement* semble de trop, et relève de la psychologie ou de la physique, car pour un logicien, si a est un être, c'est par décision ou démonstration, fondée elle-même sur une décision.

Pouvons-nous maintenant parler de la vérité d'un raisonnement, abstraction faite des propositions sur lesquels il porte? Qu'est-ce donc que raisonner, que démontrer une proposition? C'est la construire à partir de propositions données par des opérations régulières : un théorème résulte d'un théorème antérieur comme une fin de partie résulte d'une situation antérieure et des conventions qui règlent le mouvement des pièces sur un échiquier, comme un précipité résulte d'une réaction chimique effectuée suivant des procédés connus, à partir d'éléments connus. C'est que jamais une démonstration ne porte sur des idées, mais simplement sur des signes matériels, et peut-être les nombres ont-ils une réalité plus profonde, mais les démonstrations arithmétiques n'intéressent que les chiffres.

Nous arrivons ainsi à une nouvelle notion de la vérité, qui a quelque chose de normatif : le vrai, c'est ce qui peut être écrit; le faux, ce qui ne doit pas l'être. Mais ce ne sont là que des définitions nominales, et sans intérêt, car pour savoir ce qui peut ou ce qui ne doit pas être écrit, nous ne nous référons pas à une notion préalable du vrai et du faux, mais à une convention plus directe : le vrai, c'est ce qui peut être construit régulièrement à partir des données primitives; le faux, c'est ce qui contredit l'une de ces données.

Les seules notions nouvelles qui interviennent donc ici sont les suivantes : appliquer correctement une règle de construction, apprécier une contradiction et refuser d'écrire une expression contradictoire, en un mot (puisque l'on peut faire une règle du principe de non-contradiction) : agir suivant les règles, ne pas agir contre les règles. Est-il possible de les définir psychologiquement d'une manière précise? Il ne le semble pas, et nous devons les prendre comme des données primitives : la conformité d'un acte à une règle ne peut être exprimée symbolique-

(1) *Enseignement mathématique*, 1905, p. 12.

ment, ni justifiée. Les logisticiens ont observé depuis longtemps que le principe d'assertion séparée ne peut être formulé dans aucun algorithme, et si nous voulions analyser l'état de conscience du sujet qui applique une règle à une donnée particulière, nous n'y trouverions rien de caractéristique, hors ceci qu'il agit, qu'il déclare le faire légitimement, et qu'il n'éprouve aucun sentiment de doute ou d'inquiétude. Il tranche ainsi, à chaque moment de son raisonnement, une sorte de nœud gordien.

A côté des raisonnements corrects et des raisonnements absurdes (c'est-à-dire qui font appel à des arguments contradictoires), il en est qui font appel à des propositions étrangères aux données primitives, qui sont indémontrables, irréfutables, et qui ont cependant un sens. Ceci soulève un problème difficile que nous examinerons en parlant des principes logiques.

Nous voyons ainsi que le logicien (ou le mathématicien) ne se soucie aucunement de la vérité physique ou métaphysique; il considère seulement des signes d'espèces différentes qu'il peut lire « est vrai » ou « est faux », à moins qu'il ne préfère les lire autrement; il s'occupe des expressions qu'il peut et de celles qu'il ne peut pas écrire, et qu'il peut appeler vraies et fausses, ou comme il lui plaît. Quant à l'association de ces deux sortes de démarches, elle dérive d'une convention d'écriture, et pas du tout de la notion de vérité, considérée comme intermédiaire.

Les logiciens admettent qu'il existe des systèmes de données cohérents, qui ne mènent à aucune contradiction, et ils conviennent de les étudier seuls. Ils sont justifiés sur le premier point par l'expérience, sur le second par le fait qu'une seule contradiction implique une infinité d'autres, d'où un immense chaos, et par le souci de l'interprétation matérielle des propositions.

§ 5. — *Objections que l'on peut faire à une définition purement algorithmique de la pensée logique.*

Maintenant il nous faut revenir sur cette idée que la logique en général, et que les mathématiques en particulier, sont au fond une science de la nature, fondée sur des expériences, des évidences de type sensible; celle qui considère les architectures de signes matériels, dont nous ne retenons que la forme, et, pour emprunter à M. A. Denjoy une expression particulièrement heureuse, celle des phénomènes du calcul pris en ses diverses espèces.

Ne pouvons-nous pas, en certains cas, conclure logiquement, en toute rigueur, d'une pensée à une autre, sans recourir à un algorithme? Faut-il toujours un intermédiaire matériel entre deux idées? En particulier:

1° Un algorithme est toujours général; n'y a-t-il pas des démonstrations portant directement sur le particulier?

2° N'y a-t-il pas de raisonnements convaincants et qui sont, par exemple, purement verbaux?

3° Ne pouvons-nous raisonner en imagination?

1. — Un algorithme peut correspondre à des êtres individuels. Une démonstration peut être faite directement sur un exemple: ainsi procé-

daient souvent les anciens arithmétistes. Seulement, les opérations sur symboles en jeu ne sont légitimes qu'en vertu d'une convention générale, non parce que la nature des choses le veut, mais parce qu'il serait absurde d'édifier un système d'axiomes pour un cas particulier. Mais s'il nous est plus facile d'appliquer à une équation particulière les formules générales qui donnent les racines, nous pourrions parfaitement refaire sur cet exemple toute la théorie de la résolution des équations. A vrai dire, toute démonstration porte sur des individus comme x , y , z , pris comme types par convention.

Nous pouvons reconnaître, en toute rigueur, la vérité de plusieurs propositions successives, et les considérer comme liées sans passer par une notation algébrique ou l'équivalent. Mais ce n'est point là démontrer; il faudrait que les certitudes fussent extraites directement les unes des autres, *ratione formae*, et non pas associées après coup; l'implication doit être la charpente de la pensée, non son vêtement. Sans doute, la plupart de nos pensées, même les plus certaines, naissent et sont acceptées dans ces conditions; c'est qu'en effet, bien des raisonnements, même en mathématiques, ne font que préciser, encadrer, commenter une certitude obtenue intuitivement; d'autant que nous croyons savoir, plus ou moins confusément, qu'une démonstration logique serait possible dans les mêmes circonstances, et que notre pensée intuitive pourrait être mise en forme.

2. — Matériel ne veut pas dire tangible ni visible. Un son est aussi matériel qu'une couleur, et celle-ci qu'un contour ou qu'une résistance au contact. Depuis Descartes nous trainons la distinction illusoire des qualités premières et des qualités secondes, comme s'il y avait entre nos images des différences de matérialité. Mais il n'en est rien.

On objectera que si toute image est matérielle, toute pensée l'est aussi, car elle ne peut se passer d'images. Un langage sera donc un algorithme, et nous n'avons rien dit. Mais il s'agit de savoir si nous passons d'une pensée à une autre par l'intérieur ou par l'extérieur, en raison des significations ou en raison des figures sensibles des mots. A quoi nous référons-nous pour passer d'une formule à une autre? Au sens. Alors, nous sommes hors de la logique. A la configuration extérieure des jugements qui s'impliquent suivant des lois mécaniques et conventionnelles? Alors nous raisonnons en logiciens; le mouvement des signes précède celui des pensées, comme l'automatisme peut précéder la conscience; le corps devance l'âme.

Un langage concret peut servir d'algorithme, pourvu que nous associons les termes sans égard à leur sens; se servir de variables abstraites n'est pas une obligation, mais une précaution prudente pour éviter des certitudes précipitées. Ainsi les anciens raisonnaient d'une manière générale sur des équations particulières; il leur fallait seulement une grande puissance d'esprit. L'inconvénient principal c'est que nous ne sommes jamais sûrs de n'avoir pas fait appel à une propriété particulière des figures concrètes. De même que, raisonnant en forme sur des sujets politiques, économiques, nous risquons à chaque instant d'introduire des prémisses incertaines, à la faveur de nos sentiments.

A la vérité, il est plus difficile d'opérer sur des signes vocaux que sur des signes tangibles ou visibles. Notre mémoire nous trahit bientôt, les moyens de déduction se dispersent, nous avons peine à entendre simul-

tanément plusieurs conditions, quand il est facile de les avoir sous les yeux. Gène non pas essentielle, mais contingente, liée, comme nous le verrons, aux propriétés du monde matériel et de notre espace, à l'éducation systématique de notre mémoire; ainsi, nous avons peine à raisonner sur des figures de sable, à faire un calcul compliqué sur un carnet dont il nous faut toujours feuilleter les pages. Pour que notre esprit puisse embrasser les données nécessaires à la pensée logique, il faut que sa puissance propre soit servie par ses outils et la structure de ses algorithmes.

3. — L'argument tiré de l'imagination est plus faible encore. Un calcul conserve sa nature, fait au tableau, avec de la craie ou bien de tête, sur le tableau non tangible où Inaudi voit s'aligner ses chiffres. Les mots du langage intérieur enserrant la pensée comme ceux qui sont parlés. Un fait imaginaire n'est pas un fait immatériel. Nous reviendrons bientôt sur l'illusion des auteurs qui opposent l'imagination à la perception comme l'âme au corps.

§ 6. — *Certitude physique et certitude logique.*

On admet communément que toute certitude empirique est contingente et imprécise. Or, la certitude logique est rigoureuse et apodictique. Quelle équivalence est possible?

Si apodictique désigne une nécessité plus qu'humaine, étrangère aux conditions de temps et d'espace, laissons ce terme. S'il s'agit d'un privilège de rigueur, d'universalité, montrons qu'il est des certitudes de cet ordre dans l'expérience matérielle.

Tous mes états d'âme en un sens sont irréfutables, comme il est certain à la rigueur que me voici seul, qu'une seule lampe m'éclaire et que trois roses près de moi se fanent dans ce vase. Le cogito ne peut être démenti. Mais prenons des pensées qui peuvent être communes, donc objectives. Il est vrai qu'une mesure n'est jamais qu'approchée. Mais voici des objets rangés régulièrement : je les compte par lignes, puis par colonnes, et leur nombre n'a pas varié; donc la multiplication est commutative. (C'est l'exemple bien connu de Le Dantec.) Voici quatre points alignés. Si b est entre a et d , c entre b et d , alors b est entre a et c . C'est un axiome, mais c'est aussi, appliqué à l'expérience, une vérité très certaine, tandis que je ne puis dire exactement que la diagonale d'un carré est incommensurable au côté. De même, je ne puis affirmer qu'il existe des droites indéfiniment parallèles, mais je puis affirmer qu'après chaque nombre entier, je puis en construire un autre; après chaque fraction de l'unité une fraction plus petite. La notion de l'infini arithmétique est claire, celle de l'infini géométrique est obscure. D'où naît ce privilège? Du caractère discontinu des éléments mis en jeu, qui rend possible une connaissance actuellement rigoureuse, et qui nous garantit d'autre part son indépendance à l'égard de la position spatio-temporelle. Le privilège du raisonnement arithmétique ou algébrique est celui du dénombrement sur la mesure, de la géométrie qualitative sur la géométrie métrique. Si notre intelligence n'a de prise que sur le discontinu, cela ne veut pas dire que les relations des êtres dis-

continus soient particulièrement rationnelles. Si nous mettons hors de cause les raisons d'accoutumance et de simplicité, les lois du choc enferment autant d'incompréhensible que les actions transmises par un milieu continu, et les échanges brusques de la théorie des *quanta* autant que les échanges continus d'énergie. Mais le raisonnement n'est concluant que s'il s'applique à des objets individuels, et discontinus; et cela, en raison du caractère de notre intuition sensible. Dès que le contenu et l'infini interviennent, la représentation s'obscurcit, la démonstration hésite, toute la connaissance devient incertaine. Et ce qui est vrai des constatations immédiates l'est plus encore des opérations et de leurs caractères : si je transporte un angle sur un autre, rien ne me garantit à la rigueur ni leur coïncidence actuelle, ni que le premier soit demeuré égal à lui-même dans le déplacement. Mais je puis sans ambiguïté associer terme à terme les éléments des deux ensembles, faire sortir une quantité d'un radical, changer des limites d'intégration, ou simplement multiplier l'une par l'autre deux équations, à moins qu'une infinité de termes ne nous entraîne à discuter des questions de limites et de convergence. Mais cette différence de certitude, si importante par ses conséquences, est celle même qui existe entre la mesure d'une aire lue sur un planimètre et la valeur d'un produit donné par une machine à calculer. C'est qu'en effet, aux yeux du logicien, une démonstration n'est rien que le mouvement d'un mécanisme régulier, dont chaque rouage apparaît clairement.

On voit par là pourquoi nous rejetons partiellement la thèse que M. Goblot a défendue, touchant la démonstration géométrique, tout en accordant le principe d'une certitude rigoureuse construite matériellement : c'est justement parce qu'il l'applique au domaine des figures continues de la géométrie. Et d'autre part, nous ne saurions accepter la collaboration essentielle de l'opération intuitive et du syllogisme, qui affirme à chaque instant la légitimité et l'exactitude de celle-là. Nous chercherions plutôt des analogies chez Rignano (1), ou chez un auteur moins souvent cité, Delbœuf (2), ou encore chez Louis Rougier (3). Les figures continues de la géométrie ne peuvent être un élément réel de la démonstration, d'abord parce que leurs propriétés métriques sont imprécises, ensuite parce que nous ne savons jamais si une figure particulière peut être prise pour type de toutes les figures du même nom. C'est en effet une règle utile de ne pas choisir de signes qui puissent présenter les déterminations individuelles des choses signifiées. Les figures ne peuvent être qu'une illustration, comme les ellipsoïdes illustrent les théorèmes généraux sur les quadriques. En fait, dès qu'une démonstration est parfaite, elles cessent d'être nécessaires, bien qu'elles éclairent souvent un esprit que la démonstration a seulement convaincu. Le « Formulaire » de Peano, les « Fondements » de Hilbert, les ouvrages de géométrie moderne où les propriétés des figures réelles sont démontrées en même temps que celles des figures imaginaires, en sont une preuve irréfutable. Et sans doute nul ne peut empêcher un auteur de trouver satisfaisantes les démonstrations mixtes, mais c'est un fait que certains

(1) *Psychologie du raisonnement*.

(2) *Prolégomènes à la géométrie*, en particulier pp. 78 et 79.

(3) *Revue de métaphysique*, 1916, pp. 808-899.

esprits les jugent insuffisantes, et plus persuasives que vraiment probantes. De telles théories sont presque irréfutables dialectiquement, et ne périssent que faute d'usage.

Mais on voit ce qui nous sépare de J. Nicod ou de L. Rougier : c'est que nous acceptons désormais entièrement l'idée d'une preuve apodictique en tant qu'intuitive, tout en refusant de l'appliquer aux objets de la géométrie classique, c'est que nous identifions au fond certitude physique et certitude logique, dans la mesure où celle-ci n'est pas purement conventionnelle. Quant à savoir pourquoi les certitudes expérimentales sont si différentes les unes des autres, pourquoi l'esprit apprécie exactement l'identité des formes topologiques et non celle des grandeurs métriques, ceci est un problème différent, et sans doute insoluble. Il faut prendre ce fait comme donné, ainsi que le sentiment d'opérer correctement suivant une loi, dont nous avons parlé plus haut. Mais ce sont là des « irrationnels » précis, communs à toute notre expérience des phénomènes, tandis que parler de l'activité synthétique de l'esprit dans les mathématiques n'exprime ni une solution, ni même un problème.

§ 7. — *Conditions physiques requises pour que soit possible une pensée logique.*

Quelles circonstances physiques sont maintenant impliquées par l'expérience logique? Les mêmes au fond que celles que requiert une expérience physique en général, lorsqu'elle en est encore à la forme qualitative.

C'est tout d'abord une structure discontinue, des groupements solides d'éléments sensibles : même décidés à percevoir des unités sensibles, nous serions fort en peine de le faire si la nature ne s'y prêtait pas; dans le chaos matériel, la pensée serait perdue, comme la chimie serait impossible si des corps purs ne pouvaient être isolés. Il faut ensuite que nous puissions déplacer et associer nos signes. L'homme n'est logicien que parce qu'il a la main et la voix; il faut que l'espace nous donne un soutien où nous puissions disposer nos algorithmes; que les signes restent reconnaissables dans leurs mouvements, qu'ils puissent être déformés, mais non rompus. Ce fait est réalisé dans notre monde; nos déformations respectent le principe de continuité et sont même souvent insensibles.

Enfin l'expérience seule nous apprend que les combinaisons d'un nombre de signes restreint donnent lieu à des développements indéfinis et permettent de définir des propriétés très nombreuses. Elle nous apprend aussi que ces développements sont uniformes et cohérents, c'est-à-dire que nous pouvons choisir nos éléments primitifs de manière à ne construire jamais deux formules contradictoires, et qu'ils sont indifférents aux circonstances spatiales et temporelles. Si la géométrie, suivant certains, nous dépeint les propriétés des solides, nous pouvons dire tout au moins que toute connaissance logique est liée à leur existence.

Mais suis-je sûr que, dans tout univers donnant lieu à une logique, celle-ci sera uniforme; que les mêmes déductions mèneront toujours

aux mêmes évidences? Que m'apprennent à cet égard le principe de continuité et le principe de raison suffisante?

Dans les expériences ordinaires de la physique, nous sommes bien sûrs de ne jamais les trouver en défaut, parce que la moindre d'entre elles met en jeu des conditions si complexes que nous pourrions toujours feindre que l'une d'elles ait varié et sauver ainsi le caractère rationnel de l'univers; et la nature pourrait être foncièrement incohérente que nous lui referions encore, à grand renfort d'hypothèses, un être rationnel. La séparation toujours incertaine et imparfaite du physique et du logique sauve, par décision, l'univers du second. Même, à la rigueur, nous renoncerons à l'homogénéité classique de l'espace et du temps : ils cesseront d'être amorphes; mais leur action respectera au moins le principe de continuité. Si la même circonférence change de longueur entre deux mesures, l'in vraisemblance n'ira pas jusqu'à l'absurdité. Mais si le malin génie de Descartes veut me décevoir en bouleversant les phénomènes, encore doit-il suivre les lois fondamentales de ma représentation. C'est pour ce motif que la logique et les mathématiques abstraites ont un sort privilégié. Que la somme des angles d'un quadrilatère varie d'un jour à l'autre, voilà qui me surprend; mais qu'un ensemble d'objets ait pour nombre 12 aujourd'hui, et 11 demain, voilà le scandale de la raison : ou bien le malin génie en a volé un, ou bien ce n'est plus le même ensemble. Qu'une machine à calcul donne successivement, comme produit de 7×9 , 63 et 62, c'est qu'elle s'est dérégulée, et nous devons pouvoir le constater par ailleurs; si demain la table de Pythagore n'était plus valable, ce serait là un miracle, que les hypothèses les plus compliquées ne sauraient rendre naturel. C'est parce que les phénomènes logiques sont les plus décharnés, les plus schématiques, les plus discontinus qu'ils pourraient mettre en lumière d'une manière irréfutable la nature irrationnelle de l'expérience. Aussi bien cet accident est-il intolérable à notre pensée (1).

Ajoutons qu'une telle violation du principe de raison suffisante ne serait pas dirigée, et que la théorie déductive ainsi altérée deviendrait incohérente. Un 8 deviendrait tantôt un 7 et tantôt un 9, si bien que notre science serait non pas fausse, mais extravagante. Or, si je suppose un raisonnement encore possible, je conserve par hypothèse les lignes essentielles de l'expérience. On demande si le méthane admettra demain les mêmes dérivés chlorés qu'aujourd'hui. Ceci suppose qu'il existera du méthane, du chlore, et des circonstances appropriées aux réactions, conditions qui sont maintenues par des lois universelles; pourquoi seraient-elles en défaut juste sur un point? De même, à moins que Dieu ne veuille nous confondre justement dans nos raisonnements, si une logique est possible, elle restera uniforme. Mais qui nous assure qu'une logique restera possible?

Tout d'abord, en quel sens deviendrait-elle impossible? Veut-on dire qu'un esprit apte à discerner la valeur de l'expérience logique ou mathématique, après l'avoir construite, pourrait ne trouver un jour dans le monde matériel aucune stabilité, aucun signe durable, aucune

(1) Y a-t-il dans ces exigences de la raison autre chose qu'une coutume de notre imagination, et n'arriverions-nous pas à concevoir une action de ce genre, due à un malin génie, à l'échelle quantique des phénomènes, ceci est un autre problème.

opération uniforme, si bien qu'en ce chaos, toute pensée ordonnée serait enfin détruite ? Il se peut faire. S'il est vrai que « l'homme est intelligent parce qu'il a la main », il raisonne, pouvons-nous dire, parce qu'il existe des corps rigides, des substitutions définies, parce que le monde est organisé spatialement et les choses spécifiées. Toute construction abstraite, toute dialectique deviendraient impossibles dans un monde où toutes les images se confondraient, où par l'altération des contours et des couleurs, la pensée ne saurait s'accrocher à des signes. Ce désordre devrait être radical, et confondre même les images sonores et tactiles : fiction confuse, monde irréprésentable, où notre mémoire même devrait être abolie, et jusqu'au discours intérieur, où vraiment les âmes n'auraient plus de prise.

Mais ne resterait-elle pas, de toute manière, possible idéalement, en elle-même ? La difficulté vient de l'idée d'une logique en soi. Si la race des hommes mourait, le monde resterait-il logique ? Sans doute, un livre demeure, même s'il n'est point ouvert, et les raisonnements qu'il enferme sont en eux-mêmes vrais ou faux. Mais s'il ne pouvait plus y avoir de lecteurs ? En vérité je ne puis imaginer le monde, en dehors d'une conscience de forme humaine ; le monde matériel n'est rien, si nulle âme n'est donnée, ou bien c'est un x inintelligible, un simple mot.

A la vérité, nous entendons plutôt que le monde, privé d'âmes particulières, et désordonné, conserverait un ordre rationnel implicite, parce qu'il ne serait devenu ce qu'il est que suivant une loi physique. C'est que nous le concevons au fond comme créé, que nous imaginons d'une certaine manière le Créateur et sa pensée, d'ailleurs à l'image du monde actuel et de notre pensée. Or, si Dieu est logique une fois, il l'est éternellement ; ainsi de ses œuvres : les modes passent et les attributs sont éternels. Mais nous sommes ici en pleine allégorie. Reste le fait psychologique : plus je varierai les mouvements, plus l'idée d'espace et celle de mouvement resteront uniformes : plus j'imaginerai de déformations réelles, et plus je les rapporterai implicitement à des mètres indéformables. Et supposant des esprits séparés, des corps distincts, ne conservé-je pas au monde malgré moi les éléments d'une expérience logique ?

Ainsi la connaissance logique, sans être liée à un esprit particulier, ni à telle sorte d'algorithme matériel, suppose cependant, unies d'une manière inséparable, une certaine structure mentale de l'homme, une certaine structure physique du monde.

§ 8. — *Comment la pensée logique et mathématique peut-elle être féconde ?*

Nous avons décrit dans les pages précédentes le phénomène de la pensée logique, en faisant abstraction de toute ontologie métaphysique touchant l'objet ou le sujet. Une telle recherche est-elle cependant absurde ?

A l'ontologie de l'objet correspondent les diverses thèses du réalisme mathématique, qui sont fondées d'ordinaire sur deux arguments complémentaires. L'un est tiré de l'ordre admirable qui nous est révélé dans le

règne innombrable des êtres mathématiques, dans cette finalité qui fait des divers théorèmes et des diverses théories les pierres d'un édifice régulier, qui groupe et subordonne les entités comme un organisme vivant associe les cellules qui le composent. L'autre s'appuie sur la manière dont nous prenons connaissance de ce règne, par fragments, saisissant des implications particulières, découvrant brin par brin des objets nouveaux, des propriétés imprévues, sans jamais pouvoir fixer l'ordre des découvertes nouvelles. C'est de ce double sentiment qu'est née la réaction contre le synthétisme nominaliste.

Les liens les plus forts, les affinités les plus profondes ne paraissent qu'après coup; ainsi le découvreur d'une terre nouvelle connaît d'abord des côtes et des îles dispersées, et n'aperçoit qu'ensuite la figure et l'unité du continent, lorsqu'il a pénétré plus profondément et s'est élevé plus haut. L'esprit ne dispose pas des faits mathématiques, ni de leur ordre. Il n'est pas libre de faire la vérité mathématique, ni même d'en limiter arbitrairement le domaine. Or, en ne retenant pour objet de la connaissance abstraite que des systèmes d'images matérielles, des modèles mécaniques d'un type particulier, n'avons-nous pas méconnu ce caractère si frappant et si général des mathématiques ? L'argument est au fond celui de tous les finalistes : les éléments n'expliquent point le cosmos, notre théorie rend raison des vérités partielles et de leur démonstration, non de leur accord; de même que les propriétés des atomes ne rendent pas compte du corps vivant.

L'autre ontologie porte sur l'esprit. Au fond de l'expérience mathématique, il n'y a rien de plus, dira-t-on, que l'activité régulière de la pensée. C'est elle qu'il s'agit d'apercevoir dans sa puissance créatrice, et trouvant dans le monde de la connaissance logique l'œuvre de son industrie, au lieu de décrire par allusions contradictoires un univers tout fait d'idées et d'entités abstraites. Or, n'avons-nous pas ignoré systématiquement l'efficacité propre de l'esprit, et n'avons-nous pas pris le vêtement de la certitude logique pour le corps vivant de la pensée abstraite ?

Ce dernier reproche serait injuste. Tout au contraire nous mettrons bientôt en lumière la double démarche de l'esprit, sans laquelle l'univers ne propose aucune connaissance, par laquelle l'homme invente l'expérience, et la comprend. Avant d'adhérer, il lui faut connaître; avant de connaître, il lui faut avoir construit sa vérité, ce qui n'a point lieu au hasard. Nous disons seulement que la pensée de l'homme ne s'aperçoit que matérialisée, comme partie de la nature; que ses lois doivent revêtir, pour être connues, une apparence sensible; et qu'ainsi l'âme ne se connaît elle-même que comme une créature étrangère.

Mais les deux ontologies négligent chacune une partie de la difficulté, et se réfutent respectivement. Le réalisme des immatériels est une solution héroïque; seulement, elle n'est ni très forte, ni très claire. Le fait initial, c'est que les idées résistent : je ne dispose ni de leur vérité, ni de leur ordre. Et c'est un sentiment à peu près clair, mais conclure à la passivité de l'esprit, qui découvre plutôt qu'il n'invente, est peut-être excessif : quelques mathématiciens, et beaucoup de philosophes ont abusé de cette idée. Que si l'on parle d'une expérience idéale, d'un monde de créatures intelligibles, on indique plutôt un mystère qu'une pensée réelle. Que peut bien être un univers de figures et de fonctions, où peut-

il être? Que signifie le mot découvrir dès qu'on ne l'applique pas aux objets sensibles? Et pourquoi cette découverte est-elle progressive et irrégulière? Est-ce parce qu'elle a lieu à l'occasion de la vie matérielle, et parce que nous ne posons pas les questions qu'il faut? D'autre part Platon concevait assez clairement la génération des êtres mathématiques à partir de l'un et de la dyade et se représentait leur ordre. Seulement nous sommes beaucoup moins avancés à cet égard, et la classification naturelle des êtres mathématiques est fort artificielle. Qui peut dire quelles sont les fonctions les plus générales, ou dans un domaine plus étroit, comment il faut classer les courbes?

Quant à ceux qui mettent en avant la puissance créatrice de l'esprit, peut-être masquent-ils par une vérité trop générale, les difficultés vraies de la question. Certes, ils refusent avec raison de réduire la vie de l'âme à la contemplation passive d'un univers tout fait. Dans l'ordre du raisonnement, ils rendent à l'esprit la même efficace, la même réalité primitive, essentielle, que rend à la durée M. Bergson. Seulement, ne nous voici guère avancés, et le recours à l'activité de l'esprit ne résout pas plus le problème du réalisme logique et mathématique que l'intervention de la durée ne nous explique la liberté humaine. Le problème est de savoir en quel sens cette activité crée son objet, et nous disons simplement qu'elle ne le crée pas plus que le musicien ne crée les sons ou l'architecte les pierres, car elle ne porte pas sur des idées, opposées aux choses matérielles. Il n'y a qu'un ordre de connaissance, qui est la nature; qu'un seul type d'activité, qui est d'assembler et d'ordonner les expériences; qu'un seul type d'évidence qui est l'évidence sensible. Sans doute, nous ne prétendons expliquer par là, ni la nature profonde de l'esprit, ni la manière dont Dieu est géomètre; il nous suffit d'avoir quelque peu unifié deux problèmes.

On a d'ailleurs un peu exagéré ce qu'il y a de singulier et d'imprévisible dans les découvertes mathématiques. Sans doute, nous sommes parfois émerveillés, émus, inquiets même devant les liens incompréhensibles qui unissent les nombres, les figures et leurs propriétés. Nous croyons entrer dans une sorte de forêt, faite d'arbres inconnus, où des sentiers et des chemins apparaissent de temps en temps, silencieuse et si vaste, que nous nous demandons avec étonnement, et une sorte de douleur : quel est le sens de tout ceci, quel est le maître de ce royaume, et arriverons-nous jamais jusqu'à sa demeure? Ces sentiments ont quelque chose de religieux, et c'est par eux que les mathématiques semblent parfois l'image d'un monde inconnu et idéal. Mais, chose étrange, ce sont les remarques les plus élémentaires qui les évoquent le plus souvent et le plus fortement; ces harmonies, ces propriétés curieuses se manifestent surtout dans la description superficielle des faits mathématiques; elles ne sont jamais aussi frappantes que dans les recueils de propriétés empiriques des nombres ou des figures. Peu à peu, nous arrivons à les classer, à les ordonner, à les rattacher à des caractères généraux. Elles nous deviennent familières et cessent de nous émouvoir. A chaque moment du progrès des mathématiques correspond d'ailleurs une floraison de données inexplicables et troublantes, auxquelles nous cherchons

inconsciemment une raison. Mais, plus l'accent se déplace des faits aux démonstrations, moins les mathématiques inclinent au réalisme mystique : la topologie abstraite s'y prête, semblé-t-il, médiocrement. Quoi qu'il en soit, l'émerveillement qui peut en résulter n'est pas d'une autre nature que celui des musiciens, voyant l'infinie variété des rythmes et des harmonies qui résulte d'un petit nombre de sons fondamentaux, ou que celui des architectes devant le nombre immense des formes qui dérivent de quelques éléments, et nous ne devons pas lui attribuer une plus grande portée métaphysique.

Si nous admettions, en effet, que la pensée mathématique procède par composition d'idées claires, intuitivement connues, nous serions peut-être conduits à dire que ces combinaisons et leurs propriétés doivent pouvoir être organisées d'une façon régulière et méthodique, et que nous devrions pouvoir faire à l'avance le plan de notre science. Mais il n'est pas ici question d'idées, les mathématiques étudient des architectures de signes, comme d'autres des architectures de sons ou de pierres, et c'est le même problème qui se pose dans les trois cas.

Nous pourrions parler de la vertu propre au groupement spatial, et lui rattacher la fécondité indéfinie des constructions mathématiques. Mais ce n'est pas là une explication. En tout cas le rôle de l'espace serait ici tout différent de ce qu'il est dans la doctrine de Kant. Il ne s'agit pas d'une connaissance de l'espace lui-même, mais de certaines images construites en lui.

Nous voyons en quel sens les mathématiques s'opposent aux autres sciences. Il y a deux espèces de connaissances : l'une analyse la structure intérieure des phénomènes, elle les divise et les approfondit; l'autre les assemble en architectures nouvelles, elle construit, organise, prévoit des formes neuves, en des expériences qu'elle suscite. Sans doute, ces deux aspects de notre pensée ne sont pas séparés. Le physicien invente des schémas théoriques qui vont au devant de l'analyse concrète des faits, et le mathématicien peut considérer après coup les êtres qu'il a construits, et les analyser presque comme il ferait d'objets naturels. C'est la même activité qui se présente tantôt comme anatomique et tantôt comme architecturale. En quoi maintenant le logicien ou le mathématicien diffèrent-ils du physicien ou du chimiste, lorsque ceux-ci cherchent à combiner en des expériences nouvelles d'anciennes données élémentaires? C'est qu'ils expérimentent sur des algorithmes, c'est-à-dire sur des éléments inertes, invariables, ne réagissant pas les uns sur les autres, et dont le groupement seul introduit quelque nouveauté, d'ailleurs infinie? Ainsi les mathématiques ne sont en réalité que la première des sciences de la nature; elles peuvent être dites formelles, mais en ce sens tout à fait intuitif que les objets qu'elles examinent n'interviennent que par leur forme extérieure et définie, non par leur structure intérieure et indéterminée. Ainsi la nature mathématique est dans la nature physique, la certitude logique se réduit à la certitude physique, et lorsqu'elle en diffère, ce n'est que par accident. Ainsi nous avons rétabli dans l'ordre de la connaissance intellectuelle cette unité de figure que nous avons cru déjà apercevoir dans l'ordre de l'expérience intuitive, et nous avons détruit, au moins nous l'espérons un peu, l'illusion d'un empire de l'esprit dans l'empire des choses matérielles, nous avons, sous une autre forme réincorporé l'esprit au monde réel.

Que devient alors ce privilège de rationalité qui a été attribué aux mathématiques depuis des siècles? Si nous les considérons intrinsèquement, il se disperse. Elles sont plus simples, plus formelles, les enchaînements en sont plus curieux que ceux de toute autre construction, et nous pouvons, parfois, les embrasser par la pensée. Mais c'est là tout.

Sans doute nous ne pouvons réfuter directement l'idéalisme mathématique; nous ne pouvons prouver que ce phénomène de la pensée logique n'est pas le reflet d'une pensée pure, que les constructions algorithmiques de l'esprit n'imitent pas les figures préexistantes d'un monde d'idées. Il y aura toujours des esprits qui, poursuivis par l'idée que la vérité des propositions est antérieure, supérieure à toute démonstration, fonderont sur un réalisme platonicien cette prédestination logique. Nous dirons seulement que jamais une théorie de ce genre n'a pu être formulée d'une manière cohérente, étant incapable de délimiter les objets auxquels doit correspondre une idée; qu'elle n'a d'intérêt, d'autre part, que dans l'hypothèse d'une science absolue des mathématiques, à laquelle nos contemporains ont du renoncer au moins provisoirement.

§ 9. — *En quel sens la pensée logique et mathématique s'applique au réel et le rationalise.*

Reste un point digne d'étude. Si les mathématiques n'ont pas en elles-mêmes un privilège de rationalité, comment peuvent-elles rendre rationnels les phénomènes de la nature? Un fait généralement admis aujourd'hui, à la suite des travaux des logisticiens, c'est que la correspondance d'un développement algorithmique et de l'expérience est purement symbolique. Si les phénomènes sensibles vérifient des jugements de même forme que les éléments d'un algorithme, le parallélisme doit se poursuivre indéfiniment, et les propositions démontrées pour celui-ci doivent être vraies pour ceux-là. Cette idée que la corrélation ne nous révèle rien de la nature commune aux deux ordres de phénomènes, qu'elle est purement verbale, est le thème essentiel du livre de J. Nicod « La géométrie dans le monde sensible ». Qu'on nous permette ici d'y renvoyer. Mais ce que nous voulons souligner, c'est qu'il n'y a aucune différence essentielle entre la manière dont une allégorie logique ou numérique rationalise le réel, et celle dont le fait un schéma de structure, une hypothèse figurative. Nous pouvons dire que, du point de vue épistémologique la logique n'est que la plus simple et la plus générale des hypothèses figuratives. Ses schémas nous permettent d'ordonner nos pensées, de les conduire, et d'anticiper ainsi sur l'expérience, mais jamais ils ne nous révèlent sa nature profonde. L'approfondissement de cette expérience ne peut résulter que d'une analyse intuitive et directe, seule capable de nous éclairer, tandis que les mathématiques ne savent que nous convaincre, et c'est la seule accoutumance de cette conviction qui nous fait lui attribuer une valeur plus haute.

Mais l'application de l'abstrait au concret ne suppose-t-elle pas une démarche particulière de la raison? Il ne le semble pas; si la logique se réduit à développer le jeu conventionnel des signes, la raison se borne

à prévoir que les formules régulièrement construites se transposeront indéfiniment en vérités d'expérience. La nature concrète de celles-ci n'est aucunement déterminée, car les mêmes signes peuvent, par des conventions différentes, correspondre à des objets très différents. Le nombre abstrait, qui n'est qu'un signe algébrique, s'interprète également bien, dans l'ordre concret, comme ordinal ou comme cardinal; la même grandeur abstraite peut représenter une droite, un point ou n'importe quel objet vérifiant des jugements d'une certaine forme.

Quant à savoir s'il faut un acte proprement rationnel pour définir les objets concrets susceptibles d'être représentés par des symboles, c'est là un problème différent et bien artificiel. L'acte par lequel nous attribuons à une collection physique un nombre concret ne nous semble pas différent, en principe, de celui par lequel nous reconnaissons la forme ou la couleur d'un corps quelconque. C'est une qualité sensible d'être trois, comme d'être carré, rouge ou pesant. Nous ne pouvons même pas dire qu'il s'agit ici d'une perception de relation. Sans doute le dénombrement ordinal nous aide à prendre conscience de ce nombre concret; mais toute perception reflète des expériences de différents ordres, un savoir partiellement intellectuel, et comporte une sorte d'abstraction. Si nous voulons parler ici de raison, ce ne peut être qu'en un sens très général et sans intérêt.

Mais comprenons-nous foncièrement pourquoi cette représentation symbolique des phénomènes réussit, sommes-nous sûrs qu'elle doit toujours réussir ?

Nous retrouvons ici, parfois, la même inquiétude qui nous touchait, quand nous nous sentions dépassés par un monde mystérieux de réalités mathématiques; mais elle est à certains égards, plus justifiée: ce que nous appelons comprendre n'épuise pas la nature des choses, ne nous donne pas la vraie raison, au delà de la nécessité logique. Ce sentiment apparaît surtout quand nous procédons par voie indirecte, quand nous raisonnons par l'absurde. On prouve très simplement qu'il ne peut exister de polyèdres réguliers en dehors des cinq que les anciens connaissaient; on peut rattacher cette preuve à une théorie plus générale. Pourtant, il y a toujours quelque chose d'obscur dans l'obéissance de l'espace à la logique.

Assurément, nous nous rendons bien compte que si un raisonnement est possible sur les symboles abstraits, un raisonnement homologue doit pouvoir être établi directement sur les grandeurs concrètes, et c'est le sentiment de ce parallélisme virtuel et comme à notre discrétion qui fonde notre confiance. Nous voyons clairement que si, à un moment donné, le résultat d'opérations de même nom ne donnait pas des résultats de même nom, nous pourrions toujours, nous devrions dire ou bien que les conventions initiales étaient illégitimes, ou bien que dans le phénomène concret, un élément caché est intervenu. Cette dernière hypothèse tombe lorsqu'il s'agit de la correspondance entre deux algorithmes, où la simplicité des objets exclut l'idée de causes subreptices, et c'est pourquoi nous sommes beaucoup plus sûrs de la correspondance entre la géométrie et l'algèbre que de celle entre les phénomènes physiques et la géométrie; mais dans les deux cas, nous sentons bien que le fondement métaphysique de la corrélation nous échappe.

§ 10. — *Comment se présentent, dans une telle théorie, les problèmes classiques relatifs à la définition.*

Par les remarques précédentes, nous avons essayé de montrer ce qu'est la pensée logique et mathématique, dans quelle mesure elle est liée à l'espace, en quel sens elle porte sur des objets rationnels et peut rendre rationnelle l'expérience physique, enfin pourquoi il ne peut y avoir de géométrie pure en tant qu'intuitive, et pourquoi toute théorie mathématique rigoureuse est nécessairement algébrique, ce mot étant pris au sens le plus large. Elles systématisent des pensées dont certaines dérivent de la philosophie logistique ; elles les insèrent dans le cadre d'une loi très générale de ce que nous pouvons appeler la phénoménologie de la connaissance : unité foncière de toute expérience sensible ou intellectuelle, et l'on peut dire qu'elles procèdent d'un nominalisme radical. Nous voudrions montrer maintenant comment elles s'appliquent à des problèmes classiques et importants de la logique.

Nous savons quelle est la nature des termes primitifs d'une théorie déductive pure. Mais à chaque instant, nous raisonnons sur des termes définis au moyen des précédents. Qu'est-ce donc que définir, et quelles sont les lois d'une définition correcte ?

Dans l'usage courant, nous employons deux sortes de définitions : les unes nous permettent simplement de reconnaître des objets dont la nature nous est connue par ailleurs, elles nous les désignent. Un caractère insignifiant, mais individuel est, à cet égard, plus précieux d'ordinaire qu'un caractère profond, mais plus général ; les autres nous font au contraire connaître les objets, elles nous en décrivent la compréhension, ou du moins nous permettent de la déterminer indirectement. Nous pouvons donc distinguer en gros les définitions de désignation et les définitions explicatives. Cette distinction correspond à la rigueur à celle des définitions de noms et des définitions de choses, que d'Alembert a si vivement critiqué, mais peut-être à tort. Notons en tout cas qu'entre une définition de pure désignation et une définition complètement explicative, toutes les transitions existent.

Pour un platonicien orthodoxe, une définition mathématique semble pouvoir être du premier type : l'idée existe objectivement en nous, l'essentiel est de la désigner, de la reconnaître. Ensuite, par intuitions successives et ordonnées, nous en déterminerons les caractères intérieurs. Il en est de même pour un disciple de Kant : l'acte par lequel nous délimitons les figures dans l'espace nous livre quelque chose de nouveau ; elles dépassent évidemment le mouvement par lequel, suivant M. Liard, nous les engendrons. C'est pourquoi les vérités mathématiques sont synthétiques.

Faut-il dire que, pour un logicien, toute définition doit être de la seconde espèce ? Mais nous devons ici en distinguer deux formes.

Les définitions « par postulats » introduisent des termes indéfinissables, et en spécifient les règles d'emploi dans leur rapport avec les précédents. Ces termes peuvent être des objets, des relations, des opérations.

Les définitions « par spécification » ne peuvent introduire aucun objet de type nouveau ; elles caractérisent un certain nombre d'éléments

de type ancien, au moyen de conditions elles-mêmes définies par spécification. Elles peuvent spécifier un terme individuel ou une classe de termes; dans les deux cas, les procédés mis en œuvre sont les mêmes; souvent d'ailleurs une classe se réduit subrepticement à un seul terme; elle peut même s'annuler. En tout cas, une telle classe doit être prise distributivement, c'est-à-dire que ses propriétés doivent se résoudre en propriétés portant sur un quelconque de ses membres.

Quand une définition de ce genre est simple et implique évidemment l'existence du défini, on la nomme souvent constructive. Il nous arrivera même, par la suite, d'employer ce terme au sens large de définition par spécification, afin de ménager l'usage ancien.

Ces deux sortes de définitions sont les seules qui introduisent des objets réels.

Il semble parfois qu'il existe une autre espèce encore : celles-ci ont l'air d'introduire des termes d'un type nouveau, et pourtant elles n'énoncent pas de postulats. En réalité, elles sont purement nominales; ce sont des manières de parler qui renvoient à des relations, à des objets très différents de ceux auxquels les mots nous font penser. Les propriétés attribuées aux entités ainsi définies désignent des propriétés de termes et d'opérations beaucoup plus complexes, définis d'ailleurs normalement, c'est-à-dire par postulats ou par spécification. C'est ainsi que dans un système où les nombres irrationnels n'ont pas été introduits par postulats, nous pouvons légitimement employer le symbole $\sqrt{2}$ pourvu que nous entendions que les opérations sur $\sqrt{2}$ désignent en réalité des opérations effectuées sur la classe des nombres rationnels dont le carré est inférieur à 2. Les théorèmes simples concernant le signe $\sqrt{2}$ se résoudront en théorèmes complexes sur les nombres de la classe précédente. En réalité, il n'y a là qu'un ensemble de définitions du type normal, complété par une dénomination d'un type anormal. Le procédé est très fréquent; il a d'ailleurs l'inconvénient de laisser croire que l'on a défini constructivement une notion d'un type nouveau, alors qu'on a simplement introduit une manière de parler qui fait illusion. C'est ainsi que l'espace réglé n'est pas un espace d'un type différent de l'espace ordinaire, mais un espace où l'on raisonne en coordonnées de droites. On peut dire que de telles définitions ont lieu par abstraction, et que les propriétés correspondantes sont abstractives.

§ 11. — *Des problèmes propres aux définitions par « spécification ».*

Nous n'en considérons ici qu'un seul : à quelle condition un objet est-il vraiment spécifié? Pour que ceci ait un sens, il faut qu'il soit d'un type déjà connu : si nous ne nous donnons que le corps des nombres rationnels, l'expression $\sqrt{2}$, ou si l'on préfère l'équation $x^2 = 2$, ne définit rien du tout, puisque x ne peut être rationnel. Si $x = 0$, la dérivée de $x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ n'est pas définie.

La plupart des difficultés proviennent de l'intervention d'un nombre infini d'éléments dans la définition : une somme finie de nombres donne

un nombre de même espèce; si elle est infinie, nous ne pouvons plus prendre parti. On peut, semble-t-il, admettre qu'un objet n'est réellement défini que s'il est déterminé par un nombre fini d'opérations de type ancien. De même, une propriété abstractive n'est définie que si elle renvoie à des propriétés d'individus définissables eux-mêmes par un nombre fini d'opérations. Il en est des définitions qui font appel à l'infini actuel comme de celles qui font appel à l'intuition sensible du continu : elles réservent des mécomptes.

Assurément, en bien des cas, nous croyons voir clairement qu'une série définit une limite, en particulier quand cette limite est d'un type déjà connu. Mais il n'y a là qu'un procédé intuitif qui peut concorder avec une définition authentique, mais qui ne porte en lui-même sa justification logique. La série $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \left(\frac{-1}{2}\right)^n + \dots$ ne nous définit pas plus

réellement la fraction $\frac{1}{2}$ que la série $\sum_0^{\infty} (-1)^n$; de même l'image géométrique de la diagonale d'un carré ne définit pas arithmétiquement le nombre $\sqrt{2}$, ou la pente d'une courbe sa dérivée : elles nous inclinent seulement à en postuler l'existence.

La chose est plus claire encore s'il s'agit de définir un ensemble dont le nombre de dimensions soit inférieur à 1, comme le fait par exemple M. Hausdorff, lorsqu'il retranche du milieu d'un segment donné un segment de longueur inférieure, et qu'il répète indéfiniment la construction homothétique pour les segments restants. Il peut être commode d'admettre que les points restants, après une infinité d'opérations, forment un ensemble dont le nombre de dimensions est $\omega = \frac{\log 2}{\log \frac{2}{1-\lambda}}$

(λ étant le rapport du segment enlevé primitivement et du segment initial); mais nous n'avons pas là une définition vraiment constructive.

Une remarque analogue peut être formulée touchant la définition des nombres transfinis suivant la méthode célèbre de G. Cantor, ce qui n'empêche aucunement de les définir par postulats : nous risquons seulement, comme l'a observé M. Borel, de bâtir une axiomatique des transfinis qui ne fera pas plus allusion, au fond, à leur nature de transfinis que la géométrie de Hilbert à celle des droites ou des points. C'est ce que l'on exprime parfois, d'une manière qui prête à critique, en disant que nous n'en avons pas d'idée. (Il faut sous-entendre évidemment par rapport aux nombres ordinaires.)

Le problème important posé par ces nombres est d'ailleurs différent : il s'agit de savoir s'il est légitime de les faire intervenir, ainsi que les axiomes les concernant (comme celui de Zermelo) dans des raisonnements sur des données du type courant, de telle manière qu'ils s'éliminent en fin de compte du résultat, comme il arrive que nous introduisons provisoirement des variables complexes dans un problème sur les nombres réels. Mais dans ce dernier cas, nous savons formellement qu'il nous aurait été possible de transcrire notre raisonnement en un langage ne faisant intervenir que des opérations sur les nombres réels. Il n'en est pas de même dans le cas des nombres transfinis. Le problème est d'ailleurs double; en effet, nous pouvons entendre, ou bien que l'em-

ploi des nombres transfinis ne nous mènera qu'à des résultats qui auraient pu être établis directement en ne faisant intervenir que les nombres ordinaires, ou bien simplement qu'il ne peut nous mener à des résultats dont la fausseté pourrait être démontrée en ne faisant intervenir que ces nombres. Dans le second cas, il suffit d'admettre que l'axiomatique des transfinis est compatible avec celle des nombres ordinaires. Dans le premier, il faut admettre qu'elle est dans leur prolongement.

§ 12. — *Des définitions par postulats; de la réduction des théories les unes aux autres.*

Pour nous prouver la cohérence, c'est-à-dire la compatibilité d'un système d'axiomes, nous n'avons que quatre méthodes : *L'une* est de développer la théorie et de n'y pas rencontrer de contradiction. *L'autre* est de voir clairement, par intuition, la simplicité des axiomes et leur compatibilité. *La troisième* est de trouver une interprétation empirique qui justifie l'invention de telle entité. Par exemple, une interprétation physique : l'existence des diagonales justifie celle des irrationnels. Un problème de mécanique a une solution s'il correspond à un phénomène physique qui évolue d'une manière ou d'une autre. *La dernière* est de trouver dans un domaine abstrait considéré comme cohérent une interprétation des notions nouvelles qui en justifie les propriétés formelles. Si par une suite de définitions constructives je puis construire dans un corps éprouvé de théories, une série de notions vérifiant les axiomes en cause, je suis sûr que ceux-ci sont compatibles directement, et qu'une théorie par postulats est légitime. Ainsi les notions fondamentales de la géométrie non euclidienne peuvent trouver une interprétation à l'intérieur de la géométrie euclidienne, et inversement ; donc, si l'une est cohérente, l'autre l'est également. Ainsi la cohérence des axiomes de la géométrie est garantie par l'existence d'une interprétation purement numérique. Cela est vrai de la géométrie euclidienne ou non-euclidienne, cela n'est pas moins vrai de la géométrie non-archimédienne, et des généralisations les plus singulières des théories classiques. Ainsi encore les logisticiens tâchent de donner un modèle purement logique de l'arithmétique.

Y a-t-il là une véritable réduction ? Tout dépend de l'intention du théoricien. Il peut considérer les notions primitives de son système comme des indéfinissables tout à fait généraux ; il peut considérer au contraire qu'elles ne désignent que des figures complexes définissables dans un domaine plus simple d'entités. Les droites et les points de la géométrie de Hilbert peuvent être regardées comme des concepts abstraits très généraux, ou comme des classes de nombres.

Quel avantage avons-nous à prendre dogmatiquement cette interprétation d'une géométrie, à la considérer comme une réduction ? Uniquement celui de simplifier le corps des indéfinissables, et de le réduire au minimum. Mais est-ce chose désirable ? Y a-t-il gain réel pour l'esprit à user avec acharnement de ce nouveau rasoir d'Occam ? Oui, si les notions des théories auxquelles nous réduisons toutes les autres sont véritablement diaphanes pour la raison, si les principes qui les spéci-

fient sont d'une certitude privilégiée, s'ils sont a priori. Nous ne pourrions pas dire, assurément, que les notions géométriques se réduisent à des assemblages de notions logiques, mais nous pouvons dire qu'elles trouvent en celles-ci leur interprétation fondamentale, la seule qui soit profondément rationnelle. C'est bien ainsi que l'entendent tous ceux qui ont entrepris de telles réductions. Henri Poincaré admet que le géomètre se sert de l'étendue comme il se sert de craie ou de papier, et que l'interprétation analytique donne l'essence de son étude. Arrivé là, il garde pour les nombres une théorie quasi-Kantienne du jugement a priori, et refuse de réduire les mathématiques à la logique : il rejette une intuition de l'étendue pure, mais il retient une intuition du nombre pur. Kronecker, plus exigeant, ne retient pour la connaissance pure que le nombre entier. « Les nombres entiers viennent de Dieu, le reste est l'œuvre des hommes. » M. Bertrand Russell, après avoir, il y a trente ans, cherché à définir l'élément pur, a priori, de la géométrie, y a renoncé. Il réduit le nombre même à la logique, mais il conserve pour celle-ci une sorte de connaissance mystique, d'intuition. Les principes de la logique lui semblent d'inspiration plus profonde et plus sûre que toute autre connaissance humaine. Nous tenterons de montrer tout à l'heure que ces principes n'ont pourtant aucune autorité, aucune excellence qui leur soit propre, et qu'ainsi la métaphysique de la réduction des théories aux plus abstraites d'entre elles n'a aucun fondement acceptable.

Quels sont donc les éléments qui doivent nous guider dans l'établissement d'une théorie déductive et de ses fondements?

Tout d'abord, ce sont des considérations tirées de l'application au sensible. La géométrie pure est faite en très grande part pour nous décrire l'expérience et nous la rendre intelligible; il est donc normal que les « unités » géométriques correspondent aux « unités » sensibles ou physiques accoutumées : points, droites. À cet égard, les schémas de correspondance indiqués par Nicod sont aussi logiques et cohérents qu'artificiels. Dans l'ordre purement logique, un point peut-être défini comme une classe de droites, mais dans l'ordre sensible, les droites sont formées de points et non inversement. Il n'en est pas des grandeurs géométriques comme de la notion d'entropie qui est réellement une abstraction, en ce sens qu'un physicien nominaliste soutiendra avec raison que les théorèmes sur l'entropie expriment la relation d'un phénomène réel avec un phénomène réversible idéal, limite de transformations réelles extrêmement lentes (nous laissons bien entendu de côté l'interprétation statistique). Or, il est raisonnable que l'ordre logique imite l'ordre sensible.

Ce sont ensuite des considérations tirées de l'esthétique interne des théories, et de leur développement naturel. De même que les démonstrations les plus brèves ne sont pas nécessairement les plus satisfaisantes et les plus suggestives, ainsi l'exposé le plus heureux des fondements d'une géométrie n'est pas nécessairement le plus réduit. Il est vrai qu'une profusion inutile d'entités, encombre, mais une profusion sage enrichit; et l'élégance, à côté du dépouillement, implique des qualités de symétrie, d'harmonie, d'équilibre, celles mêmes qui justifient en architectures jusqu'aux fausses fenêtres. De même que Leibniz jugeait arbitrairement de la perfection du monde avec son principe de moindre

dépense, ainsi les logiciens semblent parfois épris d'une esthétique harpagonnienne, qui nous surprend. Il convient au contraire, semble-t-il, que le mathématicien généralise le plus possible ses notions, et prépare l'affranchissement des théories capables de vivre d'une existence autonome. A cet égard, interpréter la théorie des fonctions d'une variable complexe par celle des fonctions d'une variable réelle évite, si l'on veut, l'introduction d'une entité nouvelle, mais ne sert pas les intérêts de la raison. D'autre part, l'ordre le plus parfait d'une théorie est celui qui favorise l'intelligence de son développement, qui nous la présente comme une chose vivante. Il ne faut séparer l'ordre d'exposition de l'ordre de création que si cela est nécessaire. En effet, nulle pensée ne se ferme sur elle-même, nulle théorie ne trouve en elle-même tout son sens; et l'ordre vrai d'un système d'entités est celui qui résume et qui suggère le plus d'interprétations possibles, c'est partiellement un ordre de finalité.

Restent les considérations proprement rationnelles; mais nous disons qu'il n'en existe pas, car il n'y a pas parmi les techniques du raisonnement, de domaine privilégié où la raison transcendante intervienne et justifie tel ou tel principe.

§ 13. — *Logique et a priori. Nécessité propre aux lois logiques.*

Nous voulons en effet revenir sur un point particulièrement important : parmi les théories déductives, y en a-t-il qui soient privilégiées en raison, dont les principes soient a priori? Nous nous proposons de montrer combien est radicale l'indétermination de ces théories en égard à la raison, et l'on devine que cette conclusion aura une grande importance touchant la structure de notre concept mathématique et physique de l'espace.

Ceux qui défendent l'existence de principes a priori en mathématiques ne leur attribuent parfois qu'une nécessité d'ordre un peu inférieur à celle des principes de la logique, mais jamais ils ne leur prêtent une nécessité plus sûre et plus profonde. D'autre part, beaucoup d'auteurs admettent que tous les principes proprement mathématiques peuvent être révoqués en doute, et qu'il n'y a pas de différence réelle entre postulats et axiomes. (L'expérience nous a montré d'ailleurs que des principes en apparence beaucoup plus évidents que le postulat d'Euclide pouvaient être niés. Il existe une géométrie non-archimédienne, et le champ des généralisations possibles est indéfini). Pourtant, les principes logiques semblent inchangeables, comme s'ils étaient le type même de la nécessité et de l'évidence rationnelles, en un mot de l'a priori. Que faut-il en penser ?

La notion d'a priori peut être étudiée de trois points de vue assez différents, qui correspondent aux rôles que peut jouer le discours. Tout jugement peut être considéré soit comme une expression faite de signes d'un type connu, assemblés en des formes familières, soit comme la traduction d'une pensée ou d'une expérience effectives, en général communicables et contrôlées par l'assentiment des autres hommes, soit enfin comme allusion à une pensée d'un ordre plus haut, douée d'une valeur

absolue. En d'autres termes, il a un sens purement logique (ses lois d'emploi formel), un sens empirique, et enfin, sous une forme plus ou moins pâle, il est l'indication au moins implicite d'un sens que nous appellerons dogmatique, et que nous nommerions volontiers théologique, indiquant par ce mot que toute conception de ce genre équivaut, à tort ou à raison, à celle d'une conscience objective et idéale. De même la notion de vérité a trois aspects : une vérité d'usage logique, une vérité d'interprétation empirique, une vérité de préfiguration ontologique. La seconde est la seule que les pragmatistes considèrent, sous ses mille formes. La dernière est la seule qui mérite le nom de vérité aux yeux d'un réaliste et plus généralement d'un dogmatique.

Il y a d'ailleurs deux sortes de principes logiques. Les uns sont normatifs, ils nous imposent des manières d'associer les symboles et les expressions, et ils peuvent toujours être posés par convention. Les autres expriment plutôt des prédictions et des espérances, et leur acceptation entraîne un risque logique, un acte de foi. Les premiers sont au fond des conventions de langage comme le principe de contradiction ou celui de syllogisme, les seconds anticipent sur le succès de la logique : de même que certains érigent en loi de l'esprit leur désir, leur volonté d'exprimer par des équations tous les phénomènes naturels, ainsi l'on peut affirmer la cohérence des principes du raisonnement et leur développement illimité, privé de toute contradiction. Que la logique soit intrinsèquement solide, qu'elle puisse exprimer les faits naturels, cela ne peut être prouvé, mais seulement admis.

Examinons les principes du premier genre.

Voici le principe d'identité : que signifie-t-il ? Algébriquement (1), simplement ceci : une expression garde la même valeur d'un bout à l'autre d'un raisonnement. Ne disons pas qu'elle représente la même chose, ce qui n'aurait de sens que par allusion à une certaine interprétation empirique. C'est une règle d'emploi des signes. Nous pouvons écrire à tout moment, et en tout passage, ce que nous avons écrit une fois, et en une circonstance particulière. En particulier, si une proposition est vraie une fois, elle le sera toujours ; entendez que si j'écris $x = V$, je l'écrirai chaque fois qu'il me plaira. Un tel principe ne peut se formuler symboliquement à proprement parler : car, si j'écris $a \equiv a$, d'une part, cela ne peut vouloir dire, suivant l'usage ordinaire du signe $\equiv$, a peut être substitué à lui-même, ce qui ne nous apprendrait rien. D'autre part, il faut déjà admettre le principe d'identité pour pouvoir écrire non pas une fois, mais chaque fois que nous en avons besoin, la formule en question $a \equiv a$.

Quel est maintenant le sens psychologique, empirique de cette expression ? (nous prenons ici empirique au sens large, en y comprenant l'accord des hommes sur une formule quelconque, quelle qu'en soit la raison). Ce peut être une règle d'emploi du langage : le même mot doit désigner la même chose pour chacun de nous (à travers le temps) et pour tous les hommes. Ce peut être l'affirmation qu'effectivement, il est possible de trouver un langage satisfaisant à ces conditions. Ce peut être l'affirmation qu'il est possible de spécifier d'une façon assez exacte les circonstances

(1) Au sens le plus général du terme.

d'un phénomène pour que le jugement correspondant soit admis en fait en tout temps et en tout lieu; en d'autres termes, de faire passer à l'intérieur du jugement toutes les restrictions qui pourraient en changer la valeur de vérité expérimentale.

Quant au sens ontologique, il faut entendre sans doute que si l'on admet l'existence de propositions absolument vraies, elles sont en dehors de l'espace et du temps et que l'univers du vrai et du faux est déterminé d'une manière parfaite et définitive.

Prenons maintenant le principe de non-contradiction. Algébriquement, c'est la règle d'emploi de la négation, ou, si l'on préfère, des signes V et Λ . Nous convenons de ne pas écrire à la fois $x = V$ et $x = \Lambda$. Si nous sommes amenés à l'écrire, par déduction, c'est que notre univers du discours est incohérent, c'est qu'il y a une contradiction dans les principes eux-mêmes.

Psychologiquement et physiquement, nous voulons dire que des expressions contradictoires ne peuvent être employées simultanément dans le discours, sous peine de ne pouvoir nous entendre avec nos semblables et avec nous-mêmes. Nous pouvons entendre également ceci : lorsque nous caractérisons deux apparences par des formules contradictoires, il ne peut exister de phénomène qui nous oblige à lui attribuer à la fois ces deux apparences. Il y a là d'ailleurs un élément qui dépend de notre décision, car nous pouvons après coup, de cette coexistence même, conclure que les apparences n'étaient pas réellement contradictoires.

Dogmatiquement enfin, que voulons-nous dire? Sans doute ceci : dans la mesure où nous imaginons un esprit souverainement instruit et intelligent, les propositions fausses ne peuvent être données en lui, il ne peut admettre des pensées contradictoires.

Nous pourrions appliquer une analyse du même genre à tous les principes qui figurent au début de l'algèbre de la logique et qui, sous une forme intuitive, sont les articulations mêmes de nos raisonnements. Formellement, ce sont des règles d'opérations symboliques. Matériellement, ils correspondent à des faits physiques ou psychologiques d'autant d'espèces qu'il y a d'interprétations possibles. Dogmatiquement, ils sont la transfiguration quasi-théologique des règles de la logique humaine, ils définissent un univers du discours idéal, auquel l'esprit se réfère naturellement, encore que dans chaque cas particulier il doive s'attacher à un univers plus proprement humain, à une définition plus précise et pragmatique de la vérité.

En quel sens pourrions-nous parler désormais d'a priori? Du point de vue strictement formel, les principes logiques sont de simples conventions, comme celles du jeu d'échecs. Il y a des conventions contradictoires, que nous excluons parce que l'expérience prouve que le « jeu » n'est plus déterminé. Il y en a de stériles ou de superflues. Mais la raison n'intervient pas ici. Tiendrons-nous compte de l'interprétation physique des formules logiques? Alors, les lois correspondantes sont des inductions, c'est-à-dire, non pas des vérités tirées de l'expériences par simple prolongement, mais des hypothèses allant au-devant des faits physiques, et des habitudes collectives de langage. Rien n'est moins évident souvent qu'un syllogisme abstrait, portant sur des variables indéterminées. Pour en apprécier la légitimité, nous l'appliquons à des exemples concrets où la conclusion n'est pas douteuse, parce que l'expérience la justifie ou la

réfute. Dans certains cas, les certitudes expérimentales peuvent être bien définies et péremptoires, mais ceci ne peut avoir lieu que dans des interprétations spéciales, par exemple dans le cas des cercles d'Euler. Parfois, la vérification expérimentale prend un aspect plus général, ainsi lorsque nous considérons l'interprétation propositionnelle, le principe du syllogisme devient presque évident, parce que, sous la formule « si a implique b et si b implique c , a implique c , » nous imaginons facilement l'application universelle à des cas réels. Je pose a , donc je pose b , donc je pose c . C'est une expérience mentale de cet ordre qui correspond au raisonnement par récurrence, et qui fait que, souvent, on considère ce principe comme démontrable.

Ainsi, toute nécessité logique portant sur les principes se réduit ou bien à une nécessité de convention, ou bien à une nécessité d'induction. Reste à savoir ce qui peut être a priori dans notre conception d'un univers du discours idéal et d'une vérité absolue. Mais c'est là une notion bien obscure. S'il s'agit d'une conscience fictive et surhumaine il est bien clair que nous nous contentons de transporter la nôtre; ici encore nous faisons Dieu et la vérité à notre image. Et si nous essayons de nous affranchir de cette pensée personnelle, alors où fixer une demeure à la vérité? Un monde mécanique existe, mais il n'est pas vrai. Et si nous prêtons une vérité objective aux lois, ce ne peut être que par allégorie, ou dans l'hypothèse d'un demiurge. Car si elles sont quelque chose, n'étant pas corporelles, elles doivent être en quelque manière mentales. Quelque procédé que nous mettions en œuvre pour donner corps à cette idée d'un univers de vérité absolu, il semble bien difficile de voir dans la loi de cet univers autre chose que la transposition de nos usages logiques, et le seul a priori consiste justement en cette nécessité où nous sommes de tout construire à notre image. Cette remarque qui n'exprime qu'un fait empirique, n'est pas moins vraie, semble-t-il, dans l'ordre de l'explication physique, où nous ne pouvons éviter de reconstruire la réalité élémentaire à l'image des faits sensibles.

§ 14. — *Cas particulier du tiers-exclu.*

L'exemple du principe du tiers exclu permet de comprendre mieux encore la nature des principes de la logique, et le rôle de l'idée de vérité. Est-il besoin d'ailleurs de rappeler la polémique récente et obscure qui s'est élevée touchant sa légitimité?

Suivant le langage courant, il signifie qu'une proposition donnée est nécessairement vraie ou fausse, ou encore que de deux contradictoires l'une au moins est vraie, l'autre fausse. C'est sous cette forme qu'on l'applique au mythe d'un univers absolu des vérités; mais pour qu'il corresponde à une pensée, par là même à une norme réelle, il faut savoir de quel genre de vérité il est question.

En un sens purement algorithmique, il équivaut au principe de simplification formelle: non (non- a) $\equiv$ a , et il permet les inférences immédiates ordinaires. Or, en ce sens, il n'a aucune nécessité, puisqu'il est indépendant des autres. Rien n'est plus simple que de construire un modèle de logique où il serait en défaut: il suffit de prendre les cercles

d'Euler, et de faire un sort séparé à leur circonférence : un point pourra n'être alors ni à l'intérieur, ni à l'extérieur d'un cercle donné. Rien n'empêche également de constituer une logique où, vrai signifiant certainement vrai, faux certainement faux, il y aurait entre le vrai et le faux tous les degrés du possible et du probable. Intrinsèquement, notre principe est une convention arbitraire.

Mais il semble extrinsèquement inévitable. Pourquoi? C'est que nous ne voyons pas en quel sens il pourrait être démenti. Nous référerons-nous à l'expérience sensible? Nous dirons alors que le sentiment d'un fait et le sentiment de l'absence de ce fait étant exactement définis dans l'ensemble de l'expérience, il peut se présenter des cas où nous n'éprouvons ni l'un ni l'autre. Mais cela est inacceptable : ces sentiments ne peuvent être définis d'une manière générale, il nous faut dans chaque ordre de phénomènes définir spécifiquement le sentiment qui se traduit par une affirmation de réalité et le sentiment contradictoire. Or, nous ne saurions imaginer un cas où il serait impossible de donner une définition telle que le principe du tiers exclu fût vérifié. D'une manière plus générale, il n'y a pas d'opération psychologique uniforme qui corresponde à la négation. En particulier, une expression de la forme non ($\text{non-}a$) n'a pas d'interprétation expérimentale qui puisse être directement construite à partir du sens concret de $\text{non-}a$: l'absence d'une absence de phénomènes est une formule qui ne correspond à un contenu objectif que si, par convention, nous l'identifions à celui de a . On ne voit donc pas comment l'expérience infirmerait le principe du tiers exclu, comment elle pourrait lui retirer son domaine d'application.

Mais ne pourrions-nous être amenés logiquement à douter de la valeur de ce principe? Ceci ne peut avoir qu'un seul sens : étant donné un système de notions et d'axiomes considéré comme cohérent, pouvons-nous y définir des objets tels qu'ils ne possèdent ni une propriété, ni la propriété contradictoire? ou, si l'on préfère, y définir des théorèmes dont nous sachions qu'ils sont faux et que les théorèmes contradictoires le sont aussi? Mais il se glisse ici toutes sortes d'ambiguïtés tenant à la définition même du vrai et du faux, et à celle de contradiction.

I. — Prenons tout d'abord le problème sous son premier aspect : deux propositions contradictoires peuvent-elles être fausses simultanément?

Le vrai sera-t-il le démontrable, le faux le non-vrai, c'est-à-dire l'indémontrable? Alors une proposition donnée est nécessairement vraie ou fausse, car non-indémontrable n'a qu'un sens possible : démontrable. Mais deux propositions contradictoires peuvent être à la fois indémonstrables. Non seulement il en est ainsi quand elles n'ont pas de sens défini, dans le système axiomatique donné, mais il y a une infinité de cas où deux propositions formellement contradictoires, ayant un sens défini dans un univers du discours donné, ne sont cependant vraies ni l'une ni l'autre. Prenons l'ensemble des notions et des axiomes de la géométrie plane ordinaire, à l'exception du postulat des parallèles; les affirmations : par un point donné il passe au moins une droite ne rencontrant pas une droite donnée ; — par un point il ne passe aucune droite de ce genre. Elles ont un sens défini, et sont expressément contradictoires. Pourtant elles ne sont démontrables, c'est-à-dire vraies, ni l'une ni l'autre par rapport à notre univers du discours. Et il en est de même de toutes les propositions logiquement indépendantes d'un système d'axiomes donné.

Le faux sera-t-il maintenant le réfutable? Supposons que deux propositions contradictoires puissent être toutes deux réfutées. Qu'en concluons-nous? Plusieurs hypothèses sont possibles qui sauveront toutes le principe du tiers exclu.

a) Le système primitif n'était compatible qu'en apparence.

b) L'objet défini sur lequel portent les propositions en jeu n'existe pas ou est indéterminé; la définition en est absurde ou illusoire.

c) L'objet existe, mais les propositions ainsi réfutées ne sont pas vraiment contradictoires : soit qu'elles n'aient aucun sens, lorsqu'on les applique à cet objet (on ne voit pas bien d'ailleurs comment on pourrait alors les réfuter), soit qu'elles ne soient que contraires : le problème se pose souvent quand il s'agit de définitions impropres, faisant intervenir une infinité d'opérations. Nous avons tendance à prolonger la contradiction de deux expressions lorsqu'elles s'appliquent à des objets ainsi définis, qui sont pourtant d'un type nouveau, et qui devraient être régulièrement définis par postulats (si nous procédions ainsi, d'ailleurs, nous verrions sur le champ la nécessité de vérifier la contradiction réelle). C'est ainsi qu'un nombre entier non nul est nécessairement pair ou impair, mais qu'un nombre irrationnel n'est ni l'un ni l'autre. Nous sommes subrepticement sortis de notre univers du discours.

Mais n'est-il pas possible de définir la contradictoire d'une proposition indépendamment de tout univers du discours particulier? Assurément. Il suffit de l'écrire non-*a*. Mais, dans ces conditions, nous n'avons affaire qu'à une expression foncièrement indéterminée, purement limitative, et sur laquelle nulle réfutation directe n'est possible : toute démonstration à son sujet porte en réalité sur *a*, par l'intermédiaire de conventions au nombre desquelles figure le principe du tiers exclu. Nous ne pouvons donc espérer prendre celui-ci en défaut.

Reste, il est vrai, la possibilité d'une réfutation indirecte, par l'absurdité des conséquences ; est-il impossible que, dans un système d'axiomes jugé évidemment cohérent, nous puissions démontrer qu'un objet défini constructivement ne possède ni une propriété ayant un sens défini pour lui, ni la propriété contradictoire? Nous ne pouvons affirmer a priori que cette hypothèse soit absurde, car nous pouvons prouver la compatibilité d'axiomes géométriques en en construisant un modèle algébrique; nous pouvons prouver celle des axiomes de l'algèbre par construction d'un modèle purement logique; mais celle des axiomes de la logique doit être postulée, elle implique un risque initial, ou, pour user du langage de Descartes, quelque confiance en la véracité divine.

II. — Considérons maintenant le problème sous son second aspect : un théorème ayant un sens défini peut-il n'être ni vrai ni faux? Si faux veut dire simplement non-vrai, non-faux ne peut signifier que vrai, et le principe du tiers exclu se réduit justement à cette définition de non-faux. Reste donc à chercher aux mots vrai et faux des sens plus directement positifs, applicables à une théorie hypothético-déductive. Or, il est très difficile de le faire, en attribuant à ces termes leurs propriétés et leur usage ordinaire. Si nous prenons vrai au sens de démontrable, faux au sens de réfutable, il y a des propositions bien définies et indéterminées; si vrai veut dire démontrable, faux indémontrable, deux propositions contradictoires peuvent être fausses; — si vrai veut dire non-réfutable,

faux réfutable, deux propositions contradictoires peuvent être vraies simultanément.

Que conclure de toutes ces observations ? c'est que vérité et fausseté sont en logique de pseudo-concepts, qui introduisent de pseudo-problèmes et mènent à des paradoxes quand on prétend leur appliquer les principes admis pour les notions physiques ou métaphysiques de même nom. Si nous voulons le faire légitimement, il nous faut avoir vérifié que les propositions auxquelles ils s'appliquent ont un sens, ce qui doit être entendu doublement : elles doivent avoir un contenu logique défini en fonction des notions primitives; elles doivent être susceptibles de démonstration ou de réfutation par rapport aux axiomes primitifs.

III. — Il demeure cependant un problème intéressant, qui peut être rattaché à celui du tiers exclu. Ce problème est d'ailleurs tout à fait indépendant du problème logique, du tiers exclu, lequel consiste à savoir s'il est légitime de poser la règle de simplification non $(non-a) \equiv a$, indépendamment de toute idée de vérité et dont nous avons essayé de montrer que nulle hypothèse ne pouvait en établir l'absurdité expérimentale ou logique, mais il résume le problème du réalisme mathématique tel qu'il subsiste dans une théorie phénoméniste comme celle que nous avons soutenue : ne peut-il y avoir une vérité qui dépasse l'idée d'une démonstration directe, de telle sorte qu'une proposition puisse être à la fois indémontrable et vraie ? Or, cette question se pose en deux circonstances. assez différentes.

Prenons les mots vrai et faux au sens de démontrable et de réfutable, et cherchons, en nous attachant à l'idée de réfutation par l'exemple, si le démontrable et l'irréfutable coïncident nécessairement. Considérons donc une proposition générale, bien définie dans un système axiomatique donné, susceptible, dans chaque cas particulier, d'être vérifiée ou infirmée directement : ce sera, par exemple, la propriété pour un nombre d'une certaine nature d'être premier. Nous pouvons en constater la vérité soit par une suite de vérifications particulières, soit par une démonstration générale. Mais est-il des cas où le second procédé soit définitivement impossible, le premier seul restant pour définir la vérité du théorème ? La question se pose en général pour le cas où la vérité n'est que présumée, le théorème s'étendant à une infinité inépuisable de cas. Nous opposons une certitude inductive de vérification indéfinie à une certitude également inductive concernant l'absence de démonstration. Et l'on peut être tenté de répondre que l'hypothèse est inacceptable, et que si la vérification est indéfinie, il doit y avoir une démonstration (1). Mais la chose devient plus obscure si l'on tient compte du cas où le théorème ne porte que sur un nombre fini de cas, et peut être prouvé rigoureusement par énumération. Faut-il croire que cette preuve, en quelque sorte accidentelle, se double nécessairement d'une preuve générale et comme essentielle ? Nous savons bien pourtant que si le nombre de cas était très petit, l'énumération pourrait fort bien être la seule méthode ; il vient toujours un moment où nous sommes obligés de dénombrer et de constater des résultats. Nous ne saurions exiger de méthode générale pour prouver qu'un théorème empirique comme celui de Fermat dont Leibniz vérifia l'inexactitude devait se vérifier jusqu'à un

(1) C'est-à-dire une démonstration générale ne mettant en jeu que les notions, et les axiomes qui permettent la vérification dans les cas particuliers.

certain nombre; de quel droit en exigeons-nous une alors même que la vérification doit réussir indéfiniment ?

Nous arrivons ainsi à un dédoublement de la notion de vérité, le vrai dépassant, peut-être, et le vérifiable et le démontrable ; par là nous sommes ramenés à un problème général auquel nous avons fait allusion : il peut y avoir diverses espèces de vérités suivant que les démonstrations virtuelles qui les définissent font appel à des notions adventices différentes. Voici un corps axiomatique; il permet de démontrer un certain nombre de propositions, il définit donc un ensemble de vérités. Elargissons ce corps, par adoption de notions et d'axiomes nouveaux. Nous pouvons cette fois démontrer d'autres propositions formées avec les éléments du corps ancien. Trois hypothèses se présentent alors.

Ou bien ces propositions ne sont pas démontrables, ne sont pas vraies relativement au corps ancien. C'est le cas normal : le postulat d'Euclide n'introduit aucune notion nouvelle, mais un élément de détermination supplémentaire applicable aux notions primitives. Mais il est des cas plus imprévus. On pourrait croire que la considération d'une dimension supplémentaire et des axiomes correspondants n'apporte aucun élément de démonstration vraiment nouveau pour la géométrie plane, et qu'ainsi tout théorème plan démontrable par appel à l'espace doit comporter une démonstration plane. Il n'en est rien, comme le prouve l'exemple du quadrilatère de Staudt; l'unité de la construction du quatrième harmonique est démontrée par construction spatiale, et indémontrable dans le plan.

Ou bien, ces propositions sont démontrables, vraies, relativement au corps ancien, dont le corps nouveau est une promotion, un prolongement solidaire : ainsi l'introduction du symbole i et de ses règles d'emploi étend aux nombres complexes le domaine des nombres réels. Or, tout raisonnement où interviennent ceux-là et menant à des propositions réelles peut être transcrit en un raisonnement où n'interviennent que ceux-ci, et nous savons le prouver d'une manière générale.

Ou bien enfin, l'équivalence des deux voies de démonstration est vraie en fait, ou présumée telle, mais elle n'est pas démontrée. Se peut-il qu'elle ne soit pas démontrable, c'est-à-dire qu'il n'y ait aucun procédé régulier pour transcrire les raisonnements faisant appel à des éléments nouveaux en raisonnements ne faisant appel qu'à des éléments anciens, alors que les conclusions générales ainsi obtenues se vérifient dans le corps primitif dans chaque cas particulier et doivent s'y vérifier indéfiniment ?

Ceci mène au problème suivant : y a-t-il des règles générales et directes pour reconnaître si l'élargissement d'un corps axiomatique constitue ou non une simple promotion du corps ancien, qui n'en modifie pas le domaine de vérité ? Ce problème équivaut au suivant : à quelles conditions peut-on établir un « modèle » des éléments nouveaux à l'intérieur du corps ancien ? et il prend un sens très curieux dans le cas des nombres transfinis; et c'est toute la question du réalisme. En effet, quand nous nous demandons si une espèce de nombres a une existence réelle, nous ne pouvons entendre que ceci : absolument parlant, l'axiomatique de ces nombres est-elle cohérente ? relativement à un corps de nombres plus restreint, toutes les démonstrations faites à l'aide de ces nombres donnent-elles des conclusions valables à l'intérieur du corps restreint ?

Nous n'insisterons pas sur ces problèmes ; nous voulions en effet simplement montrer comment dans une théorie purement « phénoméniste » des mathématiques se posaient les problèmes essentiels, et quel sens épistémologique il convenait d'attribuer à cette science qui passe depuis Platon pour être singulièrement intelligible et idéale. Avant d'aborder la définition de l'espace, nous ne ferons plus qu'une remarque : s'il ne peut y avoir d'a priori en logique, comment pourrait-il y en avoir en géométrie pure ? Celle-ci ne sera qu'un ensemble de signes, en eux-mêmes entièrement indéterminés. La géométrie n'est pas plus destinée à représenter la forme générale de l'extériorité physique que n'importe quel système d'objets, ou que rien du tout. Russell a d'ailleurs abandonné cette idée qui guidait son « Essai sur les fondements de la géométrie ». Maintenant, admettons que la géométrie doive représenter l'espace ; en quel sens la forme de cet espace peut-elle être connue a priori ? Si nous abandonnons l'idée kantienne suivant laquelle elle doit être connue dans son détail et sa structure euclidienne, il nous faut tout abandonner. En effet, pourquoi saurions-nous d'avance qu'il doit y avoir des corps, extérieurs les uns aux autres, et entre lesquels il existe une relation bien déterminée qui est la distance ? L'expérience seule nous donne le sens des mots « objet », « extériorité », « distance », et elle nous donne du même coup la structure détaillée, mais imprécise de notre espace physique.

CHAPITRE II

Espaces et Géométries

A) LES ESPACES ABSTRAITS:

§ 1. — *Divers types de géométries. La construction abstraite.*

Il est évident que la géométrie ne peut être la science de l'espace, au sens courant du mot, car les grandeurs sur lesquelles elle raisonne ne sont en aucune manière des spécifications d'un donné amorphe préexistant. Une telle conception se justifiait à la rigueur aussi longtemps que l'on considérait comme jouant un rôle dans la démonstration les figures intuitives, elle n'a plus aucun sens désormais, à moins que l'on ne regarde, comme Platon semble l'avoir fait dans une partie mal connue de sa philosophie, le nombre comme une spécification d'une réalité abstraite d'abord définie. Le plus idéaliste des mathématiciens accepterait malaisément le mythe de l'un et de la dyade, et de la génération des nombres. Aussi bien, l'espace ne joue-t-il aucun rôle effectif dans les démonstrations mathématiques. Il désigne simplement l'ensemble des objets étudiés par le géomètre.

Que signifient alors les épithètes que l'on associe fréquemment à ce nom? Elles ne spécifient pas l'idée d'une chose, ce sont des expressions intermédiaires, des abstractions qui désignent, en réalité, certains caractères des figures dites spatiales. L'espace n'est qu'une classe de données, et nous pouvons lui appliquer ce que dit N. R. Campbell des notions fondamentales de la physique : ce sont des abstractions que le langage nous incline à objectiver, parce qu'elles ont un nom, mais qui n'ont de sens que par les jugements où elles entrent. Ainsi le courant électrique n'est réel que dans l'expression « un courant passe », l'éther n'a de sens que dans la formule « une vibration de l'éther », si bien qu'en définitive, dans cette conception toute nominaliste, la science n'est qu'un langage capable de combiner, d'ordonner des jugements ayant une interprétation sensible.

La même chose pourrait être dite de l'idée même de « concept », qui n'a de sens que dans l'expression « penser par concepts », dans l'adverbe « conceptuellement ». Penser par concepts, c'est interpréter et raisonner par signes, mais il n'y a pas d'objet mental où l'image, le signe soient

combinés à leur compréhension et à leurs règles d'usage. De même, l'espace n'étant rien, ce qui en est dit est dit des éléments géométriques dont il est la classe. Mais il peut être qualifié de divers points de vue : il est fait allusion tantôt au traitement logique de ces éléments, et à leur nature, ainsi nous parlons d'espaces analytiques et d'espaces axiomatiques ou abstraits; — tantôt à leur interprétation extrinsèque; ainsi nous parlons d'espaces des points, des droites, des vecteurs, d'espaces des vitesses, d'espaces de configuration; — tantôt à l'ensemble des axiomes qui sont admis dans l'étude de la multiplicité; c'est ainsi que nous usons des termes : espace topologique, projectif, métrique, ou d'un autre point de vue, espace conforme, espace affine; — tantôt enfin à certaines propriétés, admises de préférence à d'autres, comme lorsque nous disons : l'espace est continu, euclidien, fermé, il a n dimensions.

En tout cas, le concept d'espace est ici uniforme : nous ne le traitons que comme une abstraction. Au contraire, nous verrons qu'en physique c'est un terme ambigu. D'une part, l'espace est considéré comme une chose, ayant des propriétés réelles, comme une substance. D'autre part, on lui attribue, par abstraction, des propriétés qui traduisent simplement des expériences sur le mouvement des corps réels, en particulier sur le mouvement par inertie.

On peut distinguer en gros deux types de géométries : les unes ont pour objet des nombres, les autres des termes abstraits. A vrai dire, ce dernier mot est mal choisi, car le nombre est également une notion abstraite, un concept. Parler de géométrie axiomatique n'est guère plus satisfaisant, car l'arithmétique et l'algèbre procèdent axiomatiquement. On oppose parfois géométrie synthétique à géométrie analytique. En fait, ce qui caractérise la géométrie abstraite, c'est qu'elle porte sur des mots; mais c'est là un accident de notation, qui disparaît dans le formulaire de Peano. Le plus simple serait peut-être d'opposer à la géométrie des nombres celle des figures, pourvu qu'il soit admis que la distinction n'a rien d'essentiel. Nombres et figures sont des signes abstraits, maniés suivant des lois formelles plus ou moins analogues. Il y a d'ailleurs diverses espèces de nombres, comme il y a diverses espèces de figures élémentaires. Ce ne sont que des ordres de la pensée mathématique, qui s'opposent, tout en s'enchaînant, comme font les ordres d'architecture, comme fait l'ordre logique à l'ordre proprement mathématique.

Nous ne dirons que quelques mots des géométries de figures. On peut les grouper en deux genres principaux. Tantôt nous prenons comme notions premières des grandeurs de différentes natures, comme les points, les droites, les plans, et les relations caractéristiques qui les déterminent. Nous avons alors affaire à la géométrie élémentaire, telle qu'elle nous vient d'Euclide. On sait quel a été, depuis un siècle l'effort pour en exposer rationnellement l'axiomatique, pour en généraliser et en varier les postulats, pour en préciser la signification philosophique. Géométries non-euclidienne, non-archimédienne, non-arguésienne sont, au moins en leurs principes, bien connues.

Tantôt, au contraire, nous partons d'éléments extrêmement simples, liés par des relations les plus pauvres possibles en propriétés. Telle est l'origine de la géométrie des espaces abstraits, qui est un aspect de la théorie des ensembles. Le problème essentiel est alors de définir constructivement les figures qui correspondent aux courbes, aux surfaces de

la géométrie classique, et leurs propriétés fondamentales ; à côté des solutions algébriques de la géométrie élémentaire, nous obtenons ainsi des solutions abstraites. Suivant les propriétés que nous attribuons aux éléments initiaux, nous introduisons tel ou tel type d'espace, et il peut être intéressant de voir comment une telle étude nous permet de reconstruire, par déterminations successives, les divers degrés de la géométrie et le concept accoutumé de l'espace. Indiquons, d'après un livre récent (1), comment celui-ci se spécifie progressivement.

§ 2. — Divers types d'espaces abstraits.

La propriété la plus élémentaire d'une multiplicité est d'avoir des dimensions déterminées. Mais si c'est là une donnée intuitive assez claire, si dans l'ordre algébrique elle s'exprime de la manière la plus simple, il en est tout autrement dans le cas des espaces abstraits : l'égalité et l'addition des dimensions ne se définissent pas d'emblée. Nous serions tentés de dire que deux multiplicités ont même type de dimensions quand elles peuvent être associées terme à terme, d'une manière biunivoque. Mais on sait depuis Cantor et Peano que l'on peut associer d'une manière biunivoque les points d'un segment à ceux d'une aire et même de tout le plan. Il faut donc imposer à la correspondance d'être bicontinue, qu'elle soit une homéomorphie, ce qui suppose admises les notions de voisinage et de limite, par là de point d'accumulation de l'ensemble, c'est-à-dire d'ensemble dérivé. Les propriétés d'ordre sont donc la base même des propriétés topologiques. Elles correspondent à une définition de la distance proprement topologique, très différente de la distance métrique, et qui prend une forme quantitative dès que nous introduisons des coordonnées : ce sera l'intervalle de deux points, par exemple la plus grande des différences de leurs coordonnées homologues, opposé à la distance euclidienne ou riemannienne. Mais, dans l'ordre abstrait, cette distance topologique est-elle même une notion complexe ; ses propriétés dépassent de beaucoup celles qui sont nécessaires pour que l'espace ait une structure topologique et des dimensions ; tout ce qui est requis en effet à cette fin, c'est la définition des points d'accumulation, c'est-à-dire d'un espace dérivé. Or, si l'existence de ces points suppose une certaine notion de la convergence, de l'acheminement vers ce point, il y a là beaucoup moins que dans l'idée d'intervalle numérique. Celui-ci, en effet, vérifie les axiomes suivant :

- 1° L'intervalle de deux points (A, B) est égal à l'intervalle (B, A) .
- 2° Si A et B sont confondus, cet intervalle est nul.
- 3° Si cet intervalle (A, A_p) tend vers 0 avec $\frac{1}{p}$, les points $A_1, \dots, A_p$ convergent vers A .
- 4° Si A, B, C sont trois points : $(A, C) \leq (A, B) + (B, C)$.

Or, il n'est pas nécessaire d'admettre simultanément les quatre postulats. Si nous les admettons, nous avons un espace distancié (D), dans la terminologie de MM. Fréchet et Bouligand. Mais il est possible de ne

(1) Fréchet. *Les espaces abstraits* (Gauthier-Villars, 1928).

spécifier que progressivement le concept d'espace en n'attribuant d'abord aux relations topologiques élémentaires que le minimum de propriétés. Nous aurons d'ailleurs des descriptions différentes suivant que nous nous attacherons à préciser axiomatiquement l'idée de distance ou celle de convergence, descriptions partiellement équivalentes, où les mêmes alternatives devront en fin de compte se retrouver. Ce sont des points de vue complémentaires sur la spécification du concept.

Les plus simples des espaces topologiques sont les espaces V , où à la notion d'ensemble fondamental est ajoutée simplement celle d'un ensemble dérivé.

On arrive à une notion à peine plus étroite en associant l'idée de convergence à celle de domaines voisins d'un point. Un ensemble E converge vers un point A , s'il a un point au moins dans tout voisinage de A , si étroit soit-il. Ce qui implique qu'un point-limite d'une partie d'un ensemble est point-limite de cet ensemble.

Nous pouvons spécifier les espaces (V) en précisant un peu les propriétés de la convergence.

Un espace (L) est un espace topologique où les postulats suivants sont vérifiés :

1° Si les termes d'une suite coïncident avec A à partir d'un certain rang, A est limite de la série.

2° Toute suite extraite d'une suite convergente converge vers la même limite.

3° A est point limite de E , si E contient une suite d'éléments distincts convergeant vers A .

Un espace (H) ou espace accessible vérifie les postulats :

1° L'ensemble des dérivés de E et de F est le dérivé de l'ensemble de E et de F .

2° Un ensemble fini n'a pas de points limites.

3° Tout ensemble dérivé est fermé (c'est-à-dire que son dérivé lui appartient).

Les espaces (H) et (L) ne sont pas équivalents. Mais si un espace est à la fois (H) et (L) , c'est-à-dire si un espace (L) n'admet que des ensembles dérivés fermés, nous avons affaire à un espace (S) .

Si, par ailleurs, nous négligeons le dernier des quatre postulats qui caractérisent les espaces (D) , nous aurons des espaces plus généraux que ceux-ci, moins généraux cependant que les espaces (L) : ce seront les espaces (E) .

Maintenant, parmi les espaces (H) nous pouvons distinguer ceux qui vérifient le postulat suivant : quels que soient a et b , il existe deux ensembles disjoints auxquels a et b sont respectivement intérieurs, ou, si l'on préfère, il y a un voisinage de a extérieur à b , et inversement. Ce seront les espaces (h) ou de Hausdorff, parmi lesquels nous pourrions distinguer des sous-espèces, caractérisées par les propriétés des ensembles disjoints contenus en eux; ce seront les espaces réguliers, normaux, complètement normaux.

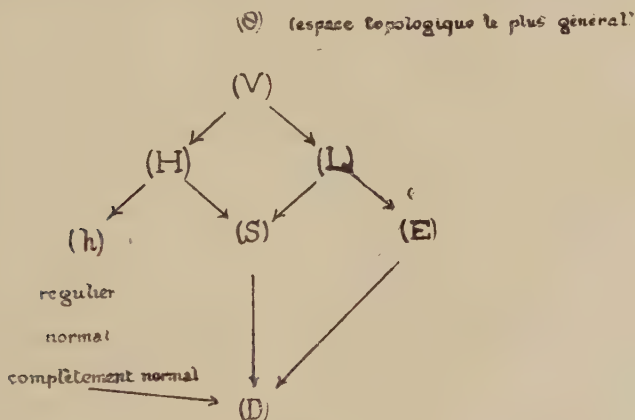
Un point de vue un peu différent dans la définition des espaces est celui de M. Wiener, qui a été amené par là à considérer des espaces

qu'il nomme (J) et (J₁) (1). Les notions mêmes de point d'accumulation et d'ensemble dérivé y sont définies à partir des transformations de l'ensemble fondamental en lui-même, les caractères et les noms de l'espace étant liés aux propriétés de ces transformations. Si celles-ci sont bicontinues, nous sommes en présence d'espaces (J), qui sont des espaces (V) particuliers.

On voit qu'à la diversité des points de vue correspond une diversité assez mal coordonnée des définitions de l'espace. Nous sommes évidemment très loin d'une hiérarchie absolue de concepts, établie suivant la loi traditionnelle : par le genre prochain et la différence spécifique. Aussi bien la théorie des espaces abstraits est-elle très loin de sa forme définitive.

Le premier souci du géomètre est évidemment de préciser dans quelle mesure les divers types d'espaces ainsi définis sont indépendants, quelles conséquences implique pour un ensemble le fait de posséder à la fois les propriétés caractéristiques de deux espaces élémentaires, et quelle différence spécifique nous permet de passer d'un type quelconque à un autre. Ainsi l'on montrera qu'un espace (H) devient un espace (D) s'il admet une suite monotone de couvertures, qu'un espace est (D) s'il est à la fois (E) et (H), qu'il est (S) s'il est à la fois (H) et (L).

Nous pouvons résumer quelques-unes des définitions précédentes dans le schéma suivant, où l'on voit comment les spécifications indépendantes de l'espace topologique se rassemblent dans le concept d'espace distancié.



Les espaces (D) eux-mêmes sont extrêmement généraux. S'ils trouvent une interprétation particulièrement simple dans l'exemple d'une multiplicité numérique à un nombre fini de coordonnées, on peut leur en faire correspondre une infinité. D'abord, l'espace à nombre entier de dimensions fini ou infini. Ensuite, la série des espaces fonctionnels, parmi lesquels on peut citer ceux qui suivent, et qui ont même type de dimensions (2) :

(1) Fréchet, p. 199.

(2) Fréchet, pp. 83-99.

L'espace E_0 , l'espace Ω de Hilbert, l'espace des séries absolument convergentes, l'espace des surfaces continues, l'espace des fonctions mesurables, l'espace des fonctions de carrés sommables, l'espace des fonctions continues, l'espace des fonctions entières complexes.

Nous avons des types de dimensions supérieurs, par exemple : l'espace (Φ_ω) , l'espace (F) .

La structure élémentaire de l'espace ainsi définie dans le cas général est extrêmement pauvre : elle correspond dans le cas normalement considéré à l'assertion; l'espace est une multiplicité ordonnée, dont les éléments sont localisés les uns par rapport aux autres; elle est repérée.

Pouvons-nous spécifier davantage? Le premier problème qui se pose alors est celui des dimensions. Cette seconde démarche dans la description du concept doit nous permettre de définir les divers types des figures de l'espace, considérées topologiquement, par exemple les volumes, les surfaces et les courbes, et être ainsi le point de départ de l'*analysis situs*, au sens courant. Ainsi Poincaré a proposé du nombre de dimensions une définition récurrente fondée sur la notion de frontières. Un point est frontière sur une courbe, une courbe sur une surface, une surface dans un volume. Nous leur attribuerons donc les dimensions 0, 1, 2, etc. Mais cette définition ne donne que des nombres entiers de dimensions.

Un autre procédé consiste à associer les multiplicités non par une simple correspondance biunivoque, mais par une homéomorphie, c'est-à-dire une correspondance bicontinue. Ljuroth a en effet montré que dans ces conditions les méthodes qui associent le plan et la droite, par exemple, ne s'appliquent plus. Si un ensemble peut être associé de la sorte à une partie d'un autre ensemble, il a un type de dimensions inférieur ou égal. La réciproque n'est d'ailleurs pas vraie, mais un théorème de M. Banach prouve que deux ensembles qui ont même type de dimensions peuvent être décomposés en deux ensembles disjoints respectivement homéomorphes. Nous pouvons alors définir une échelle croissante de types de dimensions, de même que Cantor a défini des ensembles transfinis de puissance croissante. Si la droite a comme type de dimension 1, celui des ensembles linéaires sera ≤ 1 . Ainsi l'on pourra former une suite d'ensembles linéaires dénombrables, et cette suite sera même non dénombrable. Parmi eux, l'ensemble des nombres rationnels aura le type de dimensions le plus grand possible, comme d'ailleurs parmi tous les ensembles dénombrables comprenant un ensemble dense en soi. Il sera de même possible de définir des types plus élevés, des types infinis, et parmi ceux-ci mêmes d'établir des degrés. Un espace où chaque point a un nombre de coordonnées variables avec lui-même peut-être considéré comme ayant une infinité de coordonnées qui sont nulles à partir d'un rang n , fonction du point. Nous poserons, par exemple, pour l'expression de la distance :

$$(XY) = \sum \frac{1}{n!} \frac{|x_n - y_n|}{1 + |x_n - y_n|}$$

Un tel espace a un nombre infini de dimensions. Une classe considérable d'entre eux est fournie par l'espace de Hilbert, où chaque point a une infinité dénombrable de coordonnées, et où la distance généralise l'ex-

pression ordinaire $(XY) = + \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2}$. Il faut alors que la

série sous radical soit convergente. Au type de dimension de l'espace de Hilbert se ramènent l'espace des séries convergentes, celui des fonctions entières, celui des fonctions continues, celui des fonctions mesurables, des courbes continues, des surfaces continues, etc. Il est même possible de définir des espaces, comme celui des fonctions arbitraires d'une variable, dont le type de dimensions est supérieur à celui-là.

Remarquons ici que la notion de types de dimensions est, à certains égards, plus compréhensive que l'intuition courante; précisément à cause de l'intervention de la continuité, elle comprend certains caractères que l'on rattache d'ordinaire à la forme des multiplicités. C'est dire que l'ordre des éléments nécessaires à la définition des dimensions dépasse quelque peu notre image courante. C'est ainsi qu'une courbe fermée n'a pas même type de dimension qu'un segment de droite. Il faudrait alors recourir à une définition locale, suivie d'une extension aux diverses parties de la multiplicité.

Nous pourrions ainsi définir dans un espace donné des ensembles qui correspondent aux figures de l'*analysis situs*. Cette reconstruction synthétique en met d'ailleurs en évidence la complexité, et permet de les généraliser. C'est ainsi qu'un arc simple de Jordan est un continu borné à une dimension, tandis qu'une courbe cantorienne est simplement un continu à moins de deux dimensions.

Sur ces données nous pouvons aussi introduire d'autres spécifications du concept d'espace. Nous considérerons, par exemple, des vecteurs liés aux différents couples de points. Il n'est pas nécessaire, pour que cette adjonction soit possible, de supposer que les espaces qui serviront de champ à ces vecteurs sont des espaces (D). M. Fréchet montre comment peuvent être introduits des espaces topologiquement affines très généraux. Mais il est plus simple de se placer dans le cas déjà si général des espaces (D). Il faut alors définir tout d'abord des lois propres aux vecteurs, ensuite des conditions qui permettent de les associer aux couples de points de la multiplicité. Deux notions se rattachent à celle de vecteur, l'une est celle de direction, l'autre celle de longueur. Il est possible de définir l'une par l'autre, mais la définition directe de celle-ci en sera plus compliquée. Nous pourrions, au contraire, prendre pour accordée la notion de vecteurs en prolongement, c'est-à-dire celle de droite abstraite, puis définir le lien de la longueur et de la distance topologique; ce lien peut être plus ou moins étroit : si nous supposons que deux couples de points colinéaires à égale distance topologique déterminent deux vecteurs congruents, nous aurons un espace affine; admettons-le, alors même que les couples ne sont pas colinéaires; notre espace devient vectoriel. Il est en outre complet, si la longueur d'un vecteur tend vers zéro en même temps que la distance des points correspondants, c'est-à-dire en même temps que ces points convergent l'un vers l'autre. Il sera tendu si, sur une droite, A, B, C, étant trois points, $\|A B\|$ désignant la longueur du vecteur déterminé par A et B, on a $\|A B\| = \pm \|A C\| \pm \|B C\|$.

On voit ainsi combien les définitions élémentaires accoutumées sont déjà riches de conséquences, et combien il est possible de distinguer

de types d'espace en séparant les propriétés abstraites ordinairement confondues.

§ 3. — *Valeur épistémologique de la géométrie abstraite.*

Quelle est, maintenant, la valeur philosophique de la géométrie abstraite? En quel sens nous permet-elle de déterminer rationnellement le concept d'espace?

Le prestige de rationalité qui s'attache à elle tient, semble-t-il, à diverses raisons. Tout d'abord, si l'algèbre numérique nous donne bien le sentiment de n'être à l'ordinaire qu'une combinatoire de signes, la géométrie élémentaire et plus encore peut-être la théorie des ensembles nous paraissent porter sur des idées, la première parce que le sens logique et le sens intuitif des termes en jeu sont naturellement entrelacés, la seconde parce que les notions d'élément et d'ensemble nous semblent les catégories les plus simples, les plus fondamentales de notre connaissance de la nature; la distinction de l'un et du multiple n'en est-elle pas le principe essentiel? Ne touchons-nous point par là le fondement rationnel et à priori de la mathématique, par lequel elle se rattache à la logique, acquérant une nécessité du même ordre que la logique des classes et des propositions? On comprend alors que les logisticiens aient vu dans la réduction à la théorie des ensembles la rationalisation définitive des mathématiques.

D'autre part, la géométrie abstraite semblerait s'organiser synthétiquement, allant du simple au complexe, par genres et par espèces. Les théorèmes s'y ordonneraient en séries causales et comme généalogiques, suivant une sorte de classification naturelle. Dans cette spécification progressive nous irions à la fois du rationnellement nécessaire au contingent, de ce qui est certain physiquement à ce qui est douteux et approximatif. Dans les degrés successifs de la géométrie se refléteraient les assises successives de l'expérience spatiale.

C'est là une donnée assez difficile à préciser, et pourtant réelle. Nous avons le sentiment qu'il y a dans notre connaissance empirique de l'espace divers plans de certitude : il y a des faits qui ne sont connus qu'indirectement et approximativement, des propriétés qui nous décrivent moins l'espace lui-même que les lois des mouvements des corps solides, lesquelles ne sont jamais exactement déterminées. Au contraire, il y a des propriétés qui semblent immédiates et sûres : ainsi les propriétés topologiques. Sans doute, il est possible de les isoler, même dans le cas d'un espace algébrique, mais il faut procéder alors d'une manière indirecte : il nous faut encore passer par l'intermédiaire d'un système de coordonnées, et considérer les propriétés invariantes dans une déformation continue, ou, si l'on préfère, dans un changement de coordonnées continu. Il semble donc beaucoup plus conforme à la raison d'essayer de construire progressivement le concept d'espace, en démêlant dans l'expérience les éléments superposés de sa structure géométrique.

Si précieuses que soient ces pensées, il est pourtant bien difficile de leur attribuer une valeur objective. Il est vrai que nous sommes parfois surpris, déconcertés, inquiets presque de voir combien un petit nombre de conventions inoffensives entraîne de conséquences singulières et

importantes; la chose est surtout sensible quand les résultats sont rassemblés indépendamment de leurs démonstrations; dans leur brève confrontation, il nous semble entrevoir une nécessité idéale, absolue, nous dépassant. Mais, outre que ces sentiments sont évoqués aussi bien en nous par les propriétés les plus élémentaires des nombres, ils s'atténuent dès que nous prenons un contact plus étroit avec les faits, dès que nous les replaçons dans leur atmosphère déductive. Nous prenons conscience de leur caractère relatif, de leur origine conventionnelle; ce qui nous reste alors, c'est un sentiment de familiarité, de camaraderie, semblable à celle qui existe entre l'artisan et ses outils, et qui nous fait traiter les objets mathématiques en créatures vivantes; mais ce sont là des manières de parler, impressions subjectives plutôt que faits objectifs et révélateurs.

N'exagérons point, par ailleurs, l'ordre qui se révèle dans la construction synthétique. Souvent, au contraire, nous sommes frappés par le sentiment de l'artifice, de l'arbitraire même, du caractère purement logique qui préside aux choix des axiomes. La chose est manifeste chez Pasch ou même chez Peano. Aussi bien la même géométrie peut-elle être exposée à partir de systèmes de concepts équivalents, mais dissemblables : que l'on compare les exposés des deux auteurs précédents à celui de Schilling ou même à celui de Hilbert. Celui-ci même, si remarquable et si communément adopté qu'il soit, n'a pas de valeur absolue. Il n'y a pas de classification naturelle des concepts géométriques. Des remarques analogues vaudraient pour le développement déductif proprement dit. Il est vrai que certains jugeront précisément plus révélateur le caractère souvent irrégulier, dissymétrique, imprévisible, de ce développement.

Maintenant, les lois et les objets initiaux de la géométrie abstraite ont-ils une valeur proprement rationnelle? Les réquisits inévitables de toute expérience sont-ils mis par là en évidence? Telle était, semble-t-il, l'idée de Russell dans son « Essai sur les fondements de la géométrie », où il cherchait à discerner les lois à priori de toute forme d'extériorité, c'est-à-dire l'élément à priori de la structure spatiale. Nous ne discuterons pas ici les conclusions d'un ouvrage que l'auteur lui-même ne défendrait sans doute plus. Toutes les tentatives pour isoler l'a priori à la faveur d'une expression particulière de la géométrie sont vouées, croyons-nous, au même échec que la déduction des principes de la physique dans les « Principes métaphysiques de la science de la nature ». Russell arrivait seulement à des thèses paradoxales sur le lien du principe de dualité et de la relativité de l'espace, ou à des antinomies fictives comme celle-ci : puisque tous les points sont identiques, comment peut-il y avoir des points différents?

Or, cette conclusion vaut aussi bien pour les notions fondamentales de la théorie des ensembles. C'est se moquer que de vouloir tirer de la simple assertion « l'expérience se divise en objets séparés les uns des autres », le moindre enseignement touchant ce mode de séparation qu'est la distance spatiale, et ses propriétés même purement topologiques. Certes, il existe un esprit capable d'organiser les données de l'expérience sensible, mais nous ne saurions le concevoir comme un ensemble d'assertions précises, si réduit qu'en soit le domaine, et travestir en à priori métaphysique les données les plus rudimentaires de la perception. La

théorie des ensembles n'a pas plus de privilège par rapport à celle des nombres algébriques que le jeu de dames n'en a par rapport au jeu d'échecs. L'existence des solutions abstraites de la géométrie peut prouver la cohérence logique de celle-ci, non la rationaliser.

Considérons, enfin, la géométrie comme instrument d'analyse des propriétés empiriques de l'espace. Laissons la correspondance curieuse, mais bien aléatoire, que M. Enriquez établit entre géométrie projective et espace tactile, géométrie métrique et espace visuel. Cherchons simplement si les types de géométrie abstraite correspondent aux plans de clivage des certitudes expérimentales.

Assurément, l'espace peut être considéré comme un ensemble de points. Mais dès qu'il s'agit d'en préciser le moindre caractère, nous sommes arrêtés. Nous ignorons même si un segment peut être indéfiniment divisé : ce n'est là ni un fait d'expérience, ni une exigence objective de la raison. Comment ériger en loi de la réalité notre tendance à agrandir les étendues insécables, ce qui les rend de nouveau divisibles, et affirmer l'homogénéité indéfinie de l'infiniment petit et du fini intuitif? Admettons-le pourtant : nous n'aurons affaire qu'à un infini dénombrable, et non pas continu. C'est l'application des théorèmes de la géométrie élémentaire qui oblige à admettre à la fois l'existence de nombres irrationnels et celle de grandeurs incommensurables. Si maintenant nous arrivons aux dimensions de l'espace, il est évidemment impossible d'en confronter la définition abstraite et constructive avec l'expérience.

Maintenant, attachons-nous à la géométrie élémentaire courante. Les axiomes n'en ont assurément aucune certitude empirique particulière. La chose est évidente du postulat d'Euclide, elle ne l'est pas moins des axiomes de la congruence, ou de tous les autres. Comment savons-nous que deux droites n'enferment pas d'espace, que deux points ne déterminent qu'une droite? Qui prétendra que les propriétés projectives des figures soient plus assurées que leurs propriétés métriques? En fait, il y a dans toute expérience une double indétermination, l'une en profondeur, l'autre en étendue, car toute expérience est approximative et locale. La géométrie synthétique facilite, il est vrai, le passage à la limite, elle favorise le concours de faits expérimentaux imparfaits et de conditions rationnelles aléatoires. C'est ainsi que l'emploi des nombres où les décimales indéfinies sont virtuellement indiquées nous signale notre impuissance à les écrire à partir d'un certain rang, tandis que, parlant de la congruence de deux grandeurs, nous avons tendance à la croire aussi bien définie que l'égalité de deux nombres entiers. De même, la géométrie élémentaire associe les propriétés locales et les propriétés d'ensemble de l'espace, elle nous fait donc étendre spontanément les premières aux secondes. Nous savons bien, cependant, que s'il est naturel d'admettre que l'espace a en tout point la même structure locale, nous ne pouvons affirmer à l'avance qu'il est, comme les régions de notre expérience, ouvert et simplement connexe. Si l'exposé synthétique du concept d'espace facilite ces extrapolations, il ne les justifie pas, et ce nous est plutôt une raison de le juger philosophiquement imparfait.

B) LES ESPACES ALGÈBRIQUES.

Les éléments de tels espaces sont des nombres et des ensembles de

nombres. La géométrie est alors un chapitre de l'analyse, celui qui étudie les propriétés de certaines expressions et de certaines figures. Si nous employons les mots de points, de droites, c'est d'abord qu'il y a là une manière abrégée de nous rappeler que nous devons considérer plusieurs nombres à la fois, autant que l'espace et la géométrie ont de dimensions; — c'est ensuite que certaines images intuitives auxquelles ces nombres peuvent être appliqués peuvent nous éclairer et nous guider dans la connaissance de leurs propriétés analytiques. Ainsi, nous décorons de noms géométriques certaines expressions dont les propriétés ressemblent aux propriétés d'objets physiques, et nous étendons cet usage à des expressions du même type qui ne conviennent à aucune expérience réelle.

§ 1. — *Diverses espèces de nombres.*

Si un espace n'est qu'une multiplicité, objet d'une géométrie, un premier caractère en sera tiré, semble-t-il, des nombres dont il est formé. Ce peuvent être des nombres ordinaires : un point d'un espace à n dimensions sera simplement un ensemble de n coordonnées, prises dans un certain ordre, et représentées par des lettres différentes, par exemple, x, y, z . Ce peuvent être des nombres complexes, et l'on chercherait volontiers à associer à chaque coordonnée un opérateur caractéristique; sans doute, les types de nombres complexes ne peuvent être multipliés indéfiniment, ni appliqués à toute multiplicité : ceux du type courant, où $i^2 = -1$, ne s'adaptent pas à l'espace tridimensionnel. Mais nous n'avons qu'à prendre dans celui-ci des coordonnées homogènes, auxquelles nous pouvons appliquer les quaternions. Si nous cherchons, suivant le procédé de Helmholtz et de Lie, à définir la géométrie par certains groupes de transformations, comme celui des déplacements, les propriétés des transformations complexes pourront nous permettre de classer les géométries possibles, et d'attribuer un privilège à certaines d'entre elles. Ainsi, dans l'espace elliptique correspondant à une quadrique $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 0$, les déplacements peuvent être exprimés par la transformation générale $x = ax'b$, x, x', a, b , étant des quaternions, et les déplacements de première et de seconde espèce étant donnés respectivement par des équations $x = ax', x = x'b$ (la multiplication n'étant pas commutative). Dans le plan, les nombres complexes traduisent plus aisément encore les propriétés des géométries non-euclidiennes : ainsi Poincaré considère comme déplacements les substitutions linéaires d'un point $(x + iy)$ qui transforment en lui-même un cercle unité; les droites sont alors des cercles orthogonaux au précédent. Ce qui est important, c'est que les points soient définis directement par des nombres de ce genre. En effet, il est rare que l'on ne puisse, dans une théorie quelconque, introduire ceux-ci à titre subsidiaire de manière à illustrer ou à rendre plus élégant l'exposé géométrique. C'est ainsi que, dans l'espace hyperbolique, nous pouvons encore associer les déplacements aux substitutions linéaires d'une variable complexe définie à partir des coordonnées cartésiennes d'un point courant, en posant

$$\lambda = a + bi = \left(\frac{x}{1-z} \right) + i \left(\frac{y}{1-z} \right)$$

Les déplacements sont donnés par des substitutions de la forme $\lambda' = \frac{a\lambda + b}{c\lambda + d}$ et les retournements par des substitutions $\lambda' = \frac{a\bar{\lambda} + b}{c\bar{\lambda} + d}$, $\bar{\lambda}$ étant le conjugué de λ .

Ce point de vue peut être généralisé; soit que l'on fasse correspondre à chaque coordonnée d'un point un nombre complexe, ce qui mène à la définition des figures hyperalgébriques, soit que l'on introduise des nombres complexes de type supérieur, comme les nombres bi-complexes, ou encore comme les nombres de la forme $a + b\varepsilon$, où $\varepsilon^2 = 0$, que Study a utilisés comme coordonnées homogènes des droites de l'espace, sous le nom de « grandeurs duelles ». L'emploi des nombres complexes n'est d'ailleurs qu'un moyen d'expression qui ne crée pas de géométrie proprement irréductible, il équivaut à un simple changement de coordonnées.

§ 2. — Les espaces réels. Leur spécification.

Considérons donc maintenant les espaces algébriques au sens ordinaire. Il faut, pour les spécifier, leur attribuer des propriétés. Celles-ci peuvent être de deux ordres : les unes se rapportent à la distribution même des nombres qui les constituent, et sont proprement topologiques; ce seront, par exemple, le nombre de dimensions de l'espace, représenté par celui des coordonnées; la nature des valeurs que peuvent prendre ces coordonnées (entières, fractionnaires, irrationnelles, etc.); le domaine où elles sont définies; le fait que nous considérons deux points de coordonnées différentes comme coïncidant. Les autres propriétés sont celles des figures formées par les éléments de l'espace. Mais elles sont en nombre infini; il faut donc les spécifier et les classer. Deux attitudes sont possibles, qui sont foncièrement équivalentes : ou bien nous ne considérerons que des figures et des propriétés définissables à l'aide d'un certain nombre d'expressions élémentaires, ou bien nous ne considérerons que celles qui sont communes à des figures équivalentes d'un certain point de vue. Mais cette dernière définition ne prend un intérêt véritable que s'il est possible par ailleurs de définir directement l'équivalence. C'est ce qui a lieu lorsqu'on adopte la manière de voir exposée par F. Klein dans son célèbre « Programme d'Erlangen ». Les figures équivalentes peuvent être engendrées les unes à partir des autres au moyen de certaines transformations, données sous forme finie, et qui forment un groupe; leurs propriétés géométriques seront alors construites uniquement à l'aide des invariants du groupe. Ainsi l'*analysis situs* étudie les propriétés invariantes dans une transformation bicontinue; la géométrie projective celles qui se conservent dans une transformation

homographie du type $x'_i = \frac{a_1x_1 + b_1x_2 + c_1x_3 + d_1}{a_4x_1 + b_4x_2 + c_4x_3 + d_4}$; la géométrie affine (1)

celles qui se conservent dans une collinéation du type : $x'_i = a_ix_1 + b_ix_2 + c_ix_3 + d_i$; enfin la géométrie métrique considère des transformations

(1) Les transformations projectives sont donc les collinéations qui peuvent envoyer à l'infini un point fini, les transformations affines celles qui ne peuvent le faire.

plus particulières : les retournements, les déplacements et leurs espèces, translations et rotations. Il revient évidemment au même en ce cas de définir une géométrie par les invariants qu'elle admet comme relations fondamentales ou par le groupe correspondant (1). Mais il convient d'observer que c'est là un point de vue assez étroit ; les espaces riemanniens sont le type des espaces sans groupe fondamental, et l'on ne doit pas interpréter d'une manière trop étroite et trop dogmatique ces grands raccourcis de pensée en lesquels Poincaré laisse parfois entendre que nous atteignons ainsi l'essence même de la géométrie.

Quel intérêt avons-nous à spécifier de la sorte espaces et géométries ? D'une double espèce, à ce qu'il semble.

Tout d'abord, il convient d'isoler celles des relations et des transformations qui trouvent dans la nature une interprétation plus ou moins immédiate, de séparer l'ensemble des figures algébriques susceptibles d'être appliquées à l'espace physique et au mouvement des solides.

Mais il existe, à ce faire, un intérêt proprement épistémologique, et nous rejoignons ici un souci très général. Parmi les propriétés d'un ensemble d'objets mathématiques, il en est de corrélatives, de subordonnées les unes aux autres, il en est qui leur sont communes avec d'autres objets ; il existe à l'intérieur d'une théorie des familles d'énoncés solidaires, qu'il est naturel d'isoler, afin de mettre en évidence ce que M. Bouligand a nommé les « domaines de causalité » (2). Ceci répond à deux desseins. L'un est esthétique et philosophique : tirer de l'enchevêtrement des théorèmes et des démonstrations les éléments d'une classification naturelle. L'autre est d'économie de la pensée : nous guider dans la recherche des propriétés et des vérités intermédiaires, nous permettre de discerner les géométries isomorphes et de transférer de l'une à l'autre l'ensemble des procédés de démonstration et des résultats déjà acquis.

Si nous nous en tenons au premier, il nous suffit de spécifier et de classer les objets géométriques proprement dits. A cet égard, nous réunirons tout naturellement les énoncés qui sont invariants dans une transformation donnée de leurs objets ; nous revenons ainsi à la définition kleinéenne des géométries, ce qui revient à isoler les objets dont la définition ne fait appel qu'à des données communes.

Mais ce n'est là qu'un premier degré de l'abstraction. Nous sommes amenés, dans une seconde démarche, à séparer les énoncés dont la démonstration ne fait appel qu'à certaines propriétés des nombres et des opérations algébriques. Il est naturel de chercher à les démontrer séparément, et d'une manière en quelque sorte intrinsèque. C'est pourquoi les mathématiciens ont tendance à isoler axiomatiquement des corps de propriétés, et à en faire l'objet de théories abstraites générales. C'est ainsi qu'ils traitent la théorie des vecteurs indépendamment de tout système de référence, qu'ils définissent analytiquement les quadriques, afin d'en justifier les propriétés élémentaires, et de pouvoir désormais

(1) Naturellement, nous pouvons multiplier les géométries ainsi définies. Parmi les transformations bicontinues, nous pouvons séparer celles qui admettent des dérivées continues jusqu'à un certain ordre. Nous pouvons adjoindre les inversions aux déplacements et aux symétries, et obtenir ainsi la géométrie conforme. Voir sur cette conception les ouvrages de F. Klein : *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus* (en particulier t. II), *Nicht-euklidische Geometrie, Höhere Geometrie*.

(2) Cf. *Revue générale des Sciences*, 31 janvier 1930.

raisonner indépendamment des nombres et des équations; qu'ils essaient en un mot d'instituer, chaque fois que la chose est possible, des définitions absolues et des théories générales.

Donnons de ces deux modes d'abstraction un exemple très simple. Si nous isolons, parmi les relations algébriques, celles qui sont invariantes dans un déplacement, nous obtenons la géométrie métrique. Mais dans celle-ci, nous pouvons isoler les théorèmes qui ne font appel qu'à une axiomatique moins riche, par exemple ceux qui correspondent à la géométrie élémentaire courante, aux problèmes de second degré, aux constructions par la règle et le compas. A l'intérieur de cette géométrie même, nous pourrions distinguer, comme on sait, une série de sous-géométries obtenues par abandon de divers axiomes. Bien entendu, il y a une suite de géométries abstraites qui s'échelonnent, par multiplication de définitions et de postulats, de la géométrie courante à la géométrie analytique : ainsi, nous pouvons compliquer la théorie des vecteurs abstraits jusqu'à la faire coïncider avec celle des vecteurs analytiques.

Nous voyons ainsi le double mouvement de pensée propre aux mathématiques. Tantôt nous élargissons le corps des principes afin de nous donner de nouveaux objets et de nouveaux instruments de démonstration, tantôt, au contraire, dans un corps trop riche, nous tâchons de discerner des séries abstraites et des unités plus particulières, nous revenons insensiblement à la géométrie synthétique.

Nous voyons aussi la relation qui existe entre les espaces algébriques, et les espaces abstraits. Les premiers constituent des « solutions » des seconds, et en prouvent la cohérence logique; mais ceux-ci sont en quelque sorte les types dégénérés et privilégiés à la fois en lesquels ceux-là tendent à cristalliser intellectuellement (1).

§ 3. — *Divers noms donnés à l'espace. Espaces qui se réduisent les uns aux autres.*

En quel sens existe-t-il des espaces différents, et que signifient les noms qui leur sont attribués ? Ceux-ci peuvent désigner des partis-pris d'interprétation extrinsèque : nous parlerons ainsi d'espaces des points, des droites, des vitesses, d'espaces de configuration; ils peuvent caractériser le niveau de la géométrie que nous avons définie sur la multiplicité en jeu : un espace est topologique quand nous n'avons défini que les relations élémentaires de l'analysis situs, métrique quand nous avons défini les longueurs, conforme quand nous avons défini les angles (ou, ce qui revient au même, les transformations qui les conservent); ils peuvent être liés à la nature propre de ces définitions, ainsi un espace sera elliptique ou euclidien, suivant que nous aurons choisi telle ou telle expression de la distance de deux points; ils pourront être alors ou tout à fait conventionnels, ou bien tirés d'analogies extérieures, et de leur interprétation physique la plus naturelle (ainsi nous appellerons volontiers réglé un espace dont l'axiomatique imite celle des droites physiques). Enfin, et en un sens en quelque sorte provisoire, nous pou-

(1) Naturellement, d'un point de vue pratique, nous avons toujours avantage à nous donner les éléments de démonstration les plus nombreux possibles, et, en ce sens, la géométrie abstraite est un jeu d'esprit sans intérêt.

vons dire qu'un espace est tangentiel, linéaire, etc., lorsque nous serons décidés à interpréter les éléments dont il est formé comme les coordonnées de certaines figures d'un espace d'une autre sorte, par exemple ponctuel. Tous ces noms ont donc, en définitive, une valeur strictement relative.

En quel sens tous ces types d'espace sont-ils solidaires, en quel sens sont-ils distincts ? Tout d'abord, rien ne nous empêche d'étudier une multiplicité à la fois du point de vue projectif et du point de vue métrique; il n'y a là contradiction que dans la mesure où nous choisissons des types de coordonnées spécialement adaptés à l'un ou l'autre point de vue, et où nous attribuons à l'espace certains caractères en accord avec eux. Localement, le même espace peut être métrique et projectif. Ces deux types d'espaces sont compatibles et associables.

En second lieu, il peut arriver que deux espaces en apparence différents se confondent en réalité ou se ramènent l'un à l'autre. Il est bien clair que deux multiplicités ne différant que par la manière d'écrire les variables, l'une les notant x, y, z , l'autre α, β, γ , ne sont pas spécifiquement distinctes. Pourquoi ? parce qu'il suffit par exemple de poser $x \equiv \alpha$, $y \equiv \beta$, $z \equiv \gamma$, pour qu'elles soient indiscernables. Or, qu'est cela, sinon le plus simple des changements de variables ? Par là, nous sommes amenés à dire : deux géométries, ou si l'on préfère, deux espaces ne sont pas distincts quand ils se réduisent l'un à l'autre par simple changement de variables. L'interprétation physique de cette assertion est simple : les points matériels peuvent être caractérisés au moyen de divers types de coordonnées, mais les propriétés géométriques des figures qu'ils constituent subsistent en dehors de tout système particulier de coordonnées. Il est naturel de transférer cette conclusion au cas où la notion de point n'est rien en dehors des coordonnées qui le définissent. La chose est d'autant plus normale que nous changeons souvent de coordonnées à l'intérieur même d'un espace donné, c'est-à-dire que nous considérons des nombres nous permettant de revenir, par une méthode régulière, aux nombres fondamentaux. Ces changements de variables nous permettent souvent de simplifier les démonstrations, de les abrégier, de nous éclairer par des analogies intuitives ou algébriques. Ils nous permettent aussi, dans une certaine mesure, de classer les propriétés des figures d'après la nature des coordonnées qui en simplifient l'énoncé, et l'on peut essayer d'associer aux divers types de géométries des types privilégiés de coordonnées; c'est ainsi que nous pouvons chercher à définir des coordonnées invariantes dans le groupe de transformation correspondant. Prenons par exemple des coordonnées tétraédriques, et considérons comme d'un seul bloc l'ensemble du tétraèdre fondamental et des figures définies par de telles coordonnées; dans une transformation projective, celles-ci sont conservées. Les propriétés qu'elles traduisent, et qui lient les figures en jeu au tétraèdre fondamental sont donc projectives (on montre aisément, d'ailleurs, qu'elles se réduisent à des rapports anharmoniques). De même, les coordonnées pentasphériques sont invariantes dans une inversion quelconque. L'emploi de certaines coordonnées nous conduit d'ailleurs souvent à préciser la géométrie d'une manière en quelque sorte synthétique, par exemple à introduire des points considérés a priori comme impropres, et à fixer leur disposition : si nous considérons le plan projectif comme l'ensemble des rapports

$x_1 : x_2 : x_3$, il est naturel d'admettre la valeur 0 pour les trois coordonnées, et nous sommes amenés *ipso facto* à définir les points à l'infini et la connexion unilatère du plan. Si nous prenons des coordonnées barycentriques, la convention de langage qui place les points à l'infini sur une droite semble presque inévitable.

Mais les changements de coordonnées sont de nature très diverse. Le cas le plus simple est celui d'un changement de variables explicite de la forme $x'_k = f_k(x_i)$; c'est ainsi que nous passons des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires ou à des coordonnées curvilignes quelconques. Les expressions métriques peuvent alors se simplifier. Il en est de même en géométrie différentielle où l'adoption des géodésiques ou des lignes de courbure comme réseaux de coordonnées peut ramener le ds^2 à une forme canonique. Mais il peut arriver que les nouvelles coordonnées ne soient définies qu'implicitement en fonction des anciennes, sans qu'il y ait intérêt à les expliciter. Il suffit d'avoir une méthode pour revenir aux nombres fondamentaux, ou du moins que l'on sache que la correspondance est bien déterminée. Ainsi l'on usera de coordonnées surabondantes, liées entre elles par des équations, ou rattachées aux valeurs fondamentales par des règles de calcul adéquates. Il se peut alors que des relations géométriques compliquées prennent une forme simple. On peut user aussi, comme nous l'avons vu, de changements de variables complexes.

Donnons quelques exemples pour éclairer ceci. Considérons les points du plan.

Pour rendre homogènes les équations les plus simples, on est amené à introduire au lieu des variables x, y , des coordonnées x_1, x_2, x_3 telles

que $x = \frac{x_1}{x_3}$, $y = \frac{x_2}{x_3}$. Pour symétriser les rôles respectifs des variables,

nous pouvons introduire directement à côté de x et de y une coordonnée ρ , sans influence sur le point considéré. Nous aurons alors la trans-

$$\text{formation réciproque } x_1 = \frac{x}{\rho} \quad x_2 = \frac{y}{\rho} \quad x_3 = \frac{1}{\rho}$$

$$x = \frac{x_1}{x_3} \quad y = \frac{x_2}{x_3} \quad \rho = \frac{1}{x_3}$$

nous pourrions écrire aussi bien : $x = \rho x_1$, $y = \rho x_2$, $1 = \rho x_3$.

Nous obtiendrons des coordonnées projectives plus générales en effectuant une transformation linéaire sur les précédentes, et en posant $X_i = a_{1i} x_1 + a_{2i} x_2 + a_{3i} x_3$; les formules qui donnent x, y, ρ , en fonction des X_i seront parfaitement réciproques de celles qui donnent les x_i en fonction de x, y, ρ .

Si maintenant, nous convenons d'attribuer à un point du plan les coordonnées du point d'une sphère unité auquel il correspond par projection stéréographique, nous aurons trois coordonnées x, y, z liées par la relation $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Prenons les points de la sphère en coordonnées homogènes, nous obtiendrons pour ceux du plan quatre coordonnées, liées par une équation explicite, et qui ne seront définies qu'à un facteur commun près; elles seront dites tétracycliques.

On nous permettra de renvoyer pour plus de développements au fascicule que M. Müller, dans l'Encyclopédie des sciences mathématiques, a consacré aux différents systèmes de coordonnées.

Les coordonnées surabondantes peuvent avoir, comme on le voit par l'exemple précédent, un sens intuitif très simple, lié à l'existence de dimensions supplémentaires. Nous sommes alors amenés à dire qu'un espace se réduit à un autre quand il est possible de construire une image de l'un dans l'autre, de telle manière que les éléments et les relations de même nom se correspondent. La chose est surtout possible quand le second a plus de dimensions que le premier, et que celui-ci peut être représenté comme baigné dans celui-là. C'est ainsi qu'une demi-sphère est, dans l'espace euclidien, l'image du plan elliptique.

Nous pouvons aussi faire correspondre les éléments d'un espace aux coordonnées d'une figure d'un autre espace. L'exemple le plus simple est ici celui de l'espace tangentiel ou de l'espace réglé par rapport à l'espace ponctuel. Un espace tangentiel est formé de plans, mais qu'est-ce qu'un plan? Ce peut être un ensemble de trois nombres (p, q, r) destinés à garder leurs symboles propres. Ceci n'a de sens que s'il existe d'autres nombres définissant par exemple les points; en effet, si nous n'avions affaire qu'à un seul type d'éléments, il n'y aurait pas plus de raison pour les nommer plans plutôt que points. Un espace ne peut être dit tangentiel que s'il est en même temps ponctuel. Dans ce cas, l'équation $px + qy + rz + 1 = 0$ ne définit ni un ensemble de points ni un ensemble de plans, mais l'appartenance réciproque d'un point et d'un plan. Il n'y a là, d'ailleurs qu'un mode de langage; peu importe au fond que nous nommions les p, q, r , plan ou paramètres caractéristiques d'un plan. En fait, cette multiplication des indéfinissables n'est que provisoire. Ce qui nous intéresse, c'est de pouvoir transcrire les théorèmes sur les plans, pris intrinsèquement, en théorèmes sur les points, considérés comme lieux de points, de passer des ensembles de plans aux surfaces qu'ils enveloppent. C'est à cette condition que le principe de dualité est fécond.

Parler d'un espace tangentiel, d'une manière absolue, c'est donc ne rien dire; nous voulons dire simplement, quand nous parlons de raisonner dans l'espace tangentiel, que nous mettons en évidence les coefficients des plans ponctuels, que nous les représentons par une notation particulière, pour la commodité du discours, et que nous précisons les relations qui lient ces coefficients lorsque les ensembles de points correspondants ont entre eux certaines relations.

Le cas de l'espace réglé nous montrera les divers aspects de la notion d'espace (1). Il est formé de droites. Nous pouvons poser par définition qu'une droite est l'ensemble de quatre nombres désignés par une notation spéciale. En fait, il est plus commode d'adopter des coordonnées homogènes, que l'on désignera par r_{ik} , les r_{ik} étant symétriques gauches, et liés par une équation $\omega(r) = 0$. Un simple changement de variables complexes nous permettrait de passer aux coordonnées kleiennes, qui vérifient une équation $\Omega(x) = \sum x_i^2 = 0$. Nous pourrions tout aussi bien prendre des coordonnées du type $x'_i = x_i + \lambda \alpha_i$ avec $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1$, λ étant un paramètre indifférent, comme l'était ρ dans le cas des coordonnées homogènes (ceci revient à représenter une droite par ses cosinus directeurs et les coordonnées cartésiennes d'un de ses points). Tant que nous n'avons affaire qu'à des éléments de

(1) Voir : Kœnigs. *La géométrie réglée*.

l'espèce des r_{ik} , notre espace n'est pas plus réglé que ponctuel ou plannaire, et la condition de sécance de deux droites, qui est l'annulation de la forme polaire correspondant à $\omega(r)$, exprimerait tout aussi bien une relation entre points ou entre plans. Il ne devient tel qu'au moment où nous introduisons des points, et où nous nous donnons la correspondance des droites et des points. Par exemple, si $(x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)$, $(x'_1 \ x'_2 \ x'_3 \ x'_4)$ sont deux points, la droite les joignant aura pour coordonnées r_{ik} les

mineurs extraits de la matrice $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x'_1 & x'_2 & x'_3 & x'_4 \end{vmatrix}$; $(x_1 \ x'_k - x_k \ x'_1)$.

Deux droites sécantes déterminent un point. Elles déterminent aussi un plan, et inversement, deux plans, comme deux points, déterminent une droite, et les r_{ik} s'expriment en fonction des coordonnées des plans exactement de la même manière qu'en fonction des coordonnées des points. Nous avons donc là un autre aspect de la dualité. Toute figure de droites détermine donc une figure de plans et une figure de points, et à chacune de ses propriétés correspondra respectivement une propriété de celles-ci, les théorèmes correspondants étant exactement homologues; ils coïncideront aux mots points et plans près, et ils pourront être résumés dans l'énoncé portant sur les droites, prises intrinsèquement. Mais ceci n'a d'intérêt que dans la mesure où les plans sont définis comme figures ponctuelles, de telle manière que le double énoncé, qui ne différerait sans cela que par le nom des variables, détermine deux théorèmes ponctuels différents, portant par exemple sur une surface lieu de points et sur une surface enveloppe de plans ponctuels.

Nous comprenons ainsi à la fois comme l'idée d'espace réglé prise absolument n'a pas de sens, et comment cet espace est corrélatif de l'espace ponctuel et coïncide avec lui.

Ce qui fait le caractère propre d'un espace algébrique, ce n'est donc aucunement la nature des objets dont il est formé, l'intuition particulière dont il serait l'approfondissement; à cet égard, il n'y a qu'un seul espace, celui des nombres réels. La diversité ne s'introduit qu'avec celle, purement formelle, des géométries, et celles-ci se caractérisent, suivant le point de vue adopté, soit par les principes de la construction axiomatique directe, soit par le groupe fondamental qui définit l'équivalence des figures.

Quand dirons-nous qu'une géométrie se réduit à une autre? Quand il est possible d'en construire en celle-ci une image, de telle manière que les éléments de la première soient définis comme figures de la seconde, les axiomes devenant alors des théorèmes. Si deux géométries se réduisent respectivement l'une à l'autre, elles sont équivalentes, et l'on peut dire qu'elles caractérisent le même espace engendré seulement à partir d'éléments différents. Du second point de vue, il faut que le groupe fondamental de l'une soit déterminé par celui de l'autre, quand on interprète les éléments de la première comme coordonnées de figures de la seconde. Cette interprétation et cette réduction supposent que les groupes ont même structure, c'est-à-dire même loi de composition de leurs opérations (1).

Les géométries irréductibles qui se présentent alors ne correspondent en rien aux diverses espèces de noms que l'on attribue souvent à

(1) cf. Cartan. *Revue du mois*. 10 Avril 1914. p. 449.

l'espace : métrique, réglé, euclidien, et aux divisions correspondantes : la géométrie de la gerbe euclidienne est celle du plan elliptique, la géométrie hyperbolique à deux dimensions se réduit à celle des surfaces à courbure négative constante, la géométrie métrique peut se réduire à la géométrie projective dans un espace à nombre plus élevé de dimensions. Les types de géométries ainsi caractérisés sont purement formels, et ne répondent pas à une classification naturelle et intuitive de leurs objets.

CHAPITRE III

La construction en termes finis

A) LA CONSTRUCTION EUCLIDIENNE.

L'exemple de la géométrie ordinaire montre, de la façon la plus simple, comment s'introduisent les déterminations numériques qui en définissent les divers degrés. Parmi ceux-ci, on en considère d'ordinaire essentiellement deux qui correspondent à la géométrie projective et à la géométrie métrique.

§ 1. — *La géométrie projective.*

La première a pour relation fondamentale le rapport anharmonique de quatre éléments colinéaires, dont Pappus avait déjà montré le caractère projectif. On sait qu'il a pour expression $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] = \frac{x_3 - x_1}{x_3 - x_2} : \frac{x_4 - x_1}{x_4 - x_2}$, les différences $(x_i - x_k)$ pouvant être remplacées par les distances euclidiennes. Cette expression ne suppose aucune notion métrique, puisque les x_i ne sont pas a priori des distances, mais de simples coordonnées, et que ni la longueur d'un segment, ni l'angle de deux droites ne sont encore définis. Nous pouvons alors définir constructivement le rapport anharmonique de quatre plans passant par une même droite, ou de quatre droites coplanaires et concourantes, comme celui des points d'intersection de ces droites ou de ces plans avec une droite quelconque. Le groupe correspondant est celui des collinéations. On peut donc dire indifféremment que les propriétés projectives des figures sont celles qui se conservent dans une collinéation ou celles qui s'expriment au moyen de rapports anharmoniques associant certains des points dont elles sont formées.

La géométrie projective conserve la dualité qui existe dans les relations d'appartenance des points et des plans, et dans les propriétés axiomatiques qui les définissent en géométrie élémentaire. Ces deux notions jouent un rôle exactement symétrique. Le rapport anharmonique de quatre plans s'exprime en fonction de leurs coordonnées propres de la même manière que celui de quatre points en fonction des leurs. Tout

théorème ponctuel correspond donc à un théorème tangentiel qui, lorsque l'on considère les plans comme des lieux de points, équivaut à un autre théorème ponctuel. L'avantage de cette dualité est double, logique et intuitif, car chaque démonstration détermine en réalité deux énoncés, et l'intuition qui peut nous faire défaut quand il s'agit de l'un d'eux peut nous guider de la manière la plus heureuse quand il s'agit de son corrélatif. Nous avons vu que la dualité des points et des plans se manifeste d'une manière également intéressante dans l'interprétation des théorèmes réglés.

Que nommerons-nous espace projectif? L'ensemble des points et de leurs figures, considérés uniquement dans leurs rapports projectifs. C'est dire que rien n'est déterminé par là touchant son étendue et sa forme. Mais nous n'avons aucune raison a priori d'identifier des points naturellement différents, l'espace projectif normal est celui des nombres illimités. Comprend-il des points à l'infini, ces mots n'ayant bien entendu aucun sens métrique? Il s'agit simplement de savoir si nous considérons comme éléments propres les points de coordonnées infinies, et c'est là, évidemment, une simple affaire de convention. Convention utile, parce qu'elle permet de symétriser certains énoncés, convention presque inévitable si nous prenons des coordonnées homogènes; en effet, il semble naturel de ne pas exclure la valeur 0, pourvu qu'elle ne soit pas prise à la fois par toutes les variables (1).

Comment les points à l'infini sont-ils distribués? Ici encore, la réponse est conventionnelle et dépend des coordonnées adoptées. En coordonnées homogènes ou plus généralement projectives (pour lesquelles les éléments à l'infini vérifient une équation linéaire), nous sommes amenés à les placer sur un plan; en coordonnées polaires, nous les placerions volontiers sur une sphère. Ce ne sont là que des dénominations factices, car c'est sur un plan sans direction, une sphère sans courbure. Des analogies géométriques peuvent nous guider dans le choix de nos conventions. Associons par projection centrale les points du plan projectif à ceux d'une demi-sphère tangente. Les demi-grands cercles correspondent aux droites déterminées sur le plan projectif par l'intersection du plan qui contient le centre de projection et le demi-grand cercle qui est en jeu. Or, les éléments à l'infini correspondent à un grand cercle, il est donc normal de les situer sur une droite. Mais associons le plan à la sphère toute entière par projection stéréographique, dont le centre est le pôle opposé au point de contact : les éléments à l'infini correspondent à un seul point, et nous pourrions les considérer comme constituant un seul point. Nous pourrions d'ailleurs, d'un autre point de vue, revenir à l'ancienne convention : il nous suffira d'observer que les droites par lesquelles nous pouvons associer les points du plan à ceux de la sphère se disposent dans un plan quand nous faisons correspondre le sommet de celle-ci aux éléments à l'infini de celui-là, et que l'intersection des deux plans peut être, par continuité, nommée droite.

Le véritable intérêt de ces conventions de langage est lié au rôle que jouent les points à l'infini dans la définition de la métrique, et à

(1) Il en est de même si l'on considère l'espace projectif comme l'ensemble des transformés d'un point dans une homographie quelconque.

leur invariance dans les déplacements. Il convient alors de leur adjoindre certains éléments imaginaires, également à l'infini : les points cycliques, imaginaires conjugués, dont les coordonnées sont, dans le cas du plan ($1 : \pm i : 0$). Joint à un point réel quelconque, ils déterminent deux droites imaginaires conjuguées, dites isotropes, qui posséderont, après l'introduction des concepts métriques, la propriété d'avoir une longueur nulle, et d'être invariantes dans une rotation autour du point origine.

Les éléments à l'infini de toutes les directions du plan étant situés sur une seule droite, il est naturel de considérer le plan comme fermé suivant cette droite. On constate alors qu'il n'est pas orientable; il est du type des surfaces unilatères comme le feuillet de Möbius. Entendons par là qu'il résulte de l'emploi des coordonnées homogènes le fait suivant : une indicatrice déplacée le long d'une droite et s'éloignant à l'infini, tandis que x_3 tend vers 0 revient inversée de l'autre extrémité de la droite, x_3 recommençant à croître en valeur absolue, après avoir changé de signe : elle s'est donc inversée sur la droite de l'infini (1). Cette propriété ne se retrouve pas quand le nombre de dimensions de l'espace est impair.

§ 2. — La géométrie métrique.

Passons à la géométrie métrique, ce qui, dans l'ordre axiomatique, correspond à l'introduction des axiomes de congruence. Nous pourrions définir directement le groupe des déplacements, mais il est plus simple de définir directement la distance, en posant

$$|MM'| = + \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}.$$

Les propriétés métriques ne feront intervenir que des expressions formées avec des distances ponctuelles, elles seront invariantes dans un déplacement. On peut alors vérifier directement les propriétés métriques essentielles de la droite. On voudrait pouvoir définir une relation symétrique entre deux droites, qui serait la mesure de leur angle, qui s'exprimerait par la même formule en fonction de leurs coordonnées propres, et qui serait invariante dans les mêmes transformations que les longueurs; ainsi toute transformation conforme serait isométrique, et inversement. Mais la chose n'est pas possible, et la fonction la plus simple des coordonnées de deux droites invariante dans un déplacement du type

précédent est de la forme $\operatorname{tg} \theta = \frac{ab'-ba'}{aa'+bb'}$ (2). Elle correspond à la

définition ordinaire de l'angle par l'arc qu'interceptent, sur une circonférence de rayon unité, les deux demi-droites en jeu.

(1) Si l'on fait correspondre le plan projectif à une demi-sphère tangente, par projection centrale, le sens intuitif de la propriété devient évident.

(2) Dans l'espace, nous aurions les formules suivantes, pour la distance de deux points et l'angle de deux plans.

$$|MM'| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \pm \sqrt{\frac{(ab'-ba')^2 + (ac'-ca')^2 + (bc'-cb')^2}{aa'+bb'+cc'}}$$

Il est alors possible de justifier toutes les propriétés fondamentales des congruences, et par là même la géométrie métrique abstraite.

La géométrie métrique, à l'inverse de la projective, n'est évidemment pas dualiste, les formules précédentes le montrent. Ce fait se manifeste en toute circonstance, et quel que soit le langage adopté. Il y a une différence très nette entre l'expression des rotations autour d'un point et les translations le long d'une droite. Exprimons l'angle et la distance sous forme de rapports anharmoniques. La formule de Laguerre nous

apprend que l'angle peut être défini comme le produit par $\frac{1}{2i}$ du logarithme du rapport anharmonique des deux droites en jeu et des droites isotropes passant par leur intersection : $\theta = \frac{1}{2i} \log [uv HJ]$. Nous pouvons

représenter par ailleurs la distance de deux points par l'expression $[OM] = [MIOL]$, L étant le point à l'infini de la droite, I un point de cette droite tel que OI serve d'unité. La différence est alors manifeste : le logarithme imaginaire correspond au caractère périodique de l'angle; le point à l'infini est unique et réel, il y a deux droites isotropes imaginaires. Les éléments critiques diffèrent donc radicalement (1). Il y a par ailleurs symétrie dans leur rôle métrique respectif : deux droites passant par le point à l'infini forment un angle nul, deux points d'une droite isotrope sont à distance nulle; une rotation conserve les droites isotropes passant par son centre, une translation conserve le point à l'infini passant par son axe. Est-il besoin de dire que la dissymétrie des éléments critiques traduit celle des définitions métriques, et n'en rend pas raison ?

La non-dualité de l'espace euclidien se reflète dans l'existence de figures semblables non-superposables, dans les propriétés des parallèles. Le concept de parallèles, dans la mesure où il se réduit à celui de droites non sécantes, n'est pas métrique à proprement parler. Il est défini dès qu'est définie la notion de droite, c'est-à-dire avec les concepts projectifs. Mais dans le plan projectif complet, la droite de l'infini n'a aucun privilège, et nous pouvons dire que toutes les droites se coupent. Il n'en serait pas de même si nous ne considérions qu'une portion limitée de ce plan. D'un autre point de vue, on peut dire que la notion de parallèles est affine, parce que, dans le plan affine, la droite de l'infini joue un rôle privilégié. Dans l'espace affine complet, il y a des droites qui ne se coupent pas à proprement parler. L'introduction des concepts métriques permet d'attribuer aux droites parallèles une série de propriétés locales remarquables, qui se dissocieront dans les espaces non-euclidiens : elles sont équidistantes, d'angle nul, se coupent à distance infinie, admettent une infinité de perpendiculaires communes, procèdent les unes des autres par translation. Or, nous ne pouvons définir de points ayant des propriétés homologues : deux points réels ne sont pas joints par une droite isotrope, deux faisceaux ponctuels ont toujours un rayon commun.

Le caractère non-dualiste de la métrique se justifie tout naturellement

(1) Klein a donné pour les distances une expression plus homogène, mais également très différente de celle de l'angle.

si l'on se réfère à l'expérience. Celle-ci nous montre dans les déplacements des solides des transformations qui respectent les longueurs et les angles euclidiens : or, il y a une unité d'angle naturelle, mais pas d'unité naturelle de longueur; la droite physique est ouverte et indéfinie, l'angle autour d'un point admet un module d'addition fini. Sans doute nous pourrions adopter une autre définition des angles qui serait symétrique de la définition euclidienne des distances, mais elle ne serait d'aucun usage physique, et, algébriquement, les transformations qui conserveraient les angles ne conserveraient pas les longueurs, et réciproquement.

Quel est maintenant le lien de la géométrie métrique et de la géométrie projective? Dans le cas euclidien, il est très étroit : les transformations isométriques sont un sous-groupe du groupe projectif et il est naturel de passer de celui-ci à des transformations plus spéciales, similitudes, déplacements, retournements. Historiquement, les propriétés métriques ont été étudiées les premières, et cela est naturel, car l'expérience les met en évidence avant les autres. Si les droites n'avaient pas un sens métrique, elles ne nous intéresseraient pas plus que les spirales logarithmiques ou les hypocycloïdes. Dans un espace riemannien, il existe toujours des courbes données par des équations linéaires, dont les figures vérifient les propriétés de la géométrie projective, mais, si elles ne sont ni des géodésiques, ni des lignes de courbure, ni des courbes quelconques métriquement remarquables, nous ne nous en soucions guère.

Il est facile de définir métriquement le rapport anharmonique de quatre éléments, comme un simple rapport entre leurs distances respectives. Inversement, nous pouvons présenter la distance de deux points comme un cas particulier du rapport anharmonique de quatre points : il suffit, par un procédé quelconque de déterminer deux de ceux-ci en fonction des deux autres; la relation entre quatre variables dégénère en relation entre deux. Toute métrique ainsi déterminée est dite projective. On voit en quel sens on peut dire que le plan projectif devient métrique et euclidien, quand on introduit la droite de l'infini : cette droite existe indépendamment de toute métrique, mais il faut entendre : quand on convient d'introduire la droite de l'infini dans la définition projective de la métrique. Dans l'ordre purement algébrique, cette réduction n'a d'intérêt que par les généralisations qu'elle suscite.

Dans l'ordre axiomatique, au contraire, il est curieux d'observer que nous pourrions construire, avec des notions purement projectives, un certain modèle de métrique, ou, si l'on préfère, un certain repérage de la multiplicité, qui équivaut à une définition des distances. On y arrive en généralisant la célèbre construction du quadrilatère de Staudt, par laquelle, à l'aide de simples intersections de droites, on construit le quatrième harmonique de trois points colinéaires. (L'unicité de cette construction dans le plan ne peut être d'ailleurs démontrée que si l'on admet le théorème de Desargues, et, par là, que si l'on fait appel aux concepts projectifs de l'espace. Hilbert l'a démontré en inventant une géométrie plane où ce théorème est nié.) Nous pourrions alors définir, d'une manière purement nominale, une relation que nous appellerons distance, de telle manière que toute proposition sur les distances se réfère à des opérations complexes du type précédent; nous aurons ainsi défini une métrique projective abstraite, où seront démontrés des énoncés correspondant aux axiomes de congruence.

B) LA CONSTRUCTION NON-EUCLIDIENNE.

§ 1. — *Comment on peut modifier la géométrie classique.*

Un corps axiomatique donné peut être modifié de plusieurs manières. Nous pouvons tout d'abord l'élargir ou le restreindre, en introduisant ou en supprimant certains concepts, ceux-ci portant soit sur des objets, soit sur des relations, soit sur des opérations. Ainsi nous introduirons des dimensions supplémentaires, c'est-à-dire des points nouveaux; des symboles comme le nombre i ou le nombre ϵ ; nous adjoindrons aux concepts projectifs les concepts métriques de distance et d'angle, etc.

Nous pouvons ensuite changer les axiomes, soit en en supprimant, soit en en ajoutant, soit enfin en les remplaçant par d'autres, de même généralité, mais de sens différent. Suivant les cas, nous aurons généralisé, spécifié, ou simplement varié notre géométrie primitive.

Nous pouvons introduire des axiomes nouveaux sans concepts nouveaux, mais non inversement, et c'est un point délicat, nous l'avons montré, que de savoir si l'on peut reconnaître directement si les nouveaux axiomes équivalent ou non dans le domaine des notions anciennes, à une modification des axiomes anciens, c'est-à-dire à une spécification.

D'autre part, il ne faut pas confondre la généralisation directe d'une géométrie avec sa généralisation abstractive, qui consiste à établir un modèle abstrait capable de représenter, relativement à un ensemble spécial de propriétés, les éléments sur lesquels elle porte.

Dans le cas d'une géométrie algébrique, les deux types de modification se retrouvent, mais non parallèlement. En effet, l'introduction des concepts nouveaux et celle des axiomes correspondants sont confondues, les concepts étant définis constructivement et non par postulats. Si je change la définition de la distance, toutes les propriétés de la notion nouvelle sont *ipso facto* déterminées. Je ne puis donc introduire d'axiomes nouveaux relatifs à un concept donné; tout au plus puis-je refuser de considérer parmi les grandeurs qui vérifient une certaine définition celles qui ne satisfont pas à une condition supplémentaire. Tout se résout donc en changements de définitions.

Toute géométrie est modifiable, et nous avons vu, à propos des espaces abstraits, comment les propriétés les plus élémentaires pouvaient être dissociées et changées séparément. Hilbert a montré que l'axiome d'Archimède pouvait être nié, et l'on trouvera dans Gonseth (1) un modèle géométrique de la droite non-archimédienne. De même rien n'empêche de modifier les axiomes de la géométrie projective et de trouver des figures algébriques vérifiant identiquement les propriétés homologues. Mais ne considérons ici que les généralisations de la géométrie proprement métrique. En effet, elles ont été entreprises les premières, et ont été l'objet des recherches les plus complètes. Elles seules d'ailleurs ont paru jusqu'ici devoir jouer un rôle en physique.

Autant il y a de points de vue possibles sur la géométrie métrique, autant il y a de propriétés caractéristiques de l'espace euclidien, d'expressions possibles des définitions métriques, autant il y a de points de

(1) *Les fondements de la géométrie*, p. 37.

départ pour une généralisation. Bien souvent d'ailleurs, les généralisations ainsi introduites seront, au moins partiellement, équivalentes. Les mathématiciens ont, en général, été guidés par quatre intentions :

a) Changer directement les axiomes et les définitions de la manière la plus simple possible, en particulier par simples négations ou par simples changements de signes.

b) S'inspirer des propriétés des géodésiques d'une surface, les droites étant les géodésiques du plan, en choisissant les surfaces les plus simples et ayant avec le plan le plus possible de ressemblances.

c) Prendre les expressions métriques sous la forme qui les rattache aux expressions projectives, de telle manière que les diverses métriques apparaissent comme des spécifications d'une même géométrie projective.

d) Spécifier directement les groupes caractéristiques, au moyen de leurs propriétés formelles, et ne passer qu'ensuite à leurs invariants.

Les géométries de Lobatchewsky et de Bolyai sont, dans l'ordre axiomatique, un exemple du premier procédé, puisqu'elles se contentent de changer directement le postulat d'Euclide en un postulat de forme semblable et de contenu différent. Dans l'ordre algébrique, nous pourrions définir, en termes finis, la distance de deux points au moyen d'une expression arbitraire comme $\Delta = \sqrt[n]{\sum (x_i - x'_i)^n}$. Une telle géométrie n'aurait qu'un intérêt formel ou matériel très médiocre. Rien ne nous empêcherait de même d'étudier les transformations de plans qui laissent invariants les angles définis par $\theta = \sqrt{(a-a')^2 + (b-b')^2 + (c-c')^2}$; a, b, c étant les coordonnées des plans dans l'espace. En fait, la géométrie s'est surtout généralisée de deux manières : d'une part, en termes finis, en corrélation avec la métrique projective; d'autre part, en termes différentiels, en corrélation avec la théorie des surfaces.

Considérons d'abord la première; distances et angles sont donnés par des rapports anharmoniques assez dissemblables : la mesure des distances est déterminée dans l'ensemble du plan par la droite de l'infini (lieu des points à l'infini de toutes les droites); la mesure des angles dépend des points cycliques I et J (intersections de toutes les droites isotropes passant par tous les points). Or, une droite est la dégénérescence ponctuelle d'une conique, deux points sont la dégénérescence tangentielle d'une conique. Il semble donc naturel de considérer le cas de coniques non dégénérées. Les droites isotropes seraient les tangentes menées d'un point à une conique, les points à l'infini seraient les intersections d'une droite avec une conique, et les deux coniques pourraient coïncider. On supposera même, par raison de simplicité, qu'elles coïncident. Tel est le point de vue cayléen, suivant lequel la géométrie non-euclidienne dérive de l'application d'une certaine métrique au plan projectif ordinaire.

Nous obtiendrons alors divers types de géométrie suivant la nature de la conique et sa position par rapport au domaine mesuré. Or, le domaine mesuré peut être intérieur ou extérieur à elle, et la conique elle-même peut être réelle ou imaginaire, dégénérée ou non, et en ce dernier cas, elle peut être une ellipse ou une hyperbole.

Si la conique est imaginaire, tous les points du plan réel forment le

domaine mesuré. Le plan est dit elliptique; les intersections d'une droite avec la conique sont imaginaires, de même les tangentes qui lui sont menées. Les logarithmes des rapports anharmoniques sont donc imaginaires, et pour avoir des distances et des angles réels, il faut les multiplier dans les deux cas par un coefficient imaginaire (contrairement à ce qui a lieu en géométrie euclidienne). En principe, la dualité est donc établie dès l'origine. Ce cas correspond à la transposition sur le plan de la métrique de la sphère.

Si la conique est réelle, nous sommes en présence d'une métrique hyperbolique. Deux cas se présentent : ou bien le domaine réel est pris à l'extérieur (dans le cas d'une hyperbole entre les deux branches). Alors les deux tangentes et les deux intersections sont réelles, et nous avons encore une métrique dualiste (tout à fait différente d'ailleurs, en général, de la géométrie courante, et inutilisable). Ou bien le domaine réel est pris à l'intérieur, alors les tangentes sont imaginaires et les intersections réelles. Dans les deux cas, si les points intérieurs sont réels, les points extérieurs sont imaginaires, et inversement, la conique jouant le rôle de lieu des points à distance infinie. Un cas particulier est celui de la parabole, qu'une droite coupe en un seul point et à laquelle on ne peut mener qu'une tangente.

Il arrive que les coniques fondamentales dégèrent en droites et en points. Nous avons alors des métriques particulières, et des expressions particulières de la distance et de l'angle. Mais dans cette dégénérescence, il faut savoir ce que deviennent les intersections avec une droite, les tangentes passant par un point. Cela apparaît immédiatement au premier cas, si l'on prend la conique en coordonnées ponctuelles; au second si on la prend en coordonnées tangentielles. Mais les deux nous importent également, il faut donc en tenir également compte, et la dégénérescence ne sera définie que si nous la donnons à la fois ponctuellement et tangentiellement. Divers cas se présentent alors ; la conique donne :

a) Ou bien deux droites réelles, avec un point réel d'intersection (à l'infini ou non) ;

b) Ou bien deux droites imaginaires conjuguées, avec un point d'intersection réel ;

c) Ou bien une droite réelle avec deux points réels ;

d) Ou bien une droite réelle avec deux points imaginaires conjugués ;

e) Ou bien enfin une droite réelle avec un point réel.

(Il ne peut y avoir deux éléments imaginaires conjugués de chaque côté, car l'intersection de deux droites imaginaires conjuguées est un point réel, et la jonction de deux points imaginaires conjugués est une droite réelle.)

La métrique euclidienne est un cas particulier de *d*, celui où la droite réelle est à l'infini, et où les points cycliques sont $1 : i : 0, 1 : -i : 0$. C'est donc un cas limite d'une géométrie inégalement dégénérée. Elle correspond à une mesure elliptique de l'angle, et à une mesure parabolique de la distance. Elle a pour symétrie par corrélation la métrique *b*, où l'angle n'a plus d'unité normale, mais où la distance en a une.

On remarquera que la géométrie elliptique est parfaitement dualiste, en ceci que distances et angles sont donnés par des expressions sem-

ables, avec des coefficients également imaginaires et qu'il est aisé d'égaliser. La métrique hyperbolique n'est dualiste que pour les points situés à l'extérieur de la conique.

On peut généraliser pour l'espace à trois dimensions et définir une quadrique fondamentale. On considérera alors comme éléments fondamentaux l'angle de deux plans et la distance de deux points. Le premier sera déterminé par le rapport anharmonique des deux plans en question et des plans tangents à la quadrique menés par leur intersection. De même la distance sera donnée par le rapport anharmonique des deux points et des intersections avec la quadrique de la droite qui les joint. Il y a cette fois 28 géométries possibles, avec beaucoup de variantes : ainsi parmi les quadriques réelles nous avons l'ellipsoïde, le paraboloides hyperbolique, le paraboloides elliptique, l'hyperboloides à une ou deux nappes, le tore. Et les formes dégénérées sont multipliées, car une quadrique peut dégénérer en cône, en système de plans avec une ou deux droites, en un plan avec une conique, ou une ou deux droites.

Nous pouvons, dans ces conditions, définir très facilement les divers sous-groupes du groupe qui transforme en elle-même la conique absolue. Considérons (1) en effet les homographies correspondantes, appliquées à des coordonnées homogènes :

$$\begin{aligned}\varphi x' &= a^2x + 2ab y + b^2z \\ \varphi y' &= aa'x + (ab' + ba') y + bb'z \\ \varphi z' &= a'^2x + 2a'b'y + b'^2z\end{aligned}$$

Si $ab' - ba'$ est positif, nous avons des déplacements.

Si $ab' - ba'$ est négatif, ils sont suivis d'une symétrie.

Dans le premier cas, si l'homographie a des points doubles imaginaires, nous avons une rotation. Si elle a des points doubles réels, nous avons une translation. S'ils sont confondus, les droites passant par ce point, et qui sont les parallèles de Lobatchewsky, sont inchangées. Chaque point du plan décrit un horicycle.

Nous avons dit que dans la notion de parallèles euclidiennes étaient rassemblés une série de caractères : jonction à l'infini et à distance infinie, angle nul, équidistance, droites qui se transforment en elles-mêmes par la même translation. Or, il est possible de définir en chaque point, en géométrie non-euclidienne, des droites qui se rejoignent à distance infinie, ce sont par exemple les parallèles de Lobatchewsky généralisées, ayant même intersection avec la quadrique absolue. Mais toutes les parallèles à une même droite ne sont pas transformées en elles-mêmes par une même translation. Par contre, il est possible de définir des droites qui, sans se couper à distance infinie, jouissent de la dernière propriété : ce sont les parallèles de Clifford, qui conservent un certain nombre des propriétés classiques : elles sont équidistantes en tous leurs points, elles ont une infinité de perpendiculaires communes.

(1) Cf Cartan. *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*, p. 157.

On a $\frac{x}{t} = \frac{y}{t} = \frac{z}{1}$, t étant un paramètre en fonction duquel les points de la conique absolue s'expriment rationnellement, a, b, a', b' , correspondant à l'homographie $t' = \frac{at+b}{a't+b'}$ qui échange avec eux-mêmes les points de la conique. On aurait pour l'espace des formules correspondantes.

Soit une droite Δ . Elle coupe la quadrique absolue en deux points. Par chacun de ces deux points passent deux génératrices appartenant respectivement aux deux systèmes de la quadrique. Nommons-les g_1 et g_2 , g'_1 , g'_2 . Par un point P passent deux « parallèles » à Δ ; l'une s'appuie sur g_1 , g'_1 , l'autre sur g_2 , g'_2 . Deux droites ainsi « parallèles » ne sont jamais coplanaires.

Considérons un système formé de deux parallèles de première espèce et de deux parallèles de seconde espèce. Elles forment un parallélogramme gauche, où la somme des angles vaut 2π , et dont tous les points parcourent le même segment dans une translation.

Il est possible de définir des parallèles de ce genre dans la géométrie hyperbolique, mais par un point réel ne passent que des parallèles imaginaires conjuguées à une droite réelle.

En résumé, la notion de parallèles euclidiennes se dissocie en deux autres : celles de parallèles de Clifford et celles de parallèles de Lobatchewsky. Par chaque point on peut en mener deux à une droite réelle. Mais en géométrie elliptique, les parallèles de Clifford sont réelles, les autres imaginaires ; en géométrie hyperbolique c'est l'inverse. Si les deux géométries tendent vers la métrique euclidienne, les deux systèmes de parallèles se confondent (1).

Dans chacune de ces géométries, certains théorèmes fondamentaux ont des homologues assez caractéristiques. Ainsi, pour ne considérer que les multiplicités à deux dimensions, le théorème sur la somme des angles d'un triangle est changé en géométrie elliptique ou hyperbolique. Nous savons, en effet, que sur une sphère, un triangle curviligne limité par trois arcs de grands cercles a pour somme de ses angles une grandeur comprise entre π et 2π qui croît avec la surface du triangle. L'excès de cette grandeur sur π est proportionnel à la surface du triangle divisée par le carré du rayon de courbure. Inversement dans le plan elliptique nous pouvons définir le rayon de courbure comme le quotient de l'excès par la surface. (C'est bien ainsi au fond que l'on procède en géométrie différentielle.)

Dans le cas d'une géométrie hyperbolique, la somme des angles d'un triangle est inférieure à π d'une quantité proportionnelle à l'aire du triangle. Le contenu d'un triangle n'y peut excéder la moitié de l'aire totale du plan hyperbolique.

Ces formules ne se généralisent pas d'une manière régulière. En effet, dans l'espace elliptique à trois dimensions, la somme des angles solides d'un tétraèdre diminuée de celle de ses angles dièdres est égale à 1. Et il en est de même en géométrie hyperbolique.

§ 2. — Représentations diverses de la géométrie non-euclidienne.

Il est curieux d'observer que d'autres considérations mènent à une généralisation identique. Si nous nous attachons aux généralisations purement axiomatiques de la géométrie euclidienne, nous observerons

(1) On pourrait aussi considérer, en géométrie hyperbolique, les droites en nombre infini, qui, passant par un point, ne coupent pas à proprement parler une droite donnée. Mais elles n'ont pas d'intérêt.

qu'elles s'appliquent exactement à certaines surfaces et aux courbes tracées sur elles. La géométrie de Lobatchewsky-Bolyai vaut pour les géodésiques de la surface de révolution, à courbure négative constante, engendrée par la tractrice (1); celle de Riemann (où il n'y a pas de parallèles) vaut pour les géodésiques (grands cercles) de la sphère, dont la courbure est positive et constante. Si nous établissons entre deux surfaces une correspondance biunivoque et continue, de telle manière qu'à toute courbe de l'une corresponde une courbe de l'autre, à deux courbes sécantes de l'une deux courbes sécantes de l'autre, et si nous convenons de prendre pour mesure des angles et des segments de l'une la mesure, au sens courant, des angles et des segments de l'autre, elles auront évidemment même géométrie métrique.

Supposons que la seconde surface soit le plan. Un cas privilégié sera celui où les courbes de la première correspondront à des droites : c'est ce qui peut arriver pour les géodésiques des surfaces à courbure constante. Prenons le cas de la sphère et voyons comment, transposée sur un plan, la métrique de la sphère nous pousse à introduire un rapport anharmonique (2).

Soit une sphère $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$. Prenons pour coordonnées projectives des points d'un plan tangent les trois coordonnées du point de la sphère qui lui est associé par projection centrale; ce seront donc x, y, z , liés par l'équation $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$. Les géodésiques de la sphère correspondent aux droites du plan dont les points ont pour coordonnées $x + \lambda x', y + \lambda y', z + \lambda z'$; $(x, y, z), (x', y', z')$ étant les coordonnées de deux points M et M' de cette droite. Prenons pour distance Δ de ces deux points, celle des points homologues de la sphère :

$$\cos \frac{\Delta}{R} = \frac{1}{R^2} (xx' + yy' + zz').$$

Considérons le cercle imaginaire $x^2 + y^2 + z^2 = 0$; la droite le coupe aux points N_1, N_2 : $x + \lambda_1 x', y + \lambda_1 y', z + \lambda_1 z'$ et $x + \lambda_2 x', y + \lambda_2 y', z + \lambda_2 z'$, où λ_1 et λ_2 sont les racines de : $\lambda^2 + 2\lambda \cos \frac{\Delta}{R} + 1 = 0$.

$$\text{D'où } e^{\frac{\Delta}{R}} = [MM'N_1N_2] \text{ et } \Delta = \frac{R}{2i} \log [MM'N_1N_2]$$

Ainsi, la géométrie de la sphère, que nous savons de type non-euclidien, est celle du plan où la distance est définie par $\Delta = \frac{R}{2i} \log [MM'N_1N_2]$, N_1 et N_2 étant les intersections de la droite MM' avec une conique imaginaire. Nous retrouvons ainsi les formules mêmes auxquelles nous arrivons en généralisant la métrique projective.

Ceci nous amène, par une marche inverse, à chercher quelles images intuitives on peut donner de la géométrie non euclidienne. Car nous sommes jusqu'ici dans le domaine des nombres purs : un point est un ensemble de nombres, une distance ou un angle sont encore des nombres. Mais nous ne pouvons nous satisfaire de cette vue abstraite.

Un premier moyen consiste à prendre un plan repéré en coordonnées cartésiennes. Les coordonnées de points abstraits correspondent à des

(1) Ou pour la sphère de rayon imaginaire.

(2) Cartan, p. 138.

distances euclidiennes, leurs distances à des fonctions plus compliquées. Dans le cas de la géométrie hyperbolique ordinaire, la conique est une conique intuitive, les droites isotropes sont les tangentes imaginaires qui lui sont menées par un point intérieur, les points à l'infini sont les intersections de la conique avec une droite passant par les points dont on cherche la distance. Un second moyen consiste à associer aux droites du plan et à leur mesure caylienne les géodésiques d'une surface et leur mesure euclidienne.

Mais rien ne nous oblige à restreindre ainsi cette correspondance. Nous pouvons associer aussi bien les droites du plan à un réseau de courbes quelconques de la surface, pourvu que nous le définissions assez simplement. Ainsi, Poincaré présente un modèle de géométrie non euclidienne où l'intérieur de la conique, supposée circulaire, est la projection d'une demi-sphère. Les droites correspondent aux sections de la demi-sphère par des plans perpendiculaires au plan fondamental (1).

Rien ne nous oblige même à choisir une interprétation où le plan corresponde à une surface, les droites à des courbes. Considérons une gerbe de droites dans l'espace, et la sphère de rayon 1 qui a pour centre leur point de concours. Définissons l'angle de deux droites par la distance sur la sphère de leur intersection avec elle. La géométrie des droites et de leurs angles est indiscernable de celle des points de la sphère et de leurs distances, et par là même de celle du plan elliptique ou du cercle de Poincaré.

Il y a donc une infinité d'objets auxquels, sous des noms divers, on peut attribuer des relations ayant mêmes propriétés que les relations géométriques ainsi définies. Elles sont des figurations intuitives de la géométrie abstraite. C'est ainsi que la droite non-archimédienne peut être représentée par une bande plane limitée d'une manière particulière.

D'une manière générale, toute figure qui peut être définie par des coordonnées en nombre égal à celui des points du plan peut être associée aux figures de même espèce par des relations auxquelles nous pourrions donner le même nom qu'à des relations géométriques courantes, et qui auront des propriétés plus ou moins comparables. S'il arrive que les relations soient exactement semblables, nous aurons deux géométries identiques : ainsi celle des droites et des points dans le plan projectif, celle des grands cercles et celle des points sur la sphère métrique.

On voit quel sens il convient maintenant d'attribuer à cette expression : l'espace est-il euclidien ou non-euclidien ? Elle suppose successivement un repérage et une organisation métrique de la multiplicité, qui sont indépendants. L'épithète donnée à l'espace n'est qu'une manière de désigner par abstraction les propriétés conventionnelles des figures. Il n'y a donc aucune contradiction entre les diverses géométries, car elles s'appliquent à des objets différents. Non pas au sens où le prend M. Goblot, lorsqu'il prétend que la géométrie non-euclidienne est simplement celle des surfaces de l'espace euclidien, car c'est établir une sorte de primauté injustifiable de la géométrie euclidienne, et d'ailleurs,

(1) Un schéma de Poincaré fait correspondre aux droites non-euclidiennes des arcs de cercles orthogonaux à un cercle pris comme absolu. Les angles gardent alors leur signification euclidienne.

cela suppose un espace euclidien à $\frac{n(n+1)}{2}$ dimensions, dans le cas

général, enfermant une multiplicité non-euclidienne à n dimensions.

Se demander si c'est le même espace qui peut être euclidien ou non-euclidien, c'est se demander si ce sont les mêmes nombres qui interviennent dans les polynômes ou les fonctions circulaires. La question n'a guère de sens.

Physiquement parlant, on voit à quelles conditions l'espace peut être tel ou tel : il faut que la nature du repérage soit déterminée, que le sens des variables soit fixé; que d'autre part la nature des distances et des angles soit elle aussi déterminée, et que nous puissions exprimer la grandeur d'un solide invariable aux divers points de la multiplicité en fonction des coordonnées précédentes, ou si l'on préfère, d'une manière générale, la distance de deux points ou l'angle de deux droites en fonction finie de leurs coordonnées respectives. Un espace vide est entièrement amorphe, il n'a de structure projective que si l'on y définit des droites physiques, de structure métrique, que si l'on y définit des équidistances et des égalités d'angles physiques.

§ 3. — *Autres généralisations possibles.*

Pouvons-nous généraliser davantage la métrique euclidienne? Assurément. On trouvera dans l'Encyclopédie des sciences mathématiques (traduction française III, 1, fascicule I) les références à ce sujet.

Tout d'abord rien ne nous oblige à prendre une quadrique plutôt que toute autre surface de même forme. Hilbert a examiné le cas plus général où l'on garde bien l'expression de la distance : $\Delta = k \log[MN PQ]$, P, Q étant les points d'intersection de la droite MN avec une surface convexe. Les droites sont des géodésiques, et ont une longueur infinie. Un autre cas particulier est fourni par l'expression de la distance due à Minkowski; la surface, concave, se réduit à un plan double à l'infini.

Au lieu de rattacher la distance au rapport anharmonique de quatre points, en spécifiant deux de ceux-ci, nous pouvons la rattacher à des rapports plus généraux.

Nous pouvons d'ailleurs partir de la définition de la distance en coordonnées quelconques et chercher à la rattacher à une forme plus générale. Ceci revient à chercher des expressions vérifiant certaines conditions. Donnons-nous, par exemple, cinq points : si l'on connaît neuf de leurs distances respectives, la dixième est déterminée. Il y a donc une relation des distances en question qui est identiquement vérifiée. Nous pouvons chercher les expressions de la distance qui vérifient cette condition, ou une condition du même type. Ceci se traduit fort simplement : un point est déterminé par ses distances à trois points non-colinéaires, qui peuvent être prises pour ses coordonnées. Un second point l'est par trois autres coordonnées semblables, et leur distance respective doit être donnée par une fonction de ces six coordonnées, qui peut servir de point de départ pour une autre généralisation.

En résumé, de même que nous pouvons appeler droite ce qui nous plaît, et que nous pouvons définir assez arbitrairement les transforma-

tions projectives, nous pouvons d'abord nommer distance une fonction quelconque de deux points. Nous aurons une infinité d'espaces et de métriques. Seulement, ces fonctions n'auront ni intérêt théorique, ni intérêt pratique. La définition des parallèles perd beaucoup de son utilité s'il n'existe pas de translations les échangeant entre elles ou avec elles-mêmes, translations analytiques répondant à des opérations physiques. De même celle de la distance n'a de valeur que s'il existe des déplacements pour lesquels elle soit invariante; transformations mathématiques qui correspondent à un fait physique, le mouvement des solides indéformables dans l'espace.

§ 4. — *La notion de déplacements. Sa valeur philosophique.*

Depuis les suggestions d'Überweg, les études de Helmholtz et le programme d'Erlangen, de Klein, les mathématiciens se sont accoutumés à partir de la définition des déplacements, pour arriver à la distance qui en est l'invariant. Helmholtz, Sophus Lie, Poincaré, Hilbert, ont cherché à exprimer le plus simplement possible les conditions suffisantes pour spécifier la géométrie générale (géométrie non-euclidienne comprise). On est surpris de voir le petit nombre d'axiomes nécessaires :

il suffit d'admettre que les déplacements forment un groupe à $\frac{n(n+1)}{2}$

paramètres pour qu'il soit pratiquement déterminé, étant donné les fonctions dont nous disposons. Dans le cas de deux dimensions, il faut admettre que les rotations ramènent un ensemble de points à sa position primitive (axiome de monodromie de Helmholtz) ou que deux points fixent une figure (axiome de Poincaré).

Aux yeux de beaucoup, il ne s'agit pas là simplement d'un changement d'indéfinissables, comme nous en trouvons dans beaucoup d'exposés géométriques, et qui souvent obscurcissent au lieu d'éclairer; mais du passage d'un ordre superficiel d'exposition à un ordre plus rationnel et plus déterminé.

Pouvons-nous dire, tout d'abord, que l'étude des déplacements met en évidence la structure irréfutable de l'espace physique, confusément aperçue dans la description statique des figures? Mais que nous montre l'expérience? Des corps matériels finis, de structure complexe, doués de

$\frac{n(n+1)}{2}$ degrés de liberté. Sont-ils superposables à eux-mêmes après

différents déplacements, deux solides congruents à un troisième sont-ils congruents entre eux? Le fait ne se vérifie que d'une manière indirecte et imprécise; à la même approximation, nous pouvons constater que l'espace est euclidien, en mesurant la somme des angles d'un triangle, en vérifiant l'existence de figures semblables. C'est par une double induction que nous passons de cette expérience locale et imparfaite aux déplacements géométriques, érigeant en faits rigoureux des constatations approximatives, étendant les lois du mouvement de corps physiques intérieurement liés et organisés à celles du mouvement de portions amorphes de l'espace, de grandeur entièrement arbitraire. Naturellement

nous pourrions dire que la structure métrique de l'espace doit être déterminée par les lois des solides idéaux. Mais que savons-nous de ceux-ci ? Au fond, ce que nous voudrions, c'est pouvoir définir a priori les lois générales des déplacements théoriques (comme on a voulu parfois définir les conditions a priori d'une forme d'extériorité) et ne faire appel à l'expérience, pour les spécifier, que sur des points où elle peut répondre d'une manière rigoureuse, ne s'agissant que de grandeurs nécessairement entières, nombre de dimensions ou de degrés de liberté. Ainsi notre trame géométrique serait absolue, bien qu'elle fût au croisement de l'expérience et de la raison.

En fait, ce rôle de l'a priori est bien illusoire. Disons-nous, en nous reportant à l'intuition de l'espace comme milieu physique des événements, qu'il doit évidemment pouvoir être transporté sur lui-même ? Ceci n'a guère de sens, puisque l'espace est par nature immobile. Disons-nous que des solides, de grandeur et de forme quelconque, doivent pouvoir se déplacer ? Mais la chose n'est pas douteuse ; il reste à savoir dans quelles conditions. Ajouter : sans déformation ne signifie rien, car nous n'avons pas défini les longueurs et les angles. Il faut donc dire : il doit y avoir des déplacements, conservant une certaine propriété du solide, sa grandeur, et ayant un sens absolu, de telle manière que le solide soit superposable à lui-même après un parcours quelconque. Cette assertion est l'idée essentielle, elle seule donne un sens à la condition que deux figures congruentes à une troisième soient congruentes entre elles. Mais pourquoi n'exigerions-nous pas qu'il existe des similitudes admettant comme invariant la forme du solide ? Pourquoi n'imposerions-nous pas à la direction d'être absolue comme la grandeur ? D'autre part, dans un espace de Riemann quelconque il est possible de transporter un solide élastique suivant des lois telles qu'il coïncide en chaque lieu avec lui-même. Le nerf du raisonnement est que les transformations du groupe soient des transformations finies, biunivoques, portant directement sur tous les points du solide, et c'est là une exigence purement formelle, qui ne peut être a priori. En fait, il y a des géométries sans groupe fondamental, qui n'enferment rien de proprement irrationnel.

Si nous admettons les conditions énoncées, la géométrie est étroitement délimitée, dans notre univers mathématique actuel, car S. Lie a montré que les groupes possibles se ramenaient à ceux qui caractérisent la géométrie euclidienne et les deux types fondamentaux de géométries non-euclidiennes. Mais qu'en conclure ? C'est que la considération des déplacements est un artifice très ingénieux, admirable même, qui met en évidence certaines propriétés des métriques non-euclidiennes, liées au fond à ce que les géodésiques y sont des droites. Mais elle n'éclaire pas les principes par une intuition rationnelle, les raisonnements qu'elle fait intervenir prennent souvent cet aspect de dénombrement systématique et en quelque sorte matériel des hypothèses, que nous avons signalé déjà. L'esprit est convaincu, plus qu'il ne saisit la raison intérieure des choses ; peut-être la familiarité lui donnera-t-elle un jour le sentiment de le faire. D'autre part, nous n'apercevons point par là un concours particulièrement significatif de la raison et de l'expérience. Le rôle des déplacements semble un peu du même ordre que celui des nombres complexes ; c'est en dire toute l'importance, mais peut-être y aurait-il

danger à laisser croire qu'un procédé formel reflète une nécessité physique ou métaphysique particulière (1).

§ 5. — *Comment choisir entre les diverses géométries ?*

Peut-être convient-il d'élargir un peu ces remarques et de chercher quelles raisons peuvent nous faire accepter ou rejeter une géométrie, en général. Il en est, semble-t-il, de trois ordres.

Les unes sont expérimentales. L'expérience nous donne rigoureusement quelques faits numériques, touchant le comportement des solides; et elle nous apprend d'une manière approximative, par des mesures physiques, macroscopiques et locales, que l'espace est euclidien, ce caractère imparfait se retrouvant, quel que soit le procédé de description mis en œuvre. Nous devons donc dire que l'espace, en tant qu'il doit traduire les propriétés de l'espace physique, doit être tangent à l'espace euclidien.

D'autres raisons paraissent proprement intrinsèques et d'esthétique formelle. C'est en dire le caractère aléatoire : une géométrie dualiste est-elle plus belle qu'une géométrie non dualiste, une courbure constante qu'une courbure variable ? Vaut-il mieux qu'il y ait des figures semblables ou qu'il n'y en ait pas, que les géodésiques soient des droites, que les rotations ne se séparent pas des translations, qu'il y ait deux espèces de parallèles ou une seule ? Nous revenons ici à chercher si la sphère est plus belle que le plan, le cercle que la droite, si la dyade est le principe du désordre et du mal, l'un celui de l'ordre et du bien; problème bien décevant, d'autant que, suivant le point de vue adopté, telle ou telle géométrie nous semble plus parfaite, et que, en fin de compte, toutes s'équivalent.

Enfin, nous pouvons invoquer certaines raisons générales et comme philosophiques, dans la mesure où nous attribuons à l'espace géométrique un rôle physique en général. Quel rôle peuvent jouer les principes qui se rattachent à la causalité, principes de raison suffisante, de symétrie, de continuité ?

Sans doute, nous ne saurions dire brutalement qu'un triangle de côtés invariables doit avoir des angles de somme invariable, parce qu'une variation de cette somme n'aurait pas de raison; en effet, la structure de l'espace serait justement cette raison suffisante. Mais nous pouvons admettre que, d'une manière très générale, l'espace vide doit présenter une certaine homogénéité, une certaine uniformité de structure. Sans doute, l'emploi de tels principes est assez dangereux, et mène à des assertions incompatibles avec l'expérience : nous pourrions exclure le plan elliptique, parce que les demi-droites issues de divers points n'y ont pas la même longueur (2); les multiplicités à courbure variable, parce que cette courbure n'a pas de raison d'être plus grande ici que là; mais

(1) Les considérations tirées de la théorie des groupes jouent un grand rôle dans la détermination des transformations de la mécanique, qui portent sur l'espace-temps. Voir, par exemple, le mémoire de Poincaré: *Sur la dynamique de l'électron*. Cf. Gonseth, *Les fondements de la géométrie*, ch. VIII et IX. Cartan, *Revue du mois*, 1913, p. 438.

(2) A moins que nous le considérions comme unilatère et fermé.

nous pourrions pousser le raisonnement plus loin et dire que l'espace euclidien est seul acceptable, car il n'y aurait pas de raison suffisante pour que la courbure fût telle ou telle; exclure cet espace lui-même, parce qu'il est tridimensionnel et que le nombre trois n'a pas davantage de raison suffisante. Il faut convenir que la nature, prise dans sa structure physique ou géométrique, repose sur un irrationnel irréductible, et que toute diversité est, d'un certain point de vue, un scandale pour l'esprit. Mais comme cet irrationnel est un fait, il est bien difficile d'en délimiter a priori le domaine. Le mieux est donc d'accepter le postulat de l'homogénéité, sans prétendre le déduire d'un principe métaphysique général, en lui attribuant moins une valeur dogmatique qu'une utilité heuristique et un agrément intellectuel.

Ce postulat ne saurait d'ailleurs nous indiquer à l'avance les formes géométriques légitimes; comme l'expérience, il n'intervient qu'après coup, pour condamner une certaine construction, il n'est qu'un instrument de triage. C'est pourquoi nous ne saurions arriver directement au concept définitif de l'espace; tout ce que nous pouvons dire c'est que, tels matériaux étant choisis, telles constructions sont seules acceptables pour la raison et l'expérience. Le problème, toujours ouvert, de la géométrie, est de définir de nouvelles formes, présentant une autre espèce d'homogénéité. Assurément, si nous gardons au principe toute son étroitesse, comme toutes ces formes doivent avoir en quelque sorte une commune mesure, celles qui seront acceptables se correspondront et même n'en feront, à certains égards, qu'une seule : c'est ainsi que la géométrie des multiplicités à courbure constante coïncide avec la géométrie non-euclidienne classique. Mais il est curieux d'observer que suivant la construction étudiée, le critérium d'homogénéité est plus ou moins impérieux, plus ou moins étroit; il se fait de plus en plus modeste, il ne porte plus que sur la structure locale au lieu de porter sur la structure d'ensemble; il diminue comme la peau de chagrin de Balzac, il perd son prestige métaphysique, pour se réfugier dans le domaine de l'esthétique formelle. C'est ce que nous allons vérifier en examinant brièvement la construction différentielle de l'espace, telle que l'ont entreprise Riemann et ses successeurs.

CHAPITRE IV

La construction différentielle de l'espace

§ 1. — *Le concept d'espace riemannien.*

La description de l'espace en termes finis est tout à fait conventionnelle, et le privilège des géométries non-euclidiennes classiques est fondé sur des exigences formelles arbitraires, qui ne se justifient pas plus, eu égard à la raison, que le souci d'établir une dualité parfaite. Aussi les mathématiciens ont-ils généralisé bientôt le concept des espaces non euclidiens en celui des espaces riemanniens. Ils ont été guidés par l'image des surfaces les plus générales et des propriétés de leurs géodésiques : la géométrie des espaces de Riemann équivaut à la description intrinsèque de surfaces ou d'hypersurfaces d'un espace euclidien à $\frac{n(n+1)}{2}$ dimensions. Mais c'est là une manière de parler,

car elle n'est au fond que celle de figures algébriques définies dans un certain système de coordonnées, peu important, d'ailleurs, que ces coordonnées soient prises sur telle ou telle surface, et soient de telle ou telle nature. C'est pourquoi si nous voulons nous la représenter intuitivement, le plus simple est de considérer une portion de plan, avec un réseau de coordonnées quelconques, par exemple cartésiennes, en chaque point duquel est définie une métrique. Nous aurons ainsi une généralisation du procédé cayléen. La chose est toute naturelle, puisque, moyennant un dictionnaire approprié, la géométrie d'une surface ne diffère pas de celle de sa représentation plane, obtenue par une projection de nature quelconque.

Les géométries non euclidiennes classiques étudient le cas des surfaces à courbure constante, qui possèdent cette propriété singulière et caractéristique qu'elles peuvent être représentées sur un plan de telle manière que les géodésiques deviennent des droites (propriété évidente dans l'exemple de la sphère, puisqu'il suffit de prendre une projection centrale). Il est donc possible d'établir sur ces surfaces un réseau de coordonnées géodésiques par rapport auquel toutes les autres géodésiques s'expriment linéairement. La géométrie euclidienne correspond au cas où la courbure est nulle, elle apparaît ainsi comme une espèce moins accidentelle qu'elle ne le faisait dans l'interprétation cayléenne, où elle n'était plus qu'une sorte tout à fait particulière de géométrie parabolique.

De même que Hilbert considérait des figures absolues généralisant les quadriques, il est naturel de considérer maintenant la géométrie des surfaces à courbure variable. Mais, l'ordre des définitions doit être modifié. En effet, nous ne pourrions plus partir de la notion de droite, et caractériser en termes finis la mesure des distances et des angles. La métrique de la multiplicité doit être construite en termes différentiels, contrairement à la métrique cayléenne. On peut soutenir d'ailleurs que cette construction progressive a quelque chose de satisfaisant pour la raison. En effet, nous n'explorons l'espace physique que morceau par morceau; nous le déterminons cellule par cellule, et il est normal que notre description algébrique suive l'ordre génétique.

Au lieu de définir directement la distance entre deux points à intervalle fini et par là l'égalité de deux segments finis, nous ne définirons donc d'abord que l'égalité de deux segments infiniment petits ayant même origine, pour définir ensuite l'égalité des segments en deux points éloignés l'un de l'autre, et enfin la longueur d'un segment fini. En langage différent, au lieu de partir du groupe fini de tous les déplacements, nous partirons du groupe des rotations d'un vecteur infinitésimal en un point, et nous associons ensuite les rotations aux différents points de la multiplicité.

Imaginons par exemple une multiplicité repérée par deux coordonnées x, y ; soient deux points voisins O et M , les différences de coordonnées correspondantes seront dx, dy . Soit ds la distance de ces deux points. Admettons que ds^2 est une fonction quadratique définie positive de dx et de dy nous aurons $ds^2 = g_{11}dx^2 + 2g_{12}dxdy + g_{22}dy^2$. Les points à égale distance de O seront placés sur une ellipse (au sens purement algébrique du mot). Il sera toujours possible par un changement linéaire de variables, les g_{ik} étant des coefficients constants en O , de ramener le ds^2 à la forme euclidienne $ds^2 = dx^2 + dy^2$. Pour associer les métriques aux divers points de l'espace, si l'on suppose que partout le ds^2 a même forme, il suffit de considérer les g_{ik} comme des fonctions des coordonnées, prenant en chaque point une valeur bien déterminée. On impose d'ordinaire au ds^2 d'être régulier, c'est-à-dire que les g_{ik} et leurs dérivées des deux premiers ordres doivent varier continuellement, et que les g_{ik} ne sauraient changer de signe. Désormais nous savons comparer la grandeur de deux vecteurs infiniment petits, d'azimuts et d'origines quelconques; nous dirons que nous avons établi une connexion métrique sur la multiplicité, qui fait correspondre un ensemble de vecteurs congruents entre eux et attachés en O et un ensemble de vecteurs attachés en M , congruents entre eux et aux premiers. La distance de deux points à éloignement fini est la somme des distances des points successifs qui forment une chaîne entre les deux premiers; en d'autres termes, c'est la longueur d'arc qui les joint, calculée en ajoutant les distances infiniment petites qui correspondent aux segments infiniment petits qui, mis bout à bout, forment l'arc en question, cette distance étant calculée pour chacun par la méthode indiquée ci-dessus. Mais cette distance varie avec l'arc, ce qui est naturel, puisqu'il en est de même en géométrie euclidienne. Nous pourrions choisir, comme dans celle-ci, pour distance, la distance en ligne droite, c'est-à-dire définir l'arc de courbe par une fonction linéaire des coordonnées. Mais on voit immédiatement que la distance ainsi adoptée n'est pas, en général, la plus courte possible. Il est

donc naturel de prendre la distance géodésique, celle qui rend stationnaire l'expression : $S_{M,P} = \int_M^P ds$. Les équations d'Euler correspondant à cette extrémale donnent la géodésique qui joint M à P ; remplaçant alors dans ds les x , par leurs valeurs en fonction de l'un d'entre eux, on obtient la distance par quadrature.

Il reste à définir le parallélisme de deux vecteurs infinitésimaux. La géométrie étant euclidienne dans l'infiniment petit, l'angle des vecteurs est parfaitement défini. Nommons vecteurs parallèles en M et P ceux qui font un angle égal avec la géodésique qui unit les origines. Alors nous vérifierons que deux vecteurs parallèles à un troisième ne sont pas en général parallèles entre eux. Si nous appelons vecteur parallèle en un point P à un vecteur en un point M tout vecteur obtenu par déplacement du second de M en P suivant un contour formé d'éléments géodésiques, de manière à lui faire former un angle constant avec chacun de ces éléments, alors tous les vecteurs en P sont parallèles à tous les vecteurs en M. On les obtient à partir de l'un quelconque de ceux-ci en choisissant convenablement le contour de déplacement. La correspondance par parallélisme, en d'autres termes la connexion affine, n'est pas déterminée à intervalles finis. Elle n'est déterminée que si nous nous donnons un arc particulier joignant les deux points.

Considérons un système de deux vecteurs pris en M, tangents aux deux courbes de coordonnées, et le système parallèle en $M' = M + dM$. Celui-ci n'est plus, en général, tangent aux courbes de coordonnées. Il fait avec elles un angle infiniment petit, mais bien déterminé, et l'expression différentielle qui donne le nouveau système en fonction des accroissements de coordonnées met en jeu les composantes de la connexion affine.

Tout ceci ne représente que des conventions sur des nombres. Mais ces conventions correspondent à des faits intuitifs très simples. Et d'autre part, elles généralisent celles de la géométrie non euclidienne ordinaire. Imaginons une surface sur laquelle nous avons tracé un quadrillage quelconque. Nous aurons donc deux familles de courbes. Les courbes successives de chacune d'elles auront un numéro d'ordre. Chaque point sera défini par l'intersection de deux courbes, et aura pour coordonnées les numéros correspondants. On peut concevoir que par une suite infinie d'expériences, un vecteur ayant été déplacé par rotation autour de son origine, puis de point en point, par déplacement très général, nous ayons mesuré sa longueur en fonction de ses coordonnées. Alors il est naturel de trouver pour les vecteurs infiniment petits autour d'un point la forme métrique générale que nous connaissons déjà. La loi de connexion nous est donnée ensuite par l'expérience.

Une justification plus intuitive et plus particulière se présente si nous songeons aux surfaces ordinaires de l'espace à trois dimensions, et si nous considérons comme coordonnées les courbes d'intersection par les plans $x=C^1$, $y=C^2$, x et y étant des coordonnées cartésiennes dans le plan de projection. Il est alors naturel de prendre comme numéros des courbes les valeurs x et y qui sont, mais peu importe, des distances euclidiennes dans le plan de projection. Dans ces conditions, la surface admettant en chaque point un plan tangent, $\sqrt{g_{11}} dx$ est la longueur du

vecteur qui a pour projection dx , $\sqrt{g_{22}}$ dy celle du vecteur de projection dy , $\frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11} g_{22}}}$ est le cosinus de l'angle que font sur la surface les deux vecteurs de projections dx et dy , et qui se projette suivant un angle droit. En effet, le rectangle $dx dy$ projette nécessairement un parallélogramme.

Se demander si x et y sont des coordonnées intrinsèques ou non n'a aucun sens. Ce sont des numéros qui correspondent aussi bien à des courbes de la surface qu'à n'importe quelles courbes y associées (par exemple, à leur projection), il faudrait, pour que la question signifiait quelque chose, que l'on eût indiqué à l'avance les méthodes possibles pour construire et numéroter « intrinsèquement » les courbes repères de la surface. Il suffirait à la rigueur de définir un seul repérage de cette espèce, et de considérer comme intrinsèques tous ceux qui en dérivent par changement de variables. Mais comment le ferait-on sans considérations métriques ? D'ailleurs, ces repérages eux-mêmes auraient leur image dans le plan.

En réalité, la géométrie de la surface est exactement celle du plan sur lequel on a défini, cette fois par procédé différentiel, une certaine métrique. Elle n'est d'ailleurs pas plus celle du plan que celle de toute autre surface, sur laquelle un repérage et une métrique sont définis. Dans le plan même, les coordonnées ne sont pas plus les coordonnées cartésiennes que n'importe quelles autres. Nous choisissons seulement celles-là, étant donné la forme du ds^2 , afin d'avoir une image qui ne diffère pas trop de ce que nous nommons, dans l'ordre intuitif, distance, angle, etc. La géométrie des espaces de Riemann peut être alors considérée comme la généralisation différentielle de celle de Cayley, et son approfondissement.

Naturellement, sur les multiplicités ainsi définies, il n'y a pas, en général, de déplacements finis formant un groupe. Autour d'un point subsiste le groupe des rotations d'un vecteur infiniment petit, mais il n'y a pas de groupe des translations, même d'un vecteur infiniment petit, il n'y a pas de groupe des déplacements d'une figure finie. Il est impossible de déplacer une figure de telle manière que toutes les distances respectives de ses points soient conservées, ainsi que ses angles.

§ 2. — Autre type d'exposé.

Les moments successifs de la description de l'espace sont donc ainsi ordonnés : les coordonnées, la congruence des vecteurs infinitésimaux autour d'un point, les angles en un point, la connexion métrique, la distance géodésique de deux points à intervalle fini, le parallélisme de deux vecteurs. Mais on peut se demander si cet ordre est rationnel, et s'il ne vaudrait pas mieux en chercher un autre; ainsi les géomètres, dans le cas des espaces non-euclidiens, mettent alternativement au premier plan la distance, la quadrique absolue, les caractères formels du groupe des déplacements. Quatre idées peuvent alors nous guider : essayer de mettre en lumière les conventions les plus difficiles à rejeter, — établir une symétrie plus grande dans l'exposition, — trouver un point de départ commode pour de nouvelles généralisations, — enfin, révéler les cadres les plus aptes à l'application physique.

C'est ainsi qu'on peut mettre d'emblée en évidence, comme l'a fait M. Cartan, la connexion affine, et se donner ainsi la correspondance des grandeurs et celle des directions. Puisqu'elle n'est pas holonome, il faut se la donner de proche en proche. Considérons donc en un point un repère fondamental, et cherchons à définir les déplacements infinitésimaux qui le laissent congruent et parallèle à lui-même, ou si l'on préfère définissons le repère qui lui est équipollent en un point infiniment voisin : ce repère sera, par exemple, un multivecteur, généralisant le trièdre mobile que l'on utilise dans la théorie des surfaces. La variation des composantes de ce multivecteur sera donnée par des expressions vectorielles où figureront : les composantes elles-mêmes, les composantes du déplacement, enfin des fonctions du lieu qui seront les composantes (finies) de la connexion affine. Nous explorerons ainsi l'espace, construisant de proche en proche le repère équipollent au précédent, c'est-à-dire transportant avec nous, pas à pas, l'unité de longueur et l'orientation primitive. Qu'est-ce donc qu'un espace, pour M. Cartan ? C'est une multiplicité où l'on sait construire en termes différentiels un repère équipollent à un repère donné, repère de grandeur et de direction à la fois.

Sans doute, il serait possible de définir directement en termes finis une connexion parallèle, comme on définit normalement la connexion métrique; il suffirait, par exemple, de prendre en chaque point un repère tangent aux courbes de coordonnées; mais cette connexion n'aura en général aucun intérêt, les géodésiques n'auront plus pour propriété d'avoir des tangentes parallèles dans le prolongement les unes des autres; les notions de direction et de grandeur seront entièrement indépendantes. Il faut donc en revenir à la définition différentielle.

M. Cartan a utilisé dans l'étude des espaces ainsi définis un algorithme qui lui est particulier, celui des opérateurs ω , et il est arrivé aux résultats qui ont illustré son nom; mais ces résultats, comme le principe général, sont indépendants de toute espèce d'algorithme. Divers cas peuvent se présenter : la connexion parallèle peut être intégrable; les déplacements sont alors définis d'une manière holonome, et nous retombons sur l'espace euclidien. Si elle ne l'est pas, ou bien les composantes de la connexion ne sont assujetties à aucune condition de symétrie, et nous avons les espaces à torsion les plus généraux, ou bien elles sont symétriques par rapport à leurs indices inférieurs, et nous retrouvons ainsi, soit les espaces riemanniens proprement dits, soit les espaces de M. Weyl. Celui-ci considère d'abord, d'une manière en quelque sorte parallèle, les translations et les déplacements congruents les plus généraux, la connexion affine et la connexion métrique. Mais celle-ci a sur celle-là une sorte de prééminence, elle la détermine, elle est en quelque sorte première par rapport à elle. D'autre part, elle a une valeur épistémologique, métaphysique même, toute particulière, car nous apercevons en elle, parfaitement clivés, l'élément *a priori* et l'élément purement empirique de la structure spatiale.

La connexion affine elle-même peut être assujettie à deux conditions, d'ailleurs équivalentes. D'une part, l'extrémité d'un vecteur dx^i déplacé parallèlement suivant un vecteur δx^i doit coïncider avec celle d'un vecteur δx^i déplacé parallèlement suivant un vecteur dx^i ; c'est la condition de commutativité. D'autre part, il doit être possible de définir en

tout point un système de coordonnées géodésiques, par rapport auquel un vecteur déplacé parallèlement à lui-même garde ses composantes. Ces conditions correspondent justement à la symétrie des composantes, de la connexion affine.

Considérons alors la métrique proprement dite, c'est-à-dire la définition des congruences. Nous pourrions, dans une certaine mesure, la faire dériver de la connexion affine. En effet, si celle-ci n'est pas intégrable, nous pouvons considérer comme congruents les vecteurs obtenus à partir de l'un d'entre eux par transport parallèle le long de différents contours, définir les propriétés qui leur sont communes, caractériser les rotations.

M. Weyl prend les choses plus directement. Supposons qu'en chaque point le groupe des rotations soit défini à priori (1), et qu'il conserve une forme différentielle quadratique des coordonnées ; la longueur brute d'un vecteur ζ^i sera donnée par $l^2 = g_{ik} \zeta^i \zeta^k$. Comment déterminer la congruence des vecteurs attachés en des points différents ? Dans un espace riemannien, c'est par l'égalité des longueurs brutes, et la donnée des g_{ik} comme fonctions finies des coordonnées. M. Weyl admet que la congruence ne suppose pas l'égalité des longueurs brutes ; dans un déplacement, la longueur brute d'un vecteur peut varier, suivant la loi : $dl = l\varphi(x_i, dx_i)$. Si l'on admet que le congruent d'un vecteur nul est nul, que le vecteur congruent d'une somme doit être égal à la somme des congruents des termes, la variation de longueur est donnée par $dl = l\varphi_i dx_i$. Les φ_i sont les composantes de la connexion métrique, ils ne sont soumis à aucune restriction. La structure métrique de l'espace est alors entièrement définie par la double donnée d'une forme quadratique, qui donne l'équivalence des longueurs brutes, et d'une forme linéaire, qui donne la congruence des vecteurs. Un vecteur déplacé par différents chemins cesse d'être superposable à lui-même, et la variation de sa longueur le long d'un contour fermé permet de définir une courbure segmentaire de l'espace. Si l'on impose à la connexion affine de respecter la congruence des vecteurs, on constate que ses composantes s'expriment d'une manière univoque en fonction des g_{ik} , de leurs dérivées et des φ_i ; ici encore la connexion métrique détermine la connexion affine. Dans ces conditions, un bivecteur transporté parallèlement à lui-même par deux chemins différents ne coïncide plus avec lui-même, au point d'arrivée, que moyennant une rotation et une similitude, au lieu que, dans un espace riemannien ordinaire, il suffit d'une rotation pour que la superposition soit réalisée.

On peut se demander pourquoi la variation de la longueur d'un vecteur ne dépendrait que du chemin suivi par son origine, pourquoi dans une translation, un bivecteur ne serait pas plus radicalement déformé. Signalons simplement que M. Eddington a généralisé l'espace de M. Weyl en associant la variation de la longueur d'un vecteur à une expression où intervient, au lieu des g_{ik} et des φ_i , une composante à trois indices, et, par là même, la direction du vecteur.

*
**

Que faut-il penser maintenant de cet exposé du concept d'espace ?

A. — En ce qui concerne son usage physique, il est tout à fait

(1) Assertion qu'il justifie, comme on le verra plus loin.

remarquable; il est un instrument de géométrisation parfaitement adéquat à son usage. Il met en lumière à la fois le sens et l'étendue de cette géométrisation, et il nous la montre à l'échelle véritable des actions réelles, c'est-à-dire dans leur détermination différentielle, au lieu de la masquer sous des principes variationnels qui ne sauraient être pris comme vraiment premiers. La chose est particulièrement claire lorsque nous introduisons un espace-temps à quatre dimensions. Le principe d'inertie généralisé affirme qu'un corps (que nous considérons comme ponctuel) conserve son impulsion-énergie à travers la suite des repères équipollents qu'il traverse. Géométriser une loi de force, ce sera la réduire à une définition de la connexion affine, de telle sorte que le repère équipollent à un repère initial soit déterminé à la fois par les circonstances extérieures (le champ physique) et par le mobile et sa trajectoire antérieure, si bien que l'on pourrait dire, en une figure un peu audacieuse de langage, que le mobile se crée à chaque instant son espace, en fonction des circonstances extérieures. La comparaison de l'escargot et de sa coquille prendrait alors un sens qu'elle n'a pas lorsque l'on considère la connexion métrique, celle-ci ne dépendant en rien du mobile qui explore l'espace. Enfin, nous verrons que le point de vue de M. Cartan est celui qui s'adapte le mieux à un élargissement de l'idée de géométrisation.

B. — Pouvons-nous mettre en évidence, par un procédé de ce genre, les éléments *a priori* de l'espace métrique, les fondements inévitables de toute métrique possible? Telle n'est pas, semble-t-il, l'intention de M. Cartan, malgré l'ampleur de sa conception géométrique. Au contraire, M. Weyl, esprit singulièrement métaphysique, et qui entreprend de saisir les raisons foncières des théories, en a l'espoir. Si pour lui la forme euclidienne n'est pas *a priori*, cela n'implique pas la négation de tout *a priori*, une affirmation d'indétermination théorique et une profession de foi purement empiriste. En chaque point, la nature du champ métrique, la connexion d'un point avec son voisinage immédiat sont une donnée que l'esprit ne peut choisir arbitrairement. Nous ne pouvons admettre qu'aux divers points de l'espace la métrique soit différente, et nous n'avons pas le choix entre plusieurs métriques pour chaque point (la seconde assertion enferme et justifie d'ailleurs la première). Ce qui est *a posteriori*, et tout à fait indéterminé, c'est l'orientation relative des métriques en chaque point, ou, si l'on préfère, les repères auxquels cette métrique s'applique en chaque point. L'espace euclidien et l'espace riemannien sont formés des mêmes atomes métriques, mais dans le premier cas, ces atomes forment un cristal. dans le second, ils forment un fluide. Dans les deux cas, leur structure est *a priori*. La preuve en est que nous pouvons la déterminer par des considérations non empiriques. Transcrite en langage de théorie des groupes, cette pensée s'exprime ainsi : le groupe des rotations infinitésimales a une structure déterminée *a priori* et uniforme en tout point, la métrique pythagoricienne est seule concevable. Par contre l'orientation relative des métriques aux divers points de l'espace est entièrement indéterminée, et l'expérience seule peut nous la révéler.

Nous ferons ici une remarque analogue à celle que nous avons faite plus haut à propos de Poincaré. Un mathématicien se résout difficilement à ne voir dans les fondements de ses théories que des conventions et un

maniement ingénieux de symboles. De même, dans l'application de ces symboles à la physique, il n'accepte qu'à contre-cœur l'idée d'une correspondance purement expérimentale en toutes ses arêtes. Il voudrait, assez inconsciemment, associer, dans les conditions essentielles imposées aux lois physico-géométriques, sa propre nécessité et celle de l'expérience, les lois de sa connaissance et celles de la nature. Ainsi Poincaré abandonne l'intuition géométrique, mais conserve une intuition propre à l'analyse. De même Helmholtz laisse l'a priori de la structure euclidienne, mais il formule des principes de linéarité, de libre mobilité, de monodromie qui limitent les structures spatiales à celles des multiplicités à courbure constante, les géométries possibles aux types cayléens (pour Helmholtz, il s'agit moins d'ailleurs d'a priori rationnel que d'exigences précises et dogmatiques de l'expérience). M. Weyl, usant couramment de multiplicités riemanniennes plus générales, prétend à son tour faire le départ entre le nécessaire et le contingent, et naturellement, l'élément nécessaire est encore une fois appauvri.

Voici comment il raisonne, si nous l'avons bien compris : il doit y avoir des déplacements congruents généraux, qui se divisent naturellement en deux groupes : les translations et les rotations, qui doivent pouvoir être définis par des connexions infinitésimales. Or, les degrés de liberté et les dimensions se répartissent entre les composantes de celles-ci d'une manière inévitable. Partons des composantes du déplacement infinitésimal le plus général ; elles seront à trois indices, et nous ne leur imposerons aucune restriction ; si n est le nombre de dimensions de l'espace, n^3 sera celui des déplacements. Il est la somme de celui des rotations et de celui des translations. Admettons que les composantes de la connexion parallèle soient assujetties à être symétriques par rapport à deux indices ; elles n'auront plus que $\frac{n(n+1)}{2}$ dimensions (1).

D'autre part, le nombre de dimensions des rotations est le produit du nombre de degrés de liberté correspondant N , par le nombre de dimensions de l'espace. On a donc : $nN = n^3 - \frac{n^2(n+1)}{2} = \frac{n^2(n-1)}{2}$, $N = \frac{n(n-1)}{2}$

ce qui est la propriété fondamentale des rotations. Weyl impose ensuite aux rotations de conserver les volumes. Enfin il impose la condition qu'il n'y ait parmi les matrices définissant les rotations possibles aucune matrice double symétrique qui ne soit nulle. Ceci posé, les rotations conservent nécessairement une forme quadratique, non dégénérée des coordonnées. Nous retombons sur la définition euclidienne. Nous avons défini du même coup la structure métrique la plus générale qui soit applicable à l'espace.

Il est bien difficile de voir quelle est la valeur de ce genre de démonstration. Elle se rattache aux tentatives de déduction formelle des grandeurs physiques, dont M. Weyl lui-même a donné l'exemple, et que M. de Donder a développées d'une manière extrêmement abstraite et complète. Nous dirons plus loin quelles réserves il convient de faire sur l'emmêlement systématique des raisons physiques, des conventions rationnelles, et des symétries purement formelles.

(1) On voit que, malgré sa primauté, la structure métrique ne peut être caractérisée que si l'on a égard aux lois du déplacement parallèle, et à ses conditions *a priori*.

Dans le cas actuel, nous avons un essai de justification formelle des conditions de Helmholtz et de Lie, transposées dans le domaine infini-tésimal. Mais il semble bien aléatoire. Pourquoi les translations doivent-elles avoir des composantes symétriques ? Quand nous partons d'une connexion métrique holonome, il est tout naturel que la connexion affine ait les mêmes symétries que les symboles dont elle est formée. Mais comment poser directement cette convention ? La preuve de son caractère artificiel est que M. Cartan l'a supprimée, et a construit des espaces supérieurs dont il a donné une image extrêmement simple. D'autre part, pourquoi tout déplacement serait-il décomposable en une translation et une rotation ? Pourquoi imposer aux rotations de conserver les volumes ? Quant au fait que la métrique sera déterminée par la double donnée d'une forme quadratique et d'une forme linéaire, il est bien difficile de lui attribuer une valeur philosophique quelconque.

Au fond, il n'y a là ni déduction, ni même explication, mais simple transposition, comme c'est transposer que caractériser une géométrie par l'expression directe de la distance, ou par ses éléments isotropes, ou par ses déplacements, ou par sa quadrique absolue. Nous caractérisons la géométrie par une propriété formelle des rotations infinitésimales comme M. Buhl déduit les équations de Maxwell des formules stokiennes, c'est-à-dire qu'il met en lumière certaines propriétés caractéristiques de ces équations. Or, si ces transpositions sont parfois curieuses, elles ont l'inconvénient grave de dissimuler les véritables postulats, elles donnent une fausse apparence de démonstration, elles mêlent la paille des symétries formelles avec le grain des explications et des déductions réelles, elles nous montrent l'enchevêtrement et les équivalences des divers théorèmes d'une science, nous donnant par là l'illusion qu'ils se soutiennent les uns les autres, au lieu de nous aider à séparer clairement les assises générales et la superstructure de la science.

C. — Les travaux de M. Weyl et de M. Cartan nous révèlent-ils la structure rationnelle du concept d'espace ? Mais comment faut-il l'entendre ?

En un sens purement formel, et si nous laissons de côté les symétries superficielles du langage, notre seul critérium de rationalité est, semble-t-il, le caractère dualiste de la théorie. C'est ainsi que les géométries non-euclidiennes classiques, dans le cas général, attribuent aux points et aux droites, aux distances et aux angles, un rôle parfaitement symétrique. Cette dualité disparaît, il est vrai, dans l'infiniment petit, la métrique locale redevenant euclidienne. Mais c'est que cet infini-tésimal est défini d'une manière purement ponctuelle. Si nous le définissons du point de vue linéaire, nous obtiendrions un autre aspect de la structure infinitésimale, exactement corrélatif du précédent : aux vecteurs infinitésimaux correspondraient des couples de droites d'angle infinitésimal, aux rotations de ces vecteurs autour d'un point des translations de ces couples le long d'une droite, etc. La symétrie des propriétés serait parfaite dans le cas d'une métrique comme celle de la sphère. Au contraire, la construction riemannienne est foncièrement non-dualiste, en ses matériaux comme en leur loi d'assemblage : les coordonnées sont ponctuelles, la géométrie locale euclidienne, la connexion primitive celle des congruences.

On est amené parfois à considérer une autre forme de dualité, liée

à la connexion des métriques locales : c'est celle des distances et des directions, de la mesure et de l'orientation, de la congruence et du parallélisme. Elle n'est pas réalisée en général, la direction n'étant pas intégrale. La géométrie de la sphère, plus dualiste en un sens que celle du plan, l'est moins en un autre sens. Mais on peut chercher raisonnablement à considérer la dualité d'un point de vue plus général et, la mettant en évidence par un exposé ou une réforme convenables du concept de l'espace, à rationaliser celui-ci.

Ce dessein est explicite dans la pensée de M. Weyl. Dans son « Analyse du problème de l'espace », il part de vecteurs isolés et, définissant à partir de leurs valeurs infinitésimales les rotations et les translations, il mesure et oriente parallèlement la multiplicité; c'est ainsi qu'il définit d'une manière symétrique la correspondance des directions, indépendamment de celle des segments, et celle des longueurs, indépendamment de celle des directions. Mais, comme sa conception est foncièrement non dualiste, cette entreprise ne réussit que d'une manière incomplète. Au contraire, M. Cartan, par le fait qu'il considère le repère métrique fondamental à la fois en grandeur et en direction, réalise sans en avoir formulé expressément l'intention, un degré supérieur de dualité: en effet, il n'impose a priori aucune restriction non-dualiste à la connexion affine.

Cette dualité n'est d'ailleurs pas parfaite, elle ne porte pas sur le repère lui-même, mais sur sa définition aux différents points de la multiplicité. Mais cette multiplicité elle-même est essentiellement ponctuelle, et sa décomposition en domaines élémentaires l'est essentiellement. D'autre part, à l'intérieur de chacun de ces repères, la géométrie est euclidienne, et par là même non-dualiste. En un mot l'architecture est dualiste, les matériaux ne le sont pas.

On pourrait essayer de généraliser, et de tracer le cadre d'une construction différentielle de l'espace en partant de données dualistes, par exemple, dans le cas des surfaces, d'un bivecteur de grandeur et d'angle infinitésimaux. On passerait alors à la définition des angles et des droites en termes finis, les rotations autour d'un point répondant au prolongement géodésique des vecteurs, puis à la connexion des éléments de la multiplicité. Cette dualité dans les procédés de construction n'implique évidemment pas que le résultat soit dualiste, mais elle lui laisse la latitude de l'être, et permet d'imposer par ailleurs cette condition qui restreint considérablement le choix des espaces possibles. C'est ainsi que la géométrie non-euclidienne ordinaire, dualiste en ses principes, ne l'est en ses résultats que si la quadrique absolue joue un rôle symétrique par rapport aux angles et aux distances; c'est ce qui a lieu lorsqu'elle est imaginaire. D'une manière générale, on peut dire que, si large que soit notre définition génétique de l'espace, il suffit d'un petit nombre d'exigences formelles pour exclure à peu près toutes les formes possibles, et, en ce sens, nous retombons toujours sur le même espace. Ainsi, le critérium d'homogénéité ne laisse subsister que les multiplicités à courbure constante, et réduit les espaces riemanniens aux espaces non-euclidiens ordinaires; le critérium de dualité ne laisse subsister, parmi ceux-ci, que l'espace elliptique (1).

(1) Il y a bien un espace hyperbolique dualiste, mais il est par ailleurs inacceptable.

La valeur de ce critérium formel est-elle d'ailleurs très grande? Il est bien difficile de le dire. En fait, notre intuition de l'espace est ponctuelle et non-dualiste, si bien que l'on voit mal pourquoi nous érigeons en loi de l'esprit un réquisit aussi conventionnel, et qui l'est d'autant plus que dans l'espace normal les plans n'ont plus le caractère physique immédiat des géodésiques, nous ne pouvons plus guère les définir directement.

Prenons maintenant le mot rationnel en un sens plus objectif : notre description mathématique de l'espace devra mettre en lumière les démarches successives de la connaissance de l'espace réel, c'est-à-dire de l'exploration imaginaire d'un milieu vide intuitivement donné. Quelles sont les opérations nous permettant de définir intrinsèquement la structure géométrique de l'univers, quel en est l'ordre naturel, quelles hypothèses peuvent se présenter ?

L'emploi de coordonnées générales et dépourvues de signification métrique ne correspond évidemment pas à notre exploration normale de l'espace; en fait, nos procédés de repérage sont eux-mêmes d'origine métrique. Mais il n'introduit pas d'indétermination, puisque, le ds^2 défini, nous pouvons déterminer un réseau à signification métrique, par exemple un réseau de géodésiques polaires, et ramener par le changement de variables correspondantes le ds^2 à une forme en quelque sorte canonique. Cette réduction est d'ailleurs passablement théorique, puisqu'elle suppose que l'on sait intégrer, dans le cas général, l'équation des géodésiques.

Les hypothèses sur la structure métrique sont liées au comportement des solides dans leurs déplacements, et il y en aura autant de distinctes qu'il y aura de types intuitivement plausibles de ce comportement. Nous pouvons, par exemple, les considérer successivement du point de vue des points ou du point de vue des directions; prenons le cas d'une surface, partons d'un bivecteur infinitésimal, formant un angle infiniment petit, et raisonnons du point de vue ponctuel. Notre première démarche sera de définir les rotations autour du point origine, et la géométrie locale. Il n'est pas sûr, a priori, qu'un vecteur infiniment petit coïncide avec lui-même lorsqu'il revient après rotation sur sa direction ancienne, qu'un bivecteur coïncide en angle et en grandeur avec lui-même dans ces conditions. En un mot, les rotations pourraient n'être pas intégrables. Sur une surface, la variation ne pourrait guère dépendre que du nombre de tours effectués autour de l'origine; dans l'espace elle pourrait dépendre du chemin suivi par un trivecteur infiniment petit dans ses arêtes et dans ses angles. Si maintenant nous supposons les rotations intégrables, rien ne nous en définit a priori la forme : ce peut être la forme euclidienne, ce peut être une forme non-euclidienne; non pas au sens ordinaire, puisque les géométries non-euclidiennes cessent de l'être dans l'infiniment petit, mais en ce sens, par exemple, que les rotations, au lieu de conserver une forme quadratique des coordonnées, pourraient en conserver une du type $\Delta^n = \sum dx_i^n$. Il reste à associer les divers points de la multiplicité. L'entreprise est alors double : associer d'une part les repères, de l'autre les métriques liées aux divers points. La première intention est réalisée d'une manière très générale par la définition de la connexion affine; la seconde le sera si l'on se donne, par exemple, la forme de l'élément métrique en fonction du lieu, et l'on obtiendra la plus grande généralité si l'on suppose qu'elle est liée au déplacement de l'origine du vecteur par une expression différentielle

non nécessairement intégrable. Nous obtenons ainsi une généralisation considérable de la notion d'espace, qui équivaut à l'introduction d'une mécanique héréditaire : en effet, en un point donné, deux corps superposables pourront ne pas le rester dans une rotation semblable.

On pourrait mettre en parallèle avec cette description ponctuelle de l'espace, une description par les orientations : passer du bivecteur infinitésimal au prolongement axial de l'une des composantes, définir alors les translations d'un vecteur d'angle infinitésimal le long d'un tel axe, associer enfin les différentes directions dont l'ensemble épuise l'espace. Aux divers cas d'intégrabilité de la longueur correspondront des cas d'intégrabilité de la direction.

Telles sont, à ce qu'il semble, les structures les plus générales qui puissent être attribuées à l'espace pour peu qu'on lui conserve quelque affinité avec l'objet concret que nous avons coutume de nommer ainsi. Mais d'un point de vue purement logique, il est possible d'en modifier plus radicalement encore le concept, non plus simplement en le variant, mais en le compliquant. Qu'est-ce en effet que l'espace? C'est le milieu qui guide le mouvement des corps inertes; une description complète devra donc donner en chaque point les éléments du mouvement d'un point matériel. Ceci introduit tout naturellement le temps comme vecteur supplémentaire, incorporé au repère.

À l'ordinaire, nous superposons au champ de coordonnées un champ de circonstances physiques; et nous attribuons à chacun d'eux une action propre. Le premier détermine le repère métrique, d'une manière plus ou moins complète. Le second détermine le champ de forces, qui peut être représenté lui aussi par un vecteur, déterminant l'accélération du mobile à l'intérieur même du repère métrique. Une théorie est dite géométrique lorsque l'action du lieu et celle des circonstances physiques se traduisent toutes deux par une variation du repère métrique, le mobile continuant à s'y mouvoir par inertie. Mais nous pourrions considérer comme formant un seul repère l'ensemble des vecteurs repères d'espace-temps et des vecteurs fonctions des circonstances physiques, pourvu que le mouvement du mobile fût par rapport à ce repère complexe en inertie généralisée. Le problème serait alors de donner une définition satisfaisante de l'inertie.

§ 3. — *Conclusion sur la construction de l'espace.*

Quelle est maintenant la portée de tout ceci? H. Weyl prétend que la structure de l'espace nous est rendue pleinement intelligible par la définition des groupes abstraits qui le caractérisent. Il semble à l'entendre, que l'esprit humain touche alors la nature profonde du concept. Mais il y a là beaucoup d'exagération, comme lorsqu'on prétend atteindre l'essence du temps, parce qu'on a mis en évidence le coefficient imaginaire de la variable t dans les équations généralisées de la mécanique. Tout d'abord, il n'y a pas un concept de l'espace donné objectivement, comme une idée platonicienne, que nous arriverions à connaître enfin du point de vue le plus vrai et le plus fécond. L'espace abstrait n'est pas une chose que l'on découvre, mais une invention mentale. Il n'y a même pas une intuition géométrique pure dont la théorie analytique serait la traduc-

tion et l'expression. L'analyse qui vient d'être faite n'est pas la transposition mathématique de ce que Kant appelle « l'exposition transcendante du concept d'espace ». Ce que le mathématicien appelle espace, c'est un ensemble de nombres de diverses espèces, sur lesquels sont définies diverses opérations; les propriétés de l'espace ne sont rien d'autre que celle des nombres et des opérations ainsi introduits. Or, dans ces conditions, qu'est-ce qu'un ordre d'analyse vraiment rationnel?

Ce peut être un ordre qui mette en lumière les principes a priori; mais nous savons qu'il n'existe rien de tel, il n'existe pas d'axiomes qui ne puissent être niés en eux-mêmes. A cet égard l'axiomatique abstraite nous donne les cadres les plus profonds de la théorie géométrique, en même temps qu'elle en met en lumière le caractère parfaitement arbitraire et indéterminé. Nous ne pouvons justifier ni le choix de ses objets, qui ne sont d'ailleurs que des termes, ni celui de ses principes, ni l'ordre de ses énoncés. Une géométrie n'est, en dernière analyse, ni plus vraie, ni plus rationnelle qu'une autre, pas plus que le jeu d'échecs n'est plus vrai ou plus rationnel que le jeu de dames. Tout se réduit à des caractères esthétiques ou à des aptitudes à l'interprétation physique. Les géométries analytiques sont des schémas plus particuliers, aptes à illustrer les mêmes lois, mais dont l'épistémologie est la même.

C'est pourquoi, d'un point de vue strictement logique, la structure de l'espace est a priori totalement indéterminée. Chaque fois que nous croyons pouvoir restreindre définitivement le champ des hypothèses, nous sommes victimes d'une illusion. Le privilège de la géométrie euclidienne, celui des géométries non-euclidiennes classiques, celui des espaces riemanniens se sont évanouis à l'analyse. Il n'y a aucune raison pour que les espaces de M. Cartan soient considérés comme le terme dernier de cette généralisation. Ils sont les plus généraux des espaces localement euclidiens à liaison différentielle simple, ou, si l'on veut des espaces à repère variable. D'ailleurs, il est peut-être aventureux d'affirmer que l'expression de la connexion affine est la plus générale qui nous permette d'associer en un espace des domaines euclidiens élémentaires.

Quant à savoir si ces espaces sont les plus généraux que nous puissions jamais employer dans l'interprétation des phénomènes physiques, il est bien difficile de le dire. Ils ne correspondent plus à ce que nous appelons normalement l'espace; or, si nous acceptons d'exprimer géométriquement des faits tenus d'abord pour purement physiques, nous ne savons guère où nous nous arrêterons. Quelle est la structure des espaces de configuration les plus généraux? Nul ne peut le dire à l'avance. Le problème de cette structure est donc une pure affaire d'opportunité expérimentale.

Un ordre rationnel peut être un ordre de simple exposition, qui permette de classer en une hiérarchie régulière les diverses formes d'espaces ordinairement étudiées. A cet égard, l'emploi de la géométrie différentielle marque un progrès insigne, car elle admet comme cas particulier la géométrie non-euclidienne classique; les espaces de Riemann comprennent les espaces cayléens. Mais il semble qu'à cet égard la théorie de Weyl marque plutôt un changement de langage et de plan qu'un point de vue vraiment nouveau. Or, les changements de notations ne peuvent nous instruire indéfiniment.

Prendrons-nous les choses d'une manière plus philosophique? et

dirons-nous que l'ordre le plus réel, le plus profond d'une étude de l'espace doit calquer la construction de l'espace abstrait sur l'exploration progressive de l'espace physique? Mais il ne s'agit pas de l'ordre historique suivant lequel notre notion de l'espace s'est développée pour s'appliquer de mieux en mieux à l'univers physique, ordre contingent et irrégulier qui nous a mené de l'étude des figures planes à la stéréométrie des Grecs, à la géométrie analytique et à la reconstruction différentielle des modernes, mais d'une exploration systématique, infiniment précise, et d'ailleurs parfaitement fictive.

Cette exploration est même doublement fictive. Son avantage est de mettre en relief certaines opérations qui pourraient donner des résultats intéressants touchant les divers degrés d'holonomie de l'espace si nos moyens de mesure étaient assez précis, et, suivant les résultats, de conclure à des types de structure beaucoup plus généraux que ceux de la géométrie non euclidienne courante. Par contre, dans la mesure où elle sous-tend intuitivement des définitions purement algébriques, et qu'il serait aussi simple de donner directement, elle mène à une sorte de paradoxe : en effet, notre intuition est foncièrement dissymétrique en ce qui touche les longueurs et les angles; en elle, les points constituent les droites ou les plans et non inversement; les longueurs déterminent les angles, non inversement. En un mot, dans la mesure où elle est définie, elle est euclidienne. Il est alors un peu surprenant de vouloir associer un criterium de dualisme à un criterium d'intuition sensible. D'autre part, cette infinité d'expériences nous donnant la connexion métrique en tout point est évidemment un artifice de pensée qui dissimule le mouvement réel de l'esprit. Notre géométrie, et avec elle les caractères de notre espace sont construits à la fois « in finito » et « in angusto » et c'est par un double prolongement que nous arrivons à la géométrie différentielle et à la géométrie d'ensemble. Pourtant, il y a, dans cette reconstruction plus qu'un jeu de mathématiciens, il y a une certaine idée du réel que nous retrouverons à propos du « sens physique » des notions. La définition de notre espace sous forme finie, dans une multiplicité à six dimensions, n'a de sens que pour un observateur étranger à cet espace, et comme transcendant. Il n'y a pas là un point de vue réel. Inversement, l'expérience effectivement réalisée ou effectivement possible est un cadre trop étroit, individuel, relatif. Le réel est formé par l'ensemble des expériences humainement possibles, ou du moins qui appartiennent aux types ayant, humainement parlant, un sens défini. Peu importe ici que les opérations mises en jeu soient agrandies ou rapetissées en pensée, qu'elles soient multipliées à l'infini, les impossibilités qui peuvent se présenter sont accidentelles, le type de l'expérience reste défini, le caractère est réel. C'est de là que naît le souci d'une exploration systématique et progressive de l'espace, qui nous semble en définir la structure réelle, indépendamment de la manière dont nous l'avons effectivement connue, ou inventée. Pourtant nous croyons qu'il y a dans cette manière de voir une erreur psychologique et épistémologique. Ni en fait, ni même en droit, nous ne trouvons la théorie dans le prolongement de l'expérience. Il n'y a ni continuité, ni parallélisme entre elles. L'esprit forge des constructions imaginaires en s'inspirant de l'expérience, mais sur un autre plan, sans lui être lié. Il confronte ensuite ses œuvres avec elle, mais par retours provisoires et

discontinus. C'est l'œuvre d'un peintre dont les yeux vont parfois du modèle à la toile, mais qui plus souvent encore construit directement et d'imagination ses figures, dont il retrouve parfois les traits dans les corps réels. Ce n'est pas l'œuvre d'un savant qui par une suite de mécanismes ingénieux arrive à photographier d'une manière de plus en plus exacte et approfondie le disque d'une planète. Entre l'expérience et la géométrie, il y a l'effet créateur et libre de l'esprit, dont les œuvres abstraites symbolisent avec la nature, et ne la copient pas.

§ 4. — *Les propriétés d'ensemble de l'espace.*

Nous dirons quelques mots des propriétés d'ensemble des espaces. Elles correspondent, en effet, à des problèmes auxquels on attache parfois une importance philosophique considérable : l'espace est-il ouvert ou fermé, fini ou infini ? Appliquées au monde réel, ces questions ont occupé un grand nombre de penseurs : Grecs curieux d'homogénéité et de finitude, chrétiens attachés à l'image d'un infini dont la démesure les effraie, rendant sensible à l'homme sa misère, mais lui annonçant une destinée. Les physiciens ne les négligent pas, car leur science tend à nous présenter une image totale de la nature et du devenir, et lorsqu'elle se contente de décrire une cellule de l'univers physique, c'est par une sage résignation. Enfin, elles ont un sens expérimental au moins virtuel : un rayon lumineux peut tourner dans l'univers ou s'y perdre, l'énergie peut se disperser à l'infini ou simplement se répandre dans un domaine fini, et y égaliser ses niveaux. Il convient donc de rechercher si, dans le concept mathématique d'espace, nous ne rencontrons pas certaines déterminations inévitables, qui préformeraient par avance notre image du monde physique, nous imposant certains jugements, certaines prévisions objectives, dont la valeur serait liée à l'accord nécessaire de la nature et de l'esprit.

Une telle intention semble d'abord paradoxale, si l'on admet ce que nous avons dit touchant la nature même de la géométrie. Si celle-ci, considérée localement, n'est qu'un ensemble de signes, assujettis à des lois conventionnelles de combinaison, capables de correspondre formellement aux lois physiques, comment en serait-il autrement pour la forme des multiplicités, comment aurions-nous affaire à autre chose qu'à des conventions symboliques, incapables de prédéterminer la réalité, comment l'étroitesse de notre langage et de nos images pourrait-elle être consacrée objectivement ? Pourtant, l'opinion philosophique confère volontiers une valeur universelle à des analogies intuitives et elle érige en dogmes des lois accidentelles ; c'est ainsi que le caractère euclidien de l'espace semble à beaucoup impliquer *ipso facto* son infinitude, tandis que son caractère hypersphérique leur paraît exiger qu'il soit fini. Mêmes des physiciens ont favorisé une telle croyance, en présentant dogmatiquement le caractère fermé de l'univers comme un corollaire de sa structure métrique. Il en est ici comme de la loi de Gauss ou de la conservation de l'énergie dont physiciens et mathématiciens, suivant un mot de Poincaré, s'attribuent réciproquement la justification. Malgré la difficulté du sujet, nous essaierons de donner sur ce point quelques indications très générales.

Qu'est-ce qu'attribuer une forme d'ensemble à l'espace? C'est en déterminer les propriétés topologiques, c'est-à-dire celles qui intéressent les coordonnées, abstraction faite de toute définition particulière, de type métrique par exemple. Ainsi le même point pourra correspondre à des coordonnées différentes, si les courbes de coordonnées s'y croisent. Une courbe de coordonnées pourra se fermer sur elle-même ou non. Sans doute, de telles propriétés peuvent s'introduire dans n'importe quelle multiplicité par un choix particulier des coordonnées; mais ce qui est intéressant, c'est de savoir quelles sont les propriétés qui se retrouvent dans tout système particulier de coordonnées. Les caractères topologiques de l'espace sont donc ceux qui sont invariants dans un changement quelconque de variables, pourvu que celui-ci soit continu. De ce type seront par exemple le fait de ne pouvoir établir un système de coordonnées qui ne se recoupe pas, celui de ne pouvoir définir une transformation de l'ensemble des points qui ne laisse aucun point fixe, l'existence de courbes non réductibles à un point par transformation continue.

Une image de variétés douées de forme est donnée, pour les multiplicités à deux dimensions, par les surfaces de l'espace euclidien. Les courbes de coordonnées correspondront aux courbes tracées sur la surface, et nous aurons, de l'extérieur, une intuition correspondant aux observations intrinsèques et les déterminant. Les propriétés topologiques d'une telle surface appartiennent à toutes celles qui s'en déduisent dans l'espace par déformation continue. On voit donc en quel double sens elles sont conservées dans une homéomorphie, que celle-ci soit prise à l'intérieur de la multiplicité, ou qu'elle porte sur cette multiplicité elle-même dans un espace supérieur.

Parmi les propriétés qui semblent relatives à la forme intuitive des surfaces, il en est de trois catégories : les unes sont tout à fait contingentes et non topologiques, comme la différence d'une sphère et d'un cube, de deux cylindres de section différente; d'autres ne sont topologiques qu'en un sens relatif : elles ne sont pas définissables intrinsèquement, mais elles le sont dans un espace donné; par exemple, un tore présentant un nœud ne peut être ramené dans l'espace ordinaire à un tore simple, mais un observateur lié à ces surfaces ne peut en voir la différence; il suffit d'une dimension supplémentaire pour qu'elles se réduisent continument l'une à l'autre; enfin l'existence d'anses et d'ouvertures sur une surface a un sens intrinsèque et comme absolu.

Deux problèmes se posent alors : définir la nature topologique d'une surface, montrer comment cette nature se reflète dans les propriétés des figures qui peuvent lui être attachées. La topologie peut d'ailleurs, comme toute théorie géométrique, être étudiée en relation avec une interprétation algébrique, ou au contraire d'une manière abstraite; qui la rattache à la théorie des ensembles. C'est ce dernier point de vue qu'adopte par exemple M. de Kerekjarto (1). Pour celui-ci une surface est définie par un assemblage de petits triangles, elle est polyédrique. Sa nature topologique est caractérisée par son genre, qui est le nombre de ses anses, par le nombre de ses contours d'ouverture, enfin par son orientation, qui est liée à celle d'un repère déplacé le long d'une courbe fermée. Cette nature détermine les propriétés des rétrosections, celles-ci

(1) *Vorlesungen über Topologie* (Springer).

pouvant avoir un ou deux bords et se ramener à un nombre déterminé de rétrosections distinctes; elle détermine aussi celles des sections transversales, lignes ouvertes qui touchent une frontière. Elle détermine enfin certaines propriétés des courbes et des faisceaux de courbes que l'on peut tracer dans la multiplicité; on montrera par exemple que sur une surface fermée de genre 0, on ne peut établir de système de coordonnées sans singularité, et que la chose est d'ailleurs impossible en dehors des surfaces annulaires, de l'anneau circulaire et du feuillet de Möbius. On peut faire correspondre aux points singuliers un indice lié à la nature topologique de la surface. On peut étudier les correspondances possibles entre les courbes fermées définies sur la surface; ainsi s'introduisent les concepts d'isotopie et d'homologie auxquels se rattache la définition du groupe fondamental de Poincaré; on peut étudier les intersections des courbes fermées de divers types, et l'on arrive ainsi à la définition de l'indice de Kronecker. Enfin, on peut considérer, d'une manière très générale, le comportement des courbes définies par des équations différentielles, dont M. Hadamard a pu dire, qu'il n'avait presque rien de commun suivant qu'il s'appliquait à des multiplicités de forme différente.

On peut se demander quelles sont les formes possibles d'une surface : il est clair que le nombre des anses ou celui des contours d'ouverture peut être quelconque. La seule restriction qui peut s'introduire est relative aux propriétés d'orientation : c'est ainsi qu'il n'y a pas de surface non orientable entièrement fermée dans l'espace à trois dimensions.

L'intuition ne définit pas la notion de forme pour les multiplicités d'ordre supérieur. Mais il est possible de généraliser les définitions précédentes, en considérant l'espace comme engendré par assemblage de polyèdres connexes. On procédera par abstraction, substituant les cycles aux rétrosections, et caractérisant par exemple l'indice de connexion par le nombre maximum de cycles indépendants qui existent dans la multiplicité. On peut aussi généraliser la représentation plane des surfaces : par une suite méthodique de rétrosections et de sections transversales, on peut toujours ramener une surface à une forme simplement connexe et ouverte, que l'on appliquera sur un domaine plan par simple déformation. Inversement un domaine ouvert simplement connexe est l'image d'une surface quelconque lorsqu'on établit entre certains éléments de sa frontière une identification; suivant le procédé d'identification, on obtiendra des surfaces orientables ou non. Cette méthode s'étend tout naturellement à un domaine ouvert simplement connexe, à un nombre quelconque de dimensions : c'est ainsi qu'un cube dont on identifie successivement les faces opposées donne l'image de la multiplicité annulaire la plus simple. M. Volterra, H. Poincaré ont en particulier construit des modèles remarquables de multiplicités. L'étude des propriétés topologiques de ces variétés n'a pas encore été poussée très loin; elle semble devoir donner des résultats très différents de celle des variétés à deux dimensions.

Quand on associe le concept de forme topologique aux concepts métriques, on arrive à des conséquences très importantes, celles mêmes auxquelles on attribue d'ordinaire un très grand intérêt philosophique. Les géodésiques de la variété, qui sont notre mode naturel d'exploration, présentent alors des caractères remarquables, correspondant à des

expériences physiques au moins virtuelles : elles seront finies ou infinies, se couperont ou ne se couperont pas; la géométrie élémentaire, prise sur l'ensemble de la multiplicité, dépendra à la fois de la structure et de la forme de celle-ci. Une série de grandeurs caractéristiques se trouveront, le cas échéant, déterminées : les rayons de la variété, son étendue, etc.

Le problème le plus important qui se pose maintenant est le suivant : quel est le lien qui existe entre la forme d'une multiplicité et sa structure métrique ? Quelles sont les données qui nous permettent de déterminer totalement les propriétés de l'espace, et quelles hypothèses doivent être à cet égard implicitement admises ? En effet, dans l'application de la géométrie au monde physique, seule la métrique locale peut être justifiée expérimentalement, et c'est par des raisonnements purement théoriques que nous attribuons, à tort ou à raison, une forme et une grandeur d'ensemble à l'univers. Nous avons ici le procédé inverse de celui par lequel on peut déterminer la structure géométrique locale à l'aide de considérations portant sur les mouvements d'ensemble de l'espace.

Les mathématiciens entreprennent seulement l'étude de ce problème. Tout ce qu'il est possible de faire ici, c'est d'en indiquer les thèmes principaux.

Tout d'abord, deux multiplicités dont la forme topologique et la structure métrique sont données peuvent-elles différer par quelque autre caractère, par exemple par l'étendue ? Cette question peut se présenter sous deux formes différentes : existe-t-il des multiplicités de ce genre formant une suite continue, c'est le problème de l'indéformabilité; y a-t-il des multiplicités de ce genre qui soient isolées, que l'on ne puisse réduire les unes aux autres par déformation continue, respectant la métrique ?

En second lieu, une métrique donnée est-elle compatible avec une forme quelconque ? La donnée de l'élément linéaire nous permet-elle de préciser la nature topologique de la variété ?

L'intuition est, sur ces différents points, fragmentaire, irrégulière, et liée à des circonstances manifestement accidentelles; elle est plus instructive lorsqu'elle nous révèle une possibilité que lorsqu'elle montre une impossibilité. Donnons quelques exemples : deux troncs de cylindres peuvent différer par le diamètre et l'étendue; nous ne connaissons pas de surface à ds^2 euclidien qui soit annulaire ou de forme sphérique; la sphère est manifestement indéformable, comme d'ailleurs toute surface polyédrique convexe; par contre il existe des surfaces intrinsèquement indiscernables, mais non superposables par déplacement : par exemple, celles qui sont symétriques par rapport à un plan; mais il n'existe pas de surface homéomorphe à une sphère donnée, et qui ait même courbure sans lui être identique. Mais il est clair que beaucoup de ces faits sont relatifs à l'espace tridimensionnel où la surface est baignée; les figures symétriques deviennent superposables, la sphère déformable, si l'on ajoute une dimension, (il est vrai qu'intrinsèquement, ces faits ne peuvent être mis en évidence). De même la surface de Killing définit un tore à métrique euclidienne. Or, s'il est extrêmement intéressant d'étudier les surfaces dans l'espace à trois dimensions, c'est-à-dire l'ensemble de trois variables, fonction de deux paramètres, il n'y a pas là un point de vue objectif. qu'il suffise de généraliser pour l'espace lui-même, considéré dans une multiplicité d'ordre supérieur.

On trouvera certains résultats exposés au tome III du traité de Darboux ou tome I des « Leçons sur la géométrie différentielle » de Blaschke, par exemple la généralisation aux surfaces convexes des théorèmes sur l'indéformabilité de la sphère, l'énoncé de Weyl suivant lequel il n'existe essentiellement qu'une surface convexe présentant un élément linéaire donné à courbure positive, ou les théorèmes de Hilbert touchant les surfaces à courbure négative. Il faut observer d'ailleurs que l'on ne peut exclure l'existence de certaines formes qu'en imposant aux surfaces de n'avoir pas de lignes singulières. C'est ainsi qu'on écartera la surface hélicoïdale de Minding pour les multiplicités à courbure constante négative. On écartera même les surfaces à courbure constante positive formées par jonction de deux sphères auxquelles on a enlevé respectivement une calotte. Encore faut-il bien voir la nature de cette singularité : elle n'a d'intérêt que si elle est intrinsèquement définissable. Voici une sphère dont on enlève une calotte, que l'on resoude sur son contour, après l'avoir retournée. Nous avons une surface nouvelle, que nous ne saurions superposer à l'ancienne. Elle a une ligne singulière, pour un observateur extérieur; mais cette frontière n'a aucun sens intrinsèque. Il est vrai qu'intrinsèquement les deux surfaces sont totalement indiscernables : elles ont même étendue, mêmes caractères. Il en est tout autrement pour les formes à courbure constante que propose F. Klein, la sphère d'une part, la surface de révolution engendrée par la tractrice de l'autre, n'étant que des cas limites de surfaces en quelque sorte périodiques.

Il faut évidemment chercher un point de vue plus général et intrinsèque pour définir les formes. On pourrait interpréter le ds^2 dans un espace à nombre quelconque de dimensions, mais il n'est pas sûr a priori que l'on puisse réaliser toutes les connexions intrinsèquement possibles. On pourrait aussi, raisonnant du point de vue cayléen, chercher quelles métriques peuvent être définies, d'une façon régulière, sur une multiplicité de forme donnée. C'est ainsi qu'on montre, par un raisonnement qui s'appuie sur les formules d'Euler, qu'une sphère ne peut être recouverte régulièrement d'une métrique euclidienne. Mais il y a dans ces procédés quelque chose d'artificiel et d'imparfait. Nous voudrions pouvoir engendrer tout l'espace par enchaînement de domaines élémentaires et saisir comment la structure de ces domaines détermine, d'une manière en quelque sorte absolue, les raccordements possibles et la forme de l'espace. La méthode la plus générale est celle qui consiste à engendrer les diverses formes par identification des contours d'un domaine ouvert et simplement connexe, où le ds^2 soit naturellement régulier. Il faut seulement que sur les contours identifiés les repères métriques soient superposables. Le problème fondamental est alors celui-ci : déterminer dans le plan métrique les contours identifiables. Un certain nombre de faits deviennent alors évidents. On obtient le tore de Killing, qui équivaut à la surface de Clifford-Klein, en identifiant les côtés respectivement opposés d'un rectangle. (On arriverait d'ailleurs à un résultat équivalent en considérant comme distinctes la face interne et la face externe d'un tronc de cylindre, et en les mettant dans le prolongement l'une de l'autre.) Inversement, pour obtenir une surface entièrement fermée à partir du domaine initial, on doit identifier l'ensemble des points d'un contour, et fixer sur ce contour le prolon-

gement des repères métriques. Ce contour doit être de longueur nulle, et la seule composante du repère qui intervient est sa composante normale. Comme il n'y a pas dans le plan euclidien de contour fini de longueur nulle, on voit directement pourquoi il ne peut y avoir de multiplicité euclidienne de forme sphérique.

M. Cartan est parti d'un point de vue analogue dans son étude des variétés riemanniennes à ds^2 euclidien. Il considère la variété comme développée sur un espace euclidien de recouvrement de telle sorte qu'à chaque point correspondent autant de points qu'il y a de géodésiques joignant sur la variété le point initial à une origine donnée. Le groupe qui échange ces points entre eux constitue le groupe d'holonomie; il correspond aux applications successives de la variété dans son déroulement sur l'espace de recouvrement. On engendrera donc les diverses formes possibles en définissant le recouvrement de l'espace euclidien au moyen des opérations du groupe d'holonomie appliquées à un domaine fondamental. Ces opérations définissent des domaines successifs dont les frontières sont identifiables, ainsi que les repères métriques y adjacents. Le problème fondamental consiste donc à déterminer le groupe d'holonomie, qui est fait dans le cas considéré de translations et de symétries. La définition des formes possibles devient alors un problème de combinatoire. M. Cartan a généralisé cette méthode, en l'appliquant aux surfaces à courbure variable négative ou nulle; le groupe d'holonomie devient le groupe de connexion qui s'applique à l'espace simplement connexe de recouvrement. Il peut être curieux de noter l'identité du procédé par lequel M. Cartan généralise l'idée de forme et celle de structure : dans les deux cas il retient, par abstraction, comme définition du concept, une conséquence des définitions ordinaires : la juxtaposition des repères métriques parallèles sur la multiplicité, celle des domaines de développement sur l'espace de recouvrement, et il caractérise l'opération par laquelle nous passons de chacun d'entre eux au suivant (1).

La détermination des formes possibles de l'espace à partir du groupe de connexion correspond à celle de ses structures à partir du groupe des déplacements, telle qu'elle nous apparaît dans la géométrie non-euclidienne classique. Et nous sommes amenés par là à nous demander si nous avons le point de vue le plus général possible touchant la forme de l'espace ? D'un point de vue strictement théorique, le problème n'a guère de sens : ne choisissons-nous pas librement nos définitions, et les restrictions auxquelles elles doivent satisfaire ? Les espaces riemanniens sont des espaces dans la mesure où il nous plaît de les nommer tels, et de même les espaces à torsion de M. Cartan. De même les formes possibles sont définies par les raccordements imaginables entre les contours d'un domaine fondamental, et si surprenantes que soient les limitations qui se présentent, elles sont des faits expérimentaux, matériels, plus ou moins réguliers, comme ceux qui touchent la résolubilité par radicaux des équations ; elles apparaissent dans leur véritable nature lorsqu'elles sont associées à des phénomènes simplement combinatoires.

Mais le problème véritable n'est pas là. Ce qui nous touche dans cer-

(1) Voir : *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*. M. Cartan a d'ailleurs jeté les fondements d'une étude systématique et immense des propriétés intégrales des espaces à partir de la théorie des groupes.

tains des résultats signalés, c'est que, d'une manière indirecte, la structure du monde physique se trouverait déterminée dans son ensemble, comme si la raison géométrique impuissante à définir a priori la structure de l'espace, pouvait, à partir d'une étude locale, en déterminer normativement la forme. Celle-ci ne pourrait être prédite par une intuition intérieure, mais pourrait être définie de l'extérieur, par une sorte d'encerclement logique. Nous aurions ici un dernier reflet de la conception dogmatique et législatrice de l'esprit.

Nous savons bien, il est vrai, que le ds^2 local peut être prolongé arbitrairement, qu'une surface peut être raccordée à une surface de nature toute différente. L'expérience seule ne nous permet donc pas de préjuger de l'ensemble de l'espace, mais peut-elle le faire si on lui adjoint le principe de raison suffisante, sous forme d'un principe d'homogénéité de l'espace vide ? Il faudrait évidemment définir celui-ci d'une manière plus précise. Implique-t-il la libre mobilité de l'ensemble de l'espace sur lui-même ? Il ne le semble pas. Nous ne devons imposer que des conditions proprement locales, comme le caractère constant de la courbure. Mais ne pourrions-nous pas aller plus loin, et exiger que tous les points soient équivalents comme origines des coordonnées ? La chose est acceptable, mais ne nous permet pas a priori de choisir entre des multiplicités de connexions différentes : sur le tore à métrique euclidienne, comme dans l'espace normal, il nous est impossible de trouver une origine privilégiée. Mais nous pourrions exiger encore que toutes les directions soient équivalentes, ce qui exclut immédiatement toute surface annulaire ; d'une manière plus générale, l'homogénéité de l'espace semble exiger qu'il soit simplement connexe. S'il en est ainsi, on évite malaisément l'idée qu'il est entièrement déterminé, dans sa forme et son étendue.

Cette conclusion est, à certains égards, satisfaisante. On peut éliminer assez facilement certaines dissymétries superficielles entre le cas de l'espace euclidien et celui de l'espace riemannien à courbure constante, en considérant que le premier est fermé à l'infini, et qu'il est lui aussi indéformable ; et il est probable qu'une symétrie formelle du même genre doit se retrouver pour les multiplicités de connexion supérieure.

Mais on peut, inversement, être surpris par ce résultat. Il est bien malaisé d'admettre que, même dans l'hypothèse d'une homogénéité des régions élémentaires de l'espace, la connaissance de la structure locale détermine celle de l'ensemble ; que, pour prendre une application physique, du fait que les rayons lumineux définissent en chaque point une métrique euclidienne, on puisse conclure que deux rayons issus d'un même point ne se rencontreront jamais plus. C'est là un sentiment confus, comme celui par lequel nous doutons qu'on puisse jamais mettre en évidence le mouvement absolu de la terre.

Quand nous montrons, par un raisonnement élémentaire, qu'il ne peut y avoir dans l'espace plus de cinq polyèdres réguliers, nous voyons, par une intuition claire, que, dans la mesure où nous acceptons de donner à un objet physique le nom de polyèdre, nous serons obligés de lui attribuer les propriétés formelles des polyèdres abstraits, nous saisissons le parallélisme, la superposition du schéma théorique à l'objet matériel, et par là même la nécessité où est celui-ci de vérifier les propriétés de celui-là. En est-il ainsi pour l'espace ? Assurément, nous ne pouvons pas

en embrasser la forme d'une seule intuition, sans être dupes d'allégories tout à fait limitées, imparfaites, fragmentaires, comme est l'image d'une surface finie de l'espace à trois dimensions. Mais n'apercevons-nous pas clairement, intuitivement, l'enchaînement des parties de l'espace, n'en voyons-nous pas le prolongement indéfini et homogène aussi clairement que celui de la série des nombres entiers, ne saisissons-nous pas par là comment l'ensemble de l'espace doit pouvoir être divisé en domaines simplement connexes et ouverts, raccordés sur leurs frontières, et comment les lois intrinsèques de ces raccordements, telles que nous les déterminons dans notre voisinage, sont celles des connexions possibles, la disposition empirique de l'univers pouvant exclure certaines des formes possibles, non en créer d'autres ? Nous craignons bien que cette intuition ne soit illusoire : une intuition de ce genre aurait aussi bien exclu la géométrie non-archimédienne.

En sens inverse, l'indépendance de la structure locale et de la forme de l'espace est loin d'être axiomatiquement claire, et peut être tout à fait illusoire. Nous n'avons, d'autre part, aucune image nous montrant la possibilité logique de cette indépendance, au sens où nous voyons clairement qu'un corps peut ne plus être superposable à lui-même après déplacement, et qu'ainsi la connexion métrique n'est pas intégrable a priori dans l'espace.

Il est donc certain que si nous entendons décrire les propriétés géométriques du monde physique dans un langage donné, nous ne disposons que d'un nombre très réduit d'exemplaires théoriques de l'univers, compatibles avec l'expérience; la structure en détermine la forme. Mais faut-il attribuer à ce langage une valeur absolue, croire que nos schémas, nos constructions symboliques déterminent objectivement la réalité ? Nous ne le pensons pas, et nous croirions plutôt que toute notre science mathématique est essentiellement relative, non seulement à l'homme, mais à une époque de sa pensée symbolique; et de sa figuration abstraite de l'univers. Il est probable que nous arriverons à généraliser l'idée de structure, et celle de connexion, et, dans les deux cas, celle d'homogénéité de manière à laisser indéterminée, en dépit de l'expérience physique locale, la forme d'ensemble de l'univers, sans que soit mis en échec le principe de raison suffisante.

Si nous avons insisté sur des pensées par ailleurs très imprécises, c'est que l'on renonce malaisément à prédéterminer dogmatiquement les phénomènes au nom d'un fantôme de rationalité; ainsi l'on convient que les Grecs s'attachaient à tort aux mouvements circulaires, que Kant imposait indûment à la théorie physique les cadres de l'espace euclidien, mais on a l'illusion qu'il serait possible d'arriver sous la pression de l'expérience locale à une définition parfaite de la structure théorique de l'univers qui s'étendrait naturellement au delà de cette expérience, et l'achèverait. Ainsi se perpétue la pensée que les nombres gouvernent le monde, chaque siècle songeant à « ses » nombres, et prétendant plier la nature aux lois de ses allégories et de son langage. Mais les nombres imitent le monde, et ne le préforment pas, et la raison mathématique, comme la raison métaphysique est incapable d'en prédéterminer la nature. Est-ce à dire que le progrès de la science soit vain ? Assurément non, mais dans son usage objectif, il est étroitement solidaire de celui de l'expérience, et il ne réforme pas notre image de la raison. Il peut nous

plaire d'appeler raison un ensemble d'hypothèses, de principes, d'allégories, que l'expérience rend précieux, de parler d'évolution de la raison géométrique ou physique : c'est là une figure de langage acceptable, pourvu qu'il soit entendu que nul mode nouveau de comprendre, que nul type de vérité n'est créé par là, que les concepts nouveaux ne peuvent être vrais en un sens dogmatique, et surtout que, établis pour une zone limitée de l'expérience, ils n'ont aucun rôle normatif, et ne peuvent, faisant fonction d'a priori, préformer objectivement l'au delà expérimental.

SECTION III

L'espace et le temps physique

CHAPITRE I

Le problème traditionnel

Nous pouvons résumer en quelques mots les remarques auxquelles nous sommes arrivés jusqu'ici. Tout d'abord, nous avons essayé de saisir dans l'espace et le temps l'élément intuitif qui fait l'unité du monde sensible et celle du moi. Il nous est resté, de cet effort pour appréhender dans l'expérience une trame solide, un sentiment assez étrange. L'esprit est dispersé à travers le monde, sur les routes de l'espace et du temps; son unité n'est pas celle d'un objet, mais celle d'une clarté, répandue sur la face des choses extérieures; il est prisonnier des images, et celles-ci se jouent en lui comme des oiseaux sur un arbre; et l'âme n'est pas moins égarée dans son propre temps, incapable de saisir son unité et son enchaînement intérieurs; elle n'est pas plus proche d'elle-même dans les paroles de la mémoire que dans les battements du cœur ou les rayons du soleil. Espace et temps ne sont que des unités de perception et de discours, qui ne nous révèlent rien de substantiel, et se défont à l'analyse.

Nous avons soumis à une étude semblable la raison géométrique par laquelle, suivant une opinion très ancienne nous accédons à un monde solide et comme éternel; mais l'esprit, nous l'avons vu, n'accède pas à deux ordres de réalité. Le mathématicien considère des architectures de signes, dont l'apparence est souvent si curieuse qu'elle semble nous révéler une intention, une sorte de prédestination, comme si nous retrouvions les vestiges d'un monde oublié, comme si nous revivions une expérience d'un ordre plus élevé. Mais nous ne sommes en face que d'inventions ingénieuses, d'un admirable artifice, d'une œuvre profondément terrestre. Ni l'espace du géomètre, ni celui de la sensation ne sont les colonnes clairement aperçues d'une demeure réelle.

Qu'importe, cependant, si nous pouvons définir par une autre voie la nature véritable des choses, la connaître par la science au moins dans ses grandes lignes, avoir une idée claire de sa structure spatio-temporelle? Que nous importe aussi le caractère purement logique et symbolique des géométries si nous pouvons, par une autre voie, par intuition ou par raison, choisir entre celles qui sont théoriquement possibles celle qui nous décrit l'armature géométrique du monde? Mais en est-il vraiment ainsi?

A) L'IDÉE DU MONDE PHYSIQUE. — L'ESPACE PHYSIQUE.

Jetons encore un coup d'œil sur la doctrine kantienne, et sur le rôle qu'y joue la théorie de l'espace et du temps. L'esthétique transcendantale a un double intérêt immédiat : D'une part elle met en lumière l'unité sensible de l'espace et du temps, pris comme des notions claires et distinctes, à la manière de Descartes : c'est en fait, et implicitement, la consécration métaphysique du nativisme. D'autre part, elle sous-tend la théorie de la connaissance géométrique, elle donne une matière aux jugements synthétiques a priori, et rend possible une certitude intuitive en quelque sorte « sublimée ».

Mais elle a une portée lointaine, et plus considérable encore : l'espace et le temps sont les cadres mêmes de la connaissance profonde de la nature. Ils se combinent aux principes de l'entendement pur, et forment les schèmes, grâce auxquels l'enchaînement des phénomènes nous devient intelligible. Ils sont aussi le cadre où nous reconstruisons, derrière les apparences sensibles, une nature objective et abstraite, celui de la théorie physique.

C'est ici la tâche principale de l'esprit, car les mathématiques, en elles-mêmes, peuvent n'être qu'un jeu, la perception peut n'être qu'un faisceau d'apparences curieuses ou utiles, mais l'esprit humain peut-il renoncer à comprendre la nature et le sens du monde extérieur, sans abandonner toute sa dignité?

*
**

Comment entendons-nous d'ailleurs la réalité du monde physique?

Les apparences sensibles varient, et les objets que nous désignons d'un même nom ne peuvent être définis d'une manière uniforme et fixe. Le même son paraît intense à l'un, et presque imperceptible à l'autre; l'observateur immobile le trouve grave, mais celui qui se meut juge qu'il est aigu. La connaissance vulgaire est donc une langue mal faite. Mais l'homme cherche dans la science objective une langue meilleure où le même terme exprime pour tous les hommes la même réalité, il invente un monde d'objets absolus; quant aux apparences variables désignées autrefois d'un même nom, nous jugeons qu'elles correspondent à des phénomènes en réalité différents, liés au phénomène objectif, dont elles sont à la fois l'effet et l'image. En ce sens, nous pouvons dire que la science, dans la mesure où elle cherche à établir une correspondance univoque entre les noms et les choses, incline nécessairement vers l'invention d'un monde physique absolu.

Or, ce monde peut être considéré de deux manières. Les uns n'y voient qu'un ensemble de symboles, une construction purement allégorique, une loi de correspondance abstraite entre des schémas, qui nous permet d'unifier, d'ordonner, de prévoir les faits physiques, c'est-à-dire en définitive, des ensembles de sensations. C'est ainsi que l'indo-européen n'est pour les linguistes qu'un système de correspondance entre les racines de diverses langues.

Les autres jugent, au contraire, que ce monde des phénomènes théoriques est la réalité même, et l'on peut dire qu'après une longue période

de positivisme, la grande majorité des savants contemporains est, provisoirement, mais résolument, réaliste. Nous n'insisterons pas sur ce point, que les beaux travaux de M. Meyerson ont mis en pleine lumière. Mais il faut avouer que l'unanimité est d'autant plus belle que le sens du mot « réalisme » est plus mal défini.

S'agit-il, en effet, d'un réalisme purement expérimental? On voudra dire sans doute que le progrès de l'expérience nous permettra de mettre directement en évidence des objets supposés réels; ainsi les atomes ont été jusqu'à ce siècle-ci une hypothèse commode, mais ils ont acquis désormais une réalité expérimentale. Ce point de vue est légitime, mais il semble insuffisant. Tout d'abord il n'y a jamais d'intuition directe d'un objet théorique; nous ne sommes jamais en présence que d'effets plus ou moins lointains de causes hypothétiques. En réalité, il n'y a pas de passage brusque d'une existence théorique à une existence expérimentale, il vient seulement un moment où l'hypothèse théorique devient la seule possible, et où elle n'est plus seulement rendue plausible par induction, mais prouvée par élimination des autres. D'autre part, l'expérience ne peut pénétrer indéfiniment au sein des phénomènes; de tout temps, les philosophes se sont rendu compte que les lois physiques ne pouvaient être justifiées que dans les limites d'une certaine précision, et que le perfectionnement de nos méthodes d'observation et d'expérimentation n'irait pas à l'infini. Cette pensée a trouvé une expression audacieuse dans certains principes d'indétermination dont nous parlerons à la fin de ce livre. Faut-il donc croire qu'au delà d'une certaine limite, l'analyse des phénomènes n'a plus de sens, et que les hypothèses de structure ne correspondent plus à aucune réalité? Cela est beaucoup dire, et cette interdiction d'imaginer semble arbitraire, parce qu'elle repose sur une définition arbitraire de la réalité physique: il y a des choses qui par nature ne peuvent être objets d'expérience directe; ce sont celles du genre des forces, qui ne peuvent être perçues que dans les accélérations; des corps du genre de l'éther, dont seul le mouvement a un sens physique (peu importe ici que la théorie correspondante soit ou non en faveur.) Il en est dans l'ordre physique comme dans l'ordre mental: certains auteurs ne veulent retenir de l'esprit que les images, conscientes ou inconscientes, dont il est peuplé. Mais il est quelque chose qui en guide le devenir, qui les évoque suivant des lois mécaniques ou providentielles, qui n'est pas lui-même image, qui ne peut être objet de conscience. C'est pourtant là une « réalité physique ».

Mais quel autre sens donner au mot « réalité physique »? Ce ne peut être qu'un sens en quelque sorte théologique: le monde réel est l'image qu'une pensée surhumaine et pourtant analogue à celle de l'homme, localement analogue pourrions-nous dire, ayant même structure infinitésimale, peut avoir du devenir, parallèlement à notre sensation. Ou bien le mot réalité est un mot vide, et n'a qu'un sens purement pragmatique et symbolique, ou bien il est une allusion à la manière dont Dieu pense le monde (nous prenons le mot Dieu dans un sens entièrement indéterminé mais quasi transcendant). Dire que la science est profondément réaliste, c'est admettre qu'elle se prolonge implicitement, mais d'une manière inévitable, en une métaphysique du réel.

Il faut, en tout cas, nous affranchir d'une illusion tenace, celle qui nous montre la réalité physique immanente au monde sensible, et

consubstantielle à lui, transfigurée en ce qui touche le divers dont elle est peuplée, mais adéquatement perçue en son cadre spatio-temporel. Nous aurions là deux aspects complémentaires et corrélatifs de la réalité, nécessairement doués d'une structure commune; ainsi le temps physique devrait imiter le temps de l'âme, et être figuré en lui. Mais si ce que nous avons dit au début de ce travail est exact, le réel n'est pas au sensible ce qu'un tableau impressionniste vu de près est à son apparence, lorsqu'il est vu de loin; entre le monde de la représentation, issu de notre passé et de la réalité extérieure par un ouvrier inconnu, et le monde de jugements, invention commune des esprits, qui est l'expérience du savant, il y a une différence foncière. Le second représente peut-être une réalité objective, mais transcendante au premier, et que nous ne pouvons lui raccorder que par allégorie. De même que la réflexion du savant arrête le soleil dont la perception ordinaire s'obstine à nous montrer le mouvement, ainsi la réflexion métaphysique doit restituer au réalisme scientifique sa véritable signification; il faut nous défaire de l'idée d'un monde réel perçu sous les espèces sensibles, et ne point prétendre lui imposer de lois sous prétexte de rendre possible cette singulière transfiguration. L'espace et le temps eux-mêmes sont soumis à cette destinée; et sans doute il y a dans la réalité première quelque élément qui leur correspond et en détermine l'apparence; mais il y a sans doute autant de différence entre eux et lui qu'entre le divers sensible et le divers physique qu'il symbolise.

A vrai dire, la réalité du physicien ne semble pas sur le chemin de la réalité première, bien que le sens commun y voie parfois le terme dernier accessible à l'homme dans la direction de celle-ci. C'est un schéma de mesures, de concepts, de lois, plus ou moins proches du sensible, une invention de l'esprit, qui fait plutôt vis-à-vis à la réalité métaphysique, qu'elle n'en est l'image imparfaite mais directe. Elle possède une objectivité qui semble dépasser sa simple valeur pragmatique. Mais de quelle nature est-elle, s'il ne s'agit pas d'un acheminement vers le réel? Kant croyait l'avoir définie d'une manière inébranlable, par les exigences fondamentales de l'esprit, par sa conformité aux principes a priori. Mais si les thèses que nous avons soutenues jusqu'ici sont exactes, cet a priori n'a rien de solide. Il faut donc, ou bien accepter un empirisme radical, ou chercher de nouveau l'objectivité de la physique dans sa valeur d'allusion au métaphysique. C'est à celle-ci que se rattachent toutes les conditions non strictement expérimentales qui peuvent être imposées à la reconstruction intellectuelle du monde sensible.

L'espace et le temps objectifs suivent le sort de la réalité physique, prise indivisiblement, et à chaque aspect de celle-ci correspond pour eux une apparence et un rôle différents. Au terme extrême de l'objectivité, nous trouvons la figure métaphysique du réel: il prend une forme spirituelle, qu'il s'agisse des idées platoniciennes ou des monades de Leibniz. L'espace lui aussi dépouille alors sa nature corporelle, il devient un ordre idéal de coexistence; lieu des esprits, il tend à s'incorporer à Dieu. C'est dire que l'analogie de l'espace-corps nous semble désormais grossière, sans qu'une intuition plus précise la remplace. Le temps, au contraire, prend une réalité singulière, une nature créatrice, il détermine le devenir, comme le déploiement d'une conscience; il n'est pas simple disposition, mais élan et invention.

Nous pouvons prendre la réalité sous une forme plus proche de nous et de notre expérience sensible, qu'elle se présente comme du métaphysique transposé (c'est alors la cosmologie du Timée, la figure matérielle de la monadologie, le Dieu de Spinoza pris dans son attribut d'étendue), ou qu'elle soit construite sans appel à une métaphysique explicite, suivant les seules lois de l'esprit (c'est le système kantien de la nature, et c'est même, au fond, le mécanisme cartésien). L'espace revêt alors un être plus concret, le temps perd sa nature vivante et devient lui aussi un cadre matériel. Tous deux gardent pourtant une valeur explicative singulière; ils guident le devenir; le déplacement spatio-temporel est l'élément primordial auquel la nature se réfère dans la détermination du devenir; c'est pourquoi la géométrisation des phénomènes nous semble représenter un gain dans l'ordre formel et dans l'ordre rationnel à la fois.

Enfin, le progrès des sciences nous incline à représenter le divers physique par des schémas faits de nombres et de grandeurs abstraites. Espace et temps finissent à leur tour par n'être plus que des variables abstraites, se référant indirectement à des expériences réelles ou virtuelles, ils ne sont plus que les éléments d'une figuration symbolique, et sont affranchis dès lors de toute loi de forme intuitive. Rien ne nous empêche d'introduire des espaces de configuration, de parler d'un espace-temps à cinq dimensions, où l'électricité définisse une dimension, de dédoubler le temps en deux paramètres. Si l'idée de géométrisation continue à nous émouvoir, si l'inertie dans de telles multiplicités nous semble encore le type d'un phénomène intelligible, c'est parce que nous nous référons, implicitement, à l'image semi-métaphysique de l'espace et du temps, et que nous lui conservons son ancien prestige.

C'est ainsi que se reflète, dans ces notions mêmes, le passage d'une définition métaphysique de la réalité à sa figuration intuitive et à sa représentation purement symbolique.

**

Nous voyons maintenant ce que signifie, sur le plan objectif, l'opposition des théories relationnelles aux théories réalistes de l'espace et du temps, et pourquoi Leibniz et Clarke, dans une polémique célèbre, n'ont jamais pu s'accorder, faute de raisonner dans le même plan de réalité. Laissons tout d'abord certains arguments d'un type assez étrange : Leibniz demande pourquoi Dieu aurait créé le monde ici plutôt que là, maintenant plutôt qu'en une autre époque du temps. Ceci suppose que l'espace et le temps ont une substance distincte de celle du monde physique, et que la création en est antérieure à celle de ce monde ; hypothèse peu intelligible, en effet. S'il s'agit simplement de comprendre pourquoi dans un milieu corporel uniforme la matière est ici et non ailleurs, on répondra que c'est là un fait irrationnel, comme il en existe nécessairement. Si nous voulions appliquer aussi radicalement le principe de raison suffisante, nous prouverions tout aussi bien que l'espace ne peut avoir un nombre déterminé de dimensions, l'univers un nombre déterminé de molécules. Un argument de ce genre ne pourrait guère avoir une valeur que dans l'hypothèse d'un espace et d'un temps infinis et vides, où notre univers occuperait une place unique. Ce qui nous choque au fond, c'est l'anthropocentrisme de cette conception. Mais rien

ne nous contraint d'admettre que l'espace ne soit pas une substance physique, corporelle, et qu'il soit infini et vide. S'il est infini, il est probable que les mondes aussi sont en nombre infini.

Laissons encore les arguments liés à une conception purement prédictive des relations qui prouvent surtout l'insuffisance de la logique de l'attribution (1) et venons-en au fond des choses. Leibniz considère le réel comme formé de monades spirituelles. Celles-ci ne peuvent être logées dans un espace corporel, substantiel. Que serait donc l'intervalle, le lieu des esprits, s'il était une chose? un vide métaphysique, c'est-à-dire un néant. Il faut donc qu'il soit une pure relation de coexistence. Or, le monde physique n'est rien que le monde métaphysique, vu en quelque sorte à l'envers. Les monades y apparaissent comme corps, mais l'espace et le temps y conservent leur nature purement relationnelle. Quant au monde sensible, qui n'est rien que la description de la monade elle-même, il symbolise avec le monde physique, et le représente. C'est ainsi qu'il faut, semble-t-il, interpréter la théorie singulièrement obscure de l'auteur de la *Théodicée*. On voit aussitôt quel en est le point faible : certes le lieu des esprits n'est pas une chose au sens matériel; c'est un lieu spirituel, dans la mesure où ces deux mots ont un sens défini. Malebranche et Spinoza l'ont bien compris, qui, en des sens très différents, ont fait de Dieu ou de l'un de ses attributs, le lieu des âmes et l'unité substantielle des modes. Nul ne songerait pourtant à dire que Dieu est une relation entre les esprits. Maintenant il est bien difficile de comprendre comment un lieu métaphysique peut se transfigurer en espace physique, mais il ne l'est pas moins de comprendre comment des monades obscures peuvent se présenter comme des corps, et avoir des attributs mécaniques, comment le *conatus* intérieur peut apparaître sous forme d'inertie.

**

En fait, si nous renonçons à lier le monde physique à une théorie métaphysique de la réalité, la nature de l'espace objectif est aussi simple que celle de l'espace sensible : il est un corps indéfini et doué de quelque homogénéité, pénétrable aux autres corps et déterminant leur mouvement d'inertie. Nous verrons plus loin en quel sens il peut être dit absolu ou relatif; mais de toute manière, il possède une existence objective, réelle, et non relationnelle.

N'est-il pas une abstraction? Assurément, il peut être considéré comme tel, c'est-à-dire que nous pouvons raisonner à son sujet en négligeant toute l'expérience directe que nous pouvons en avoir, le traiter comme un simple paramètre. Mais c'est le sort de tous nos concepts physiques : la matière, l'électricité, la masse, les forces sont aussi des abstractions. Le monde physique se présente à nous soit comme une chose, connue d'ailleurs par simple allégorie, soit comme un schéma verbal et numérique, qui seul peut correspondre exactement à l'expérience. Les phénoménistes prétendent que le second seul a une réalité, purement mentale d'ailleurs, et qu'il n'y a pas de monde physique objectif. La chose est un peu étrange; cet accord entre les perceptions des hommes, ces

(1) Les logisticiens, comme Russell défendent souvent une théorie de l'espace absolu.

lois qui les régissent sous leurs divers aspects, macroscopiques et microscopiques, n'ont-elles pas une raison extérieure à nous; toute la réalité est-elle épuisée par notre représentation, ou du moins se réduit-elle, hors de celle-ci, à des lois, à des relations les prédéterminant? Il est bien difficile de donner un sens à ces mots, car une loi ne peut exister que dans une pensée. Veut-on dire que Dieu n'a égard qu'aux expériences particulières pour les déterminer? On voit que nous n'échappons à une ontologie physique que pour admettre une ontologie spirituelle. Quoi qu'il en soit, le sort de l'espace est solidaire de celui du divers physique; ils sont ensemble choses réelles ou simples relations, c'est-à-dire êtres imaginaires qui ne servent qu'à prévoir les faits sensibles.

On montrerait aisément que le concept d'un espace objectif ne possède aucun privilège, mais n'enferme aucun paradoxe qui lui soit propre. Nous avons déjà réfuté l'idée suivant laquelle l'élément spatial serait dans l'expérience essentiellement mesurable. L'espace n'est pas non plus une donnée plus foncièrement nécessaire que les objets individuels. Concevoir n'est rien d'autre que représenter par des termes symboliques, et, dans l'ordre objectif comme dans l'ordre abstrait notre liberté est entière : de ce que la suite des nombres est naturellement infinie, il ne suit pas que celle des points de l'espace le soit; nous pouvons concevoir qu'un corps soit isolé et que rien n'existe hors de lui, que la réalité ne soit en rien spatiale; c'est ici affaire de simples conventions. Reste, il est vrai, que souvent les lois de notre imagination déterminent les caractères de nos concepts, mais il nous suffira de rappeler ici ce que nous avons dit touchant l'espace sensible, le caractère imparfait de notre intuition, et la fausse pensée d'une grandeur donnée adéquatement dans son infinitude et sa nécessité. Inversement, il n'y a rien de paradoxal dans le concept d'espace objectif, pour qui ne cherche pas à formuler de pseudo-antinomies comme celle du point, dont parle Russell. Dira-t-on que l'espace étant homogène, le mouvement en lui n'a pas de sens? Voudrait-on donc que chacun de ses points portât un signe local absolu? L'existence de l'espace nous montre, au contraire, comment deux corps peuvent être identiques sans coïncider. Kant considère comme paradoxal, et par là même très significatif, le fait qu'il existe dans l'espace des figures intrinsèquement indiscernables, et pourtant non superposables. L'exégèse de cette idée a tenu longtemps en philosophie une place aussi grande que celle des apories de Zénon d'Elée, qu'on y vit une preuve de l'ignorance de Kant en mathématiques, ou de son génie dans le discernement des caractères essentiels. Nous avouons ne pas voir où réside le paradoxe. Il ne s'agit évidemment pas de faits intuitifs que l'analyse ne saurait exprimer, puisque rien n'est plus simple que de traduire algébriquement la différence de deux figures symétriques et de définir l'opération de retournement, qui prend place à côté des déplacements en général, parmi les transformations linéaires. Est-il choquant de ne pouvoir distinguer par des mesures intrinsèques l'orientation d'un trièdre, et plus généralement d'un solide? Mais cela prouve simplement que l'orientation est une propriété relative, comme la grandeur dans l'espace euclidien; deux trièdres peuvent ne différer que par l'orientation, comme deux triangles peuvent ne différer que par leur grandeur, s'ils sont semblables, comme deux figures superposables peuvent ne différer que par le lieu. Dira-t-on, enfin, que les symétries se réduisent aux déplacements dans

un espace supérieur? La chose est bien connue, mais où veut-on en venir? Quel que fût le nombre de dimensions de l'espace, on y trouverait toujours des figures symétriques non superposables, qui le deviendraient par adjonction d'une dimension.

Enfin, il est clair que l'espace objectif ne peut être directement objet d'expérience; mais il en est ici comme de toutes les notions dernières de la théorie physique.

B) PROBLÈMES PROPRES AU TEMPS.

§ 1. — *Divers aspects du temps physique.*

S'il est relativement aisé de définir, dans les divers plans d'objectivité, la nature et le rôle de l'espace physique, il n'en est pas de même du temps. Sans doute, dans la mesure où le monde physique n'est qu'un schéma abstrait, renvoyant à des expériences physiques, le temps joue un rôle analogue à celui de l'espace; il n'est lui aussi qu'un nombre, déterminé par des expériences physico-géométriques régulières; il n'est qu'un paramètre symbolique. Il est même curieux d'observer quel rôle symétrique jouent les variables espace et temps dans l'expression des phénomènes, si l'on adopte certaines conventions d'écriture. La théorie relativiste a tiré un grand parti de ces symétries formelles, considérées à la fois comme une fin et comme un procédé heuristique. D'autre part, il peut être commode, pour guider nos raisonnements, de représenter dans l'espace ces diverses coordonnées; à la variable t correspondra une dimension, c'est-à-dire un axe particulier. Il serait d'ailleurs déraisonnable de prétendre que nous avons par là « spatialisé » le temps, de même qu'il serait absurde de dire que nous avons linéarisé le point elliptique, sous prétexte que la géométrie elliptique est celle de la gerbe. Nous avons simplement figuré dans l'espace le paramètre temps, comme nous figurerions les vitesses, les énergies, ou n'importe quelle grandeur physique.

Mais dès que nous essayons de rattacher ce schéma numérique à une idée objective du temps, nous retrouvons, transposée et accrue, la difficulté qui s'était présentée lorsque nous étudions le temps sensible. La connaissance de celui-ci, disions-nous, n'est pas celle d'une chose, mais d'une instabilité et d'une destinée. Cette double nature se retrouve dans l'image concrète du temps physique; celle de l'espace est celle d'un milieu capable de guider le mouvement, et le schéma numérique s'y applique adéquatement, mais il ne s'applique pas à celle du temps, parce qu'elle est celle d'un ordre, d'un effort, d'un élan, mais non d'un cadre corporel. La dissymétrie profonde de l'espace et du temps revient ici en pleine lumière. D'une part, le temps ne peut être représenté comme un milieu; tandis que l'espace est un certain corps enveloppant les corps particuliers, le temps ne peut être un devenir amorphe enveloppant les devenirs particuliers; il n'a pas de substance hors des changements particuliers, il ne peut être qu'un ordre; d'autre part, il n'est pas, dans la pensée courante, le guide du devenir, mais son principe intérieur. C'est pourquoi nous sommes satisfaits quand la physique elle-même arrive à mettre en évidence un rôle privilégié du temps propre station-

naire. Nous sommes pris d'ailleurs à ce moment entre deux tendances contradictoires, l'une qui symétrise les rôles de l'espace et du temps, l'autre qui met au premier plan celui-ci, sous une forme ou sous une autre. Cherchons donc si nous pouvons sous-tendre la définition purement symbolique du temps par une idée rendant raison du mouvement des phénomènes, de son orientation, de son irréversibilité, comme l'idée de l'espace nous rend compte de ce qu'il y a en eux de réversible. Le temps-nombre suffit au physicien pur qui ne cherche qu'à prévoir, mais il nous faut chercher ce qu'est le temps nombrant et déterminant.

a) L'image la plus courante du temps est celle d'une étoffe où sont dessinés les phénomènes, et qui passe, suivant un mouvement uniforme, sous le regard du présent. C'est ainsi que Newton lui-même se le représente : temps mobile, au cours régulier.

Cette image est peu défendable, bien qu'elle soit assez commode, d'abord parce que le mouvement suppose un lieu. Ainsi nous devrions imaginer, dans un cadre immobile, un repère du temps absolu; il y aurait alors trois temps : l'un extérieur, l'autre intérieur qui serait l'étoffe temporelle même du monde; le troisième enfin serait le mouvement qui entraîne celle-ci en celui-là. Nous retrouvons ici quelque chose de la cosmologie du Timée, avec son temps, image mobile de l'éternité. Plus vulgairement, nous songeons à un film se projetant sur un écran. Le temps serait alors, ou bien l'espace, avec l'écran, ou bien le film, ou bien le mouvement du film. Le seul avantage de cette image est de nous montrer la complexité inhérente au problème du temps, en face de la simplicité du problème de l'espace.

En réalité, mouvement ne se dit que par rapport à l'espace et au temps simultanément, rapide ou lent ne se dit que des phénomènes, eu égard à leurs coïncidences respectives. Un mouvement d'ensemble des phénomènes est aussi dénué de sens expérimental qu'un agrandissement de l'univers tout entier. Il n'en faut pas conclure d'ailleurs que le temps et l'espace n'ont rien en eux qui corresponde à la grandeur, ni même que le mouvement du temps est une idée absurde. Mais nous pouvons dire, au dernier cas, que cette représentation est inutile, qu'elle ne nous rend rien intelligible; elle ne nous fait pas comprendre l'affleurement du temps au présent. Pouvons-nous même parler a priori d'un présent valable pour l'ensemble du monde physique, pris objectivement? Elle ne nous fait pas comprendre davantage pourquoi le temps est irréversible et ne peut revenir sur lui-même et se réenchaîner au passé. Il n'y a donc en elle rien de solide ni de clair, bien qu'elle essaie de tenir compte des caractères les plus profonds de l'idée de temps.

Dirons-nous que le temps est un certain mouvement qui servirait de repère naturel à tous les autres? C'est une très ancienne tendance, et elle est durable. De même que les anciens associaient volontiers le temps au mouvement divin de la sphère des fixes, ainsi beaucoup de modernes auraient tendance à l'associer à celui de la lumière. Il semble qu'il y ait là une manière de parler arbitraire, et l'on ne voit pas comment un mouvement particulier créerait le temps, s'il n'y avait pas dans les autres mouvements une certaine grandeur, sous-tendant les coïncidences; comment une théorie réaliste du temps vaudrait pour l'un, une théorie relationnelle pour tous les autres?

b) Essaierons-nous d'imaginer le temps comme un milieu où le devenir

se déploie, extérieur aux phénomènes, et inaltéré dans leur changement? Montrons que ce qui est donné par là, c'est une sorte d'éternité abstraite qui perd tous les attributs du temps réel, et n'est imaginée que sous une forme spatiale. Cette fausse intuition ne prend corps que par le schématisme accoutumé des nombres, c'est parce que le temps s'exprime par un nombre, et dans la mesure où il le fait, que nous le représentons comme une dimension nouvelle des phénomènes, semblable aux dimensions d'espace. Sous le nom de temps, nous songeons à une sorte d'éternité sans figure, et nous n'imaginons que de l'espace. Aussi bien cette pensée ne s'explicité-t-elle guère que dans le cas des mouvements, seul le temps de la mécanique se prête à cette image, l'extension temporelle est liée à une extension spatiale, le déplacement temporel à un déplacement spatial. Plus généralement, il s'agit du temps mesure, qui ne se présente guère, en effet, qu'en corrélation avec des mesures spatiales. Il n'y a rien dans notre image qu'une généralisation de l'espace, généralisation naturelle, car les variables de temps et d'espace, par le rôle comparable qu'elles jouent dans les équations de la mécanique, sont les éléments d'une géométrie quadrimensionnelle, éveillant naturellement en nous l'image d'un espace à quatre dimensions.

Ainsi, tandis que nous pouvons imaginer directement l'espace, d'une manière réelle, objective, sans passer par les nombres, le temps ne se transcrit en intuition que par l'intermédiaire du nombre qui l'exprime, du discours où il intervient comme variable. Le concept abstrait du temps se glisse nécessairement entre le sentiment de la durée et l'image du temps objectif, et celle-ci même n'est qu'une fiction pseudo-géométrique. Le temps prend corps dans l'image d'une dimension comme en celle d'un sablier ou d'une clepsydre.

Il est donc juste de dire que le physicien, non seulement en tant que géomètre, mais en tant qu'il cherche à construire une intuition d'ensemble du monde, dénature le temps. Dès qu'il cherche un médiateur réel entre le sensible et le pur symbole, dès qu'il traite le temps en chose, il n'y voit plus qu'une dimension d'espace. Mais cela est inévitable. En effet, notre seule manière d'embrasser un ensemble de données, en un acte égal de la pensée, c'est de les associer dans le simultané, et par là dans l'espace. Notre concept de « chose » est foncièrement spatial. L'ordre spatial est, si l'on veut, la synthèse du divers dans l'unité, en tant que ce divers est connu comme également réel. Quand nous voulons associer les moments successifs du temps sans conférer de privilège à l'un d'eux, nous devons les penser dans un présent égal pour tous. Or, qu'est-ce là, sinon prêter à Dieu une intuition de l'éternité calquée sur celle que nous avons de l'espace? Nous reconnaissons volontiers que cette intuition nous est démesurée, en quantité; mais nous ne prenons pas garde, à l'ordinaire, que la nature essentielle du temps est abolie en elle, et que ce schéma spatial et fictif est tout à fait inadéquat aux problèmes que l'idée du temps évoque d'ordinaire.

L'univers physique n'est plus que mouvement, et le mouvement lui-même n'est plus que disposition spatio-temporelle des trajectoires individuelles. Le temps est un lieu vide, où se disposent les événements, indifférent à leur détermination, réversible par nature. Il n'y a plus rien en lui de successif, d'orienté; la distinction du présent, du passé et de

l'avenir se fait en lui, au-dessus de lui, non par lui, il n'y a plus en lui qu'un perpétuel présent.

Pourtant cette distinction des parties du temps est un fait essentiel. Comment la réintroduire? Comment rendre compte de l'existence d'un présent?

Certains disent que les phénomènes se meuvent dans le temps comme dans l'espace; il semble alors que le présent soit le front d'onde du devenir. Mais cette image est médiocre. Car, si l'on se représente le monde s'avancant à travers le temps, on ne comprend pas pourquoi il ne pourrait jamais revenir en arrière. A la vérité, ici encore, nous pensons spatialement, nous nous représentons le cours temporel des choses d'après la trajectoire d'un mobile libre dans l'espace euclidien, qui ne revient jamais sur elle-même. Nous calquons sur l'inertie spatiale une inertie temporelle. Mais cette comparaison est très insuffisante. Elle ne nous fait pas comprendre pourquoi un corps peut cesser de se mouvoir, mais non de durer.

De même si nous imaginons un univers qui s'accroît perpétuellement dans sa direction temporelle, nous ne comprenons pas pourquoi le passé se défait derrière nous, et pourquoi cette croissance est inévitable et continue. Aussi Hegel écrit avec raison (1) : « On ne peut dire que tout ce qui se produit se passe dans le temps, car c'est le temps lui-même qui constitue ce devenir, qui fait apparaître toute chose et amène ce mouvement d'absorption dans les êtres ». Si le temps était hors des choses, si le progrès des durées s'accomplissait en lui comme les corps s'étendent dans l'espace ou s'y meuvent, il faudrait en conclure qu'elles peuvent se dérouler indifféremment dans les deux sens, qu'une immobilité temporelle est concevable. C'est justement pourquoi, rompant la symétrie avec l'espace, beaucoup ne considèrent pas le temps comme un milieu, mais comme la grandeur même qui entraîne le devenir.

Or, si le temps objectif n'est qu'un ordre de composition, un milieu où s'assemblent les événements et une omniprésence éternelle, étant comme l'espace *partes extra partes*, s'il n'y a rien en lui de successif, le temps sensible est un ordre de création et de dispersément. La sensation et la mémoire rompent à chaque instant l'égalité des parties du temps. Faut-il croire qu'il n'y a pas de lien entre eux? Disons-nous que le monde objectif, en lui-même, n'a pas d'avant ni d'après, et que c'est l'âme qui, cheminant à sa surface, construit en marge du réel cette fiction intérieure d'un devenir irréversible? Croirons-nous qu'elle suit pas à pas l'histoire d'un certain corps, lié à une trajectoire individuelle, qu'elle transfigure l'éternité en apparence temporelle et dirigée? Ainsi dans l'ordre objectif il y aurait correspondance géométrique et raison suffisante, dans l'ordre subjectif causalité; juxtaposition d'un côté, implication de l'autre.

On voit que la simple définition du temps objectif implique toute une métaphysique du monde extérieur.

Le monde objectif est-il immanent à l'expérience sensible? Ne lui est-il pas corporellement uni? Et s'il est vrai qu'il ne peut être en elle que transfiguré, cette transfiguration doit en respecter les caractères essentiels. Alors, les caractères du temps objectif doivent refléter ceux de la perception.

(1) *Philosophie de la nature*, trad. Vera, p. 219.

Au contraire, admettons-nous la transcendance du monde physique par rapport au sensible ? Alors, il est possible que l'esprit et son ordre ne prennent contact que par un domaine infiniment délié avec le réel, et que le temps intérieur ne symbolise qu'avec le temps d'une trajectoire individuelle, celle du corps et de son voisinage immédiat, ce que nous appelons simultanéité objective n'étant qu'un moyen de grouper, artificiellement, les points. Il n'y aurait pas d'avant et d'après réels dans les choses, mais seulement une certaine disposition se prêtant, le cas échéant, à être perçue comme avant et après, dans un domaine purement local, et en fonction des circonstances propres de la perception. C'est ainsi que dans l'espace même, il y a une certaine grandeur étendue à trois dimensions, qui se prête à être perçue comme telle par la vue, et d'une manière intuitive directe, mais seulement sous un aspect bidimensionnel, et en fonction de la position de l'œil qui l'apprécie.

Mais, en cette image, le temps devient étranger à la causalité ; son efficace propre, par laquelle il meut le devenir, est détruite. Dans l'inertie naturelle d'un corps, par exemple, nous avons coutume de distinguer, en des pensées d'ailleurs confuses et allégoriques, l'action de l'espace, qui guide la trajectoire, et celle du temps qui fait persévérer le corps dans son mouvement suivant cette trajectoire, et cette idée a des attaches si fortes qu'elle inspire certaines thèses de la Relativité générale. Elle devient tout à fait incompréhensible, et nous sommes obligés de transférer à des causes étrangères au temps l'affleurement au présent toujours renouvelé, et l'entraînement du devenir que nous lui rattachions autrefois directement. Pourtant nous ne nous défaisons qu'à regret de cette image d'un temps qui cherche à se réaliser, symbole universel de la tendance du virtuel à s'actualiser, ouvrier, et non simple spectateur, cause et non simple mesure ; et nous nous accrochons aux allégories les plus contestables, par exemple, à l'emploi du temps propre des phénomènes individuels, qui, dans la théorie relativiste, est maximum si le mobile est libre.

c) Nous arrivons ainsi à une notion toute différente du temps, également ancienne, et comme complémentaire de la précédente : le temps, c'est alors l'état de l'univers en tant qu'il préforme l'avenir, qu'il le prédétermine et l'appelle, c'est le monde matériel pris à la fois dans sa figure actuelle et dans ce qu'il enferme virtuellement. Dans le cas d'un système purement cinétique, c'est l'ensemble des corps, avec leurs positions et leurs vitesses ; s'il s'agit d'un système physique, c'est l'ensemble de la matière et du champ ; c'est en un mot le « conatus » leibnizien, l'effort par lequel le monde se crée et se prolonge. C'est un des problèmes les plus obscurs de la philosophie que de rattacher l'une à l'autre ces deux notions, de les présenter comme deux aspects d'une même réalité.

On pourrait croire, au premier abord, qu'il n'y a dans cette nouvelle définition du temps qu'une notation malencontreuse, une tentative vaine pour lui attribuer les propriétés du devenir qu'il encadre ; mais pour voir à quel point l'idée d'un temps inerte, existant en soi, indépendant de l'espace et des corps est inadéquate à notre pensée courante, il suffit de chercher quel sens a l'expression : revenir au même instant du temps, expression familière à tous ceux qui ont parlé autrefois de la Grande

Année et du retour éternel : le temps est alors la configuration même de l'univers, en tant qu'elle en détermine la destinée.

Ainsi la notion traditionnelle du temps, quand on tente de l'objectiver se dissocie en trois éléments : un milieu où se déploie le devenir, irréprésentable en tant que tel, qui ne comporte en lui-même ni avant ni après, pas plus que l'espace ne comporte de haut et de bas, de gauche et de droite, et qui imite l'Eternité; c'est à cela que correspond en théorie le temps-nombre des physiciens ; — le devenir lui-même, pris en son mouvement, en l'enchaînement de ses états successifs ; — l'état du monde à un moment donné, en tant qu'il en prédétermine et en préfigure l'avenir.

§ 2. — *L'irréversibilité du temps.*

Nous comprenons alors en quel sens le temps peut être dit irréversible, et pourquoi il doit l'être.

Irréversibilité peut être pris en deux sens, qui tous deux, l'un implicitement, l'autre explicitement, reflètent la fonction causale du temps. Tantôt nous entendons que l'ordre temporel de deux événements est quelque chose d'absolu, d'universel, et qu'il ne peut être inversé suivant les systèmes de référence (la mécanique classique admet d'ailleurs que non seulement le signe, mais la grandeur de cet intervalle, sont absolus). Tantôt nous entendons que le temps, c'est-à-dire ici l'univers pris statiquement et dynamiquement à la fois, ne peut revenir à un état antérieur; et que le temps, pris comme milieu, ne peut avoir une structure et une forme telles, qu'il rende, géométriquement, ce retour inévitable.

a) Mais sur quoi se fonde la première assertion ? Sur le fait que la causalité est quelque chose d'absolu et d'orienté. Malheureusement, il est à peu près impossible de la définir d'une manière précise et impliquant cette valeur absolue. Laissons même les formes anthropomorphiques et ne considérons que les influences, que les actions physiques. Qu'un mobile se meuve en sens opposé suivant les systèmes auxquels il est rapporté, voilà qui ne constitue aucun paradoxe, car ces phénomènes sont par nature réversibles; de même, qu'une énergie potentielle se transforme en cinétique, ou inversement, qu'une radiation soit émise ou absorbée par un atome. Mais il est des phénomènes qu'un renversement du temps présenterait comme réversibles par simple changement de coordonnées, alors qu'ils nous semblent par nature irréversibles : tels sont, en principe, les phénomènes impliquant des transformations thermiques, et un accroissement d'entropie. Ce qu'il y a d'absolu dans un phénomène, c'est le passage d'une probabilité moindre à une probabilité plus grande, et c'est pourquoi le sens du temps est quelque chose d'absolu.

On peut donner une autre forme encore à l'argument, et dire : l'intervalle temporel de deux événements a un sens absolu dans la mesure où ces deux événements peuvent être considérés comme faisant partie d'un même devenir mental, ou, pour mieux dire, dans la mesure où ils peuvent être considérés comme coïncidant spatio-temporellement avec deux faits mentaux appartenant à une même conscience. Le courant de notre

vie intérieure nous semble le type même de ce qui est irréversible, parce que la mémoire naît derrière chacun de nos états de conscience. Si le temps lui est commun avec le devenir physique, il doit en refléter l'irréversibilité. Nous retrouvons tout simplement ici le premier de nos arguments ; mais, renonçant à définir directement l'individualité d'un corps, nous la caractériserons par son association au moins virtuelle à un esprit. Mais cette association est bien incertaine, et la raison est peu probante. En réalité, dans la pensée traditionnelle, l'irréversibilité qualitative du temps résulte du caractère absolu des données, prises même en leur quantité, et celle-ci est liée à tout un système d'interprétation objective de l'expérience. Nous verrons ce qui en demeure quand ce système est révoqué en doute, comme c'est le cas en Relativité restreinte.

b) Nous pourrions maintenant chercher à définir plus directement ce que serait un renversement du temps. Mais ce mot n'a pas de sens représentable ; nous ne pouvons imaginer un temps qui ne s'enchaîne au précédent suivant l'ordre accoutumé, et nous transportons avec nous le caractère orienté de notre mémoire et de notre durée. Notre seule manière de traduire cette pensée abstraite est de changer le signe de t dans les équations de la physique. On voit ici comment nous passons de l'intuition orientée du temps au schéma purement algorithmique, et le manque d'unité de notre concept global. Si nous tenons cependant à sous-tendre notre opération algébrique par une intuition, nous sommes amenés à la seconde image : le temps n'est rien d'autre que l'univers pris dans sa totalité, statique et dynamique, et son irréversibilité se confond avec celle des phénomènes. Sans doute, il ne nous viendrait pas à l'idée de confondre le temps avec un phénomène particulier, avec la donnée d'un système isolé. Mais quand il s'agit de l'ensemble de tous les systèmes, nous n'arrivons pas à nous défaire de cette idée qu'il n'est pas un simple agrégat d'événements, qu'il est un grand corps, au sens où les stoïciens l'entendaient, acheminé suivant une sorte de destin, et c'est cet élément obscurément spirituel qui nous incline à le nommer temps, comme M. Bergson associe, identifie même à la durée le mouvement de l'esprit se créant lui-même.

Il faut, d'ailleurs, en cette hypothèse, bien entendre le sens du mot réversible. Nous entendons souvent par transformation réversible une transformation qui procède par une suite d'équilibres, et qui a lieu par conséquent à une vitesse infiniment lente, transformation fictive qu'il est souvent utile de considérer en thermodynamique, en particulier dans la théorie de l'entropie. On peut dire qu'un phénomène est réversible quand il n'y intervient aucun effet d'inertie. Le mouvement de l'univers n'est évidemment pas réversible en ce sens. Mais on peut prendre réversible au sens de cyclique, de périodique, comme est le mouvement d'un pendule ou celui d'un disque tournant, soit que, pour revenir à un état ancien le phénomène doive repasser par un état symétrique, c'est-à-dire, semblable quant aux positions, mais orienté en sens inverse quant aux vitesses, soit au contraire qu'il en soit dispensé. Convient-il d'admettre que le temps, pris en ce sens, puisse revenir sur lui-même ?

N'est-il pas, d'autre part, possible d'associer les deux notions du temps dans ce problème de l'irréversibilité, et le temps milieu ne peut-il par sa forme déterminer le retour du monde à son origine ? Assurément,

il ne peut le faire seul : dans un monde cylindrique fermé suivant l'axe du temps seul, les trajectoires d'espace-temps ne se refermeraient pas individuellement sur elles-mêmes. Mais on peut concevoir sur des exemples très simples l'influence conjointe de la courbure du temps et de celle de l'espace. Sur une sphère dont un grand cercle représenterait l'axe des temps, le grand cercle normal au précédent en une origine donnée représentant un axe d'espace, tous les mobiles, quelle que fût leur vitesse reviendraient à leur origine au bout d'un temps fini, après avoir contourné l'univers physique. Serait-il possible de généraliser une telle idée, de telle sorte que, par la seule nature de l'espace et du temps, l'univers semblât se réorganiser après s'être désorganisé, de telle manière que localement, dans l'univers tangent, les lois de l'irréversibilité fussent conservées, alors que du point de vue d'un système fixe elles seraient inversées à partir d'une certaine zone ? Ainsi l'entropie croîtrait toujours localement, mais décroîtrait par rapport au repère primitif, les grandeurs dont elle est assemblée changeant de nature. Le principe de Nernst sur la nécessité d'une théorie cyclique du devenir pourrait être sauvegardé. Mais ce sont là des pensées confuses, qui semblent se heurter au fait que la probabilité d'un système, ou si l'on préfère son degré de désorganisation, est quelque chose d'indépendant des systèmes de coordonnées. C'est ainsi qu'en relativité restreinte, la température absolue varie avec le système de référence, non l'entropie. Nous reviendrons sur ce point.

Maintenant, faut-il croire que Nernst a raison et que toute théorie du monde physique doit prévoir le retour éternel, l'irréversibilité apparaissant comme un irrationnel intolérable, local et provisoire ? Faut-il croire au contraire que l'irréversibilité est la loi évidente du devenir ? Physiquement parlant, le problème est mal déterminé. Nous pouvons imaginer des phénomènes parfaitement cycliques ou réversibles. Nous pouvons imaginer, même pour les phénomènes mécaniques, des modèles d'irréversibilité statistique. Enfin, l'expérience nous montre que certains phénomènes sont naturellement irréversibles, et qu'ils sont toujours adjoints aux phénomènes les plus réversibles ; il y a toujours des effets thermiques, des frottements. L'existence inévitable de ces effets adventices justifie l'énoncé de Perrin-Langevin. S'il n'intervient pas d'autres causes, il semble que nous ne puissions échapper aux conséquences prévues par Boltzmann. Mais cette extrapolation ne vaut que si l'espace et le temps sont euclidiens ; or, le problème est de savoir si justement la structure du temps et de l'espace peut nous permettre d'échapper à cette conclusion. La physique ne peut donc nous guider.

Les arguments philosophiques sont également bien incertains. Parler d'une loi claire de la raison est bien vain, puisque, depuis que des hommes ont médité sur ce sujet, ils se sont toujours partagés en deux traditions : l'une qui admet le retour éternel, l'autre qui fait de la destinée de l'univers quelque chose d'unique et de définitif. On peut, à la rigueur, dire que la première est d'inspiration grecque, la seconde d'inspiration chrétienne. On sait combien de telles définitions sont à la fois étroites et grossières ; en tout cas, ce serait abuser des mots que de voir en cette opposition l'affrontement de la raison et de l'esprit religieux. Comme dans le cas du fini et de l'infini, il ne s'agit ici que de nuances contraires de la sensibilité métaphysique. Aussi, n'avons-nous jamais

compris pourquoi M. Meyerson voyait dans le principe de Carnot un scandale pour la raison. Tout au contraire, on pourrait soutenir qu'il précise et justifie le principe de raison suffisante. Mais celui-ci n'a pas d'expression bien définie ; il comporte toujours une variable indéterminée : les circonstances auxquelles nous acceptons d'attribuer une influence. Si nous déclarions qu'un système isolé ne peut a priori revenir à son état primitif, la rotation d'un disque autour de son axe, le mouvement d'un pendule, nous prouveraient sur-le-champ le contraire. Nous disons alors que l'inertie est la cause suffisante du changement qui mène d'un état à un état identique. Maintenant, avons-nous le droit d'étendre une notion de ce genre à l'univers pris dans son ensemble, et de remplacer les liaisons rigides d'un solide par l'hypothèse d'une structure particulière de l'espace-temps ? Il est évident que le problème est indéterminé, sur le plan de la causalité purement efficiente et mécanique. Seul le principe de finalité peut nous incliner à choisir entre l'hypothèse de la réversibilité et celle de l'irréversibilité, que nous l'appliquions directement au monde physique, ou que nous le réservions aux esprits dont les représentations symbolisent avec lui. C'est là, en définitive, le seul argument solide ; il nous semble que les esprits, étant doués de mémoire, portent l'empreinte de tout leur passé, et qu'ils ne pourraient revenir à leur origine. Mais, à regarder les choses de plus près, il n'y a là ni une nécessité logique, ni une évidence psychologique, et cette croyance ne s'appuie que sur l'idée d'une destinée absolue des âmes. C'est dire qu'elle n'est plus d'ordre épistémologique.

Ce que nous retiendrons de ces remarques, d'ailleurs imprécises, c'est tout d'abord que, malgré notre effort pour séparer les notions, pour les définir d'une manière exacte et abstraite, nous ne pouvons arriver à détacher la pensée du temps de celle de la causalité, nous voudrions voir en lui le chemin par où passe l'impulsion créatrice du devenir, nous l'associons toujours à la destinée du monde, que celle-ci soit de se perdre ou de renaître semblable au passé. Mais, nous sommes aussi contraints de reconnaître qu'en fait cette notion métaphysique du temps ne peut s'explicitier : nous touchons, en elle, notre impuissance à comprendre la nature foncière du devenir, et par là même à en déterminer le terme. La seule chose qui ait un sens précis, c'est le temps du physicien. Mais celui-là n'est qu'un symbole abstrait, une méthode de correspondance avec la surface des phénomènes ; et nous ne pouvons rien lui attribuer que dans l'ordre et les limites de l'expérience.

§ 3. — *La réversibilité des équations de la mécanique.*

Le lien qui existe entre l'irréversibilité du temps et celle des phénomènes apparaît dans le rôle même que joue la variable temps à l'intérieur des équations physiques.

Imaginons que le sens du temps soit inversé tout à coup, absolument parlant, ou par effet de perspective : les phénomènes rebroussement chemin, les planètes rétrogradent sur leur orbite, l'atome absorbe la radiation qu'il émettait. Or, à quelle condition ce fait est-il possible sans paradoxe, et sans que nous soyons avertis que notre mesure du temps

est irréaliste? A condition que les lois mêmes des phénomènes ne soient pas bouleversées et que le cours des événements puisse être attribué à l'action des mêmes lois, que l'on imagine appliquées simplement à d'autres conditions initiales. Entendons bien d'ailleurs le mot loi : toute description systématique nous donne, si l'on veut la loi des phénomènes, qui change avec le cours du temps, car les apparences changent pour l'observateur nouveau : la planète tourne en sens rétrograde et non direct. Mais il s'agit des lois qui déterminent à chaque instant le phénomène en fonction des circonstances physiques et dont le type est fourni par les lois différentielles de forces.

Or, il est certain que dans cette rétrogradation, la planète subit exactement la même force que primitivement; il nous suffit d'admettre qu'à un moment donné sa vitesse a changé de signe. Le changement de t en $-t$ détermine immédiatement les nouvelles conditions initiales et laisse invariante la loi. Le fait est vérifié pour les phénomènes mécaniques normaux : les conditions initiales se réduisent aux vitesses, qui changent simplement de signe avec le temps. Les lois qui déterminent les accélérations ne sont pas altérées puisque dt y figure au carré.

Cette propriété subsiste naturellement sous quelque forme que nous exprimions les lois mécaniques. Dans le parcours inversé, l'action change de signe, mais le coefficient de dt n'est pas altéré en elle. C'est là, aux yeux de certains, un fait important et significatif; aussi imposent-ils au ds^2 , qui remplace la différentielle d'action dans la loi de la gravitation, de ne comprendre aucun terme en $dx dt$. Dans certaines équations de la mécanique ondulatoire, qui pourraient remplacer celle de Newton, l'invariance n'est pas respectée, si l'on ne change pas h en $-h$ en même temps que t en $-t$, ce qui inspire quelque défiance.

Considérons au contraire le type des phénomènes irréversibles, la perte d'énergie par frottement. Si le temps est inversé, tout se passe comme s'il y avait désormais une force accélératrice d'un type para-

doxal. C'est ce qui résulte, par exemple, d'une équation : $m \frac{d^2x}{dt^2} = -k \frac{dx}{dt}$,

k dépendant de la viscosité du milieu et de la surface du mobile. Le changement de dt en $-dt$ modifie la forme même de la loi. Il y aurait donc un moyen, pour l'observateur, de saisir le renversement du temps.

Un cas délicat se présente dans les processus d'émission ou d'absorption. Que deviennent les lois dans le renversement du temps? A vrai dire, nous n'avons pas de lois dirigées du phénomène. L'équation $E = h\nu$ exprime une corrélation entre l'énergie et la fréquence d'une radiation, cette énergie étant celle du train d'ondes émis ou absorbé, ou si l'on préfère celle perdue ou gagnée par l'atome. Si l'on inverse le signe du temps, la fréquence ayant pour dimension T^{-1} peut être considérée comme changeant elle aussi de signe, il faut alors changer h en $-h$ pour conserver la loi, puisque l'énergie ne varie pas. Si, au contraire, nous prenons E avec un signe indiquant le sens de l'échange, h ne doit pas être modifié. D'autre part, c'est un peu par convention que nous changeons ν en $-\nu$. En réalité, nous n'avons pas les lois du rayonnement atomique sous forme complète, nous ignorons quelles sont les conditions initiales qui font que la transformation d'énergies a lieu dans tel ou tel sens, nous ne savons pas définir l'atome excité.

En résumé, trois hypothèses sont possibles.

Où bien le phénomène inversé garde ses lois différentielles inchangées ; il suffit de changer le signe du temps dans les conditions initiales. La réversibilité est radicale.

Où bien les lois différentielles font intervenir le temps, et sont modifiées quand celui-ci change de signe.

Où bien il faut, en outre, changer le signe de certains autres coefficients.

On comprend aisément par ailleurs comment le même phénomène peut être mécanique à l'échelle microscopique, et être irréversible à l'échelle macroscopique. Le renversement des conditions initiales, qui correspondrait au changement de signe de k , ne se manifeste pas à l'échelle macroscopique, où n'interviennent que des énergies moyennes, ou des grandeurs également non dirigées.

Que signifie au juste la condition de réversibilité imposée aux équations de la mécanique ? Dans une certaine mesure, elle exprime un fait d'expérience. Mais a-t-elle une valeur rationnelle ? Il semble difficile de la rattacher à l'idée que la science ne doit saisir que des équivalences entre les divers moments du devenir. Nous pouvons la rapprocher du fait qu'un changement de grandeur ou d'orientation absolues de l'espace ne pourrait être objet d'expérience, ou du sentiment suivant lequel le mouvement absolu ne peut être mis en évidence. En tout cas, elle implique que le seul renversement des circonstances initiales d'un phénomène mécanique suffit à le faire évoluer en sens inverse. Si donc il y a irréversibilité, celle-ci est liée à la singularité de la configuration initiale du phénomène, elle est, en quelque sorte, d'origine purement historique. Telle est l'origine d'un paradoxe bien connu et au fond mal éclairci de la théorie statistique : la même apparence énergétique correspond à deux configurations symétriques à l'échelle microscopique et mécanique : à chaque système évoluant dans un certain sens devrait donc correspondre, en moyenne, un système extérieurement semblable, et évoluant en sens inverse.

C) LE PROBLÈME DES LIMITES DE L'ESPACE ET DU TEMPS.

Nous n'avons pas l'intention d'approfondir ici ce grand problème qui a tourmenté les philosophes et opposé les écoles en mille discussions. Indiquons-en seulement le sens traditionnel et ce qui, semble-t-il, le rend insoluble.

On a souvent confondu deux problèmes différents ; et, chose plus grave, on a confondu les arguments qui s'y rapportent : le monde matériel est-il fini ? L'espace est-il fini ? Et dans ce dernier cas, on n'a pas toujours distingué les deux manières dont l'espace peut être fini : comme l'intérieur d'une sphère, parce qu'il est limité par une frontière à distance finie ; comme la surface d'une sphère, parce qu'il est fermé sur lui-même.

A vrai dire, la première distinction n'est pas essentielle pour nous, qui n'admettons plus une sphère des fixes, isolant du vide infini le monde matériel. La frontière de la matière et de l'espace est partout et n'est nulle part. La chose n'aurait de sens que si l'on prétendait localiser un

milieu gravifique ou électromagnétique, dont l'existence est trop mal déterminée pour qu'il soit possible de poser à son sujet des questions semblables. Reste donc le problème de la finitude de l'espace pris comme un grand corps. Il se pose dans toutes les théories. Même si nous admettons avec Leibniz, que chaque monade n'est jamais en face que d'elle-même, il revient en un double sens : d'une part comme loi de la représentation sensible du monde physique, d'autre part comme loi de coexistence des monades. La confrontation est seulement moins brutale, et, le développement infini du monde étant rêvé, plutôt qu'enchaîné à notre perception, les difficultés sont moins sensibles au cœur, elles prennent une figure abstraite et comme irréelle, et nous croyons obscurément les avoir résolues parce que nous nous en sentons moins immédiatement accablés.

Nous ne songeons guère à déterminer expérimentalement les propriétés d'ensemble de l'espace. Tout d'abord, si l'espace est infini, nous ne pourrions évidemment jamais en être sûrs. S'il est fini, l'expérience semble aussi impuissante à le mettre en évidence. Sans doute, nous voyons mal quelle hypothèse physique permettrait d'expliquer le retour d'un mobile suivant une direction opposée à celle de son départ. Mais comment pourrions-nous être sûrs de l'identité du mobile (ou de celle d'un rayon lumineux)? D'autre part, le diamètre du monde est assurément assez grand pour que toute expérience de ce genre soit humainement privée de sens.

Restent les arguments *a priori*. Pouvons-nous déduire la forme de notre univers de principes métaphysiques, intuitifs ou mathématiques? Considérons les arguments classiques opposés aux diverses hypothèses.

Les arguments contre l'idée d'un espace ouvert, admettant une frontière à distance finie, sont de divers ordres.

I. — Certains disent, dans un langage semi-métaphysique : on ne peut parler sans absurdité d'une frontière entre l'espace et le néant métaphysique, entre une chose qui est et une chose qui n'est pas. A la vérité, le seul sens concret du mot frontière est un sens intuitif, qui ne s'applique, en effet, qu'à la limitation réciproque de deux corps. Mais l'argument n'ajoute rien à l'impossibilité d'imaginer du dehors l'interruption de l'espace. Par ailleurs, il ne prouve rien contre le fait que tous les points de l'espace puissent être à distance finie, mais simplement qu'il est absurde d'imaginer l'espace limité par une frontière au sens courant du mot.

II. — On dit souvent que la chose n'a pas de sens physique : en effet, comment pourrions-nous mettre en évidence cette frontière? Imaginons un observateur qui se déplace vers elle. Si ses mètres raccourcissaient progressivement, l'espace serait infini à ses yeux; laissons donc ce cas, supposons que les mètres conservent leur grandeur. Pourrions-nous atteindre la frontière? La chose n'est pas sûre, car il est possible que le temps se ralentisse indéfiniment à son voisinage, ou encore que l'inertie des corps devienne infinie. En ce cas nous pourrions toujours imaginer que l'espace est infini, mais que l'inertie ou le temps dépendent du monde matériel. Laissons encore cette hypothèse. Que se passera-t-il si nous touchons la frontière? L'idée même de ce contact n'est-elle pas absurde?

On peut donner autant de variantes que l'on veut de cet argument, en demandant ce que devient chaque loi physique au voisinage de la frontière. Si nous entreprenons de l'expliquer, ce sera en faisant appel à des analogies physiques dont on montrera sur le champ l'absurdité.

Il est clair que l'on ne peut démontrer la finitude de l'espace : ici plus que partout ailleurs, l'équivalence du physique et du géométrique est parfaite. Tout au plus pourrait-on dire que l'absence de toute circonstance physique décelable fait présumer l'origine géométrique des phénomènes que nous jugeons caractéristiques. D'ailleurs, à la limite, les deux langages se confondent, comme se confondent en Relativité générale, l'interprétation riemannienne et l'interprétation cayléenne. Il en est de la finitude comme de la courbure de l'espace.

III. — On dit enfin que nous ne pouvons nous représenter l'espace fini dans une intuition achevée. La chose n'est pas douteuse, mais elle ne prouve rien. Car nous n'avons d'intuition achevée de rien, et il n'y a pas d'idées claires et distinctes, mais des schémas symboliques simples et maniables.

*
**

Les arguments contre l'existence d'un espace fermé, fini, mais sans frontières sont plus difficiles à trouver; plusieurs philosophes faisant autorité ont vu dans cette idée le moyen d'échapper aux antinomies kantienne. Aussi ont-ils accueilli avec enthousiasme la thèse d'Einstein attribuant une courbure à l'espace vide, et inclinant à le considérer comme de forme hypersphérique. Il semble qu'ils aient exagéré d'ailleurs, comme plusieurs physiciens, la solidarité de ces deux caractères. Rien n'empêche d'imaginer des espaces fermés à structure localement euclidienne. C'est seulement si nous imposons à l'espace d'être parfaitement homogène et d'être simplement connexe que nous nous trouvons arrêtés; encore faut-il avouer que cette limitation est en grande partie relative aux conditions du langage analytique. Inversement, il est possible d'interpréter le ds^2 sphérique sur une surface infinie. L'image de l'espace fermé équivaut d'ailleurs à celle que depuis très longtemps on avait invoquée pour le temps : elle correspond à la conception cyclique du devenir. Reste à savoir, et c'est le point important, si elle a une valeur rationnelle.

Algébriquement parlant, la notion de multiplicité fermée est bien définie, mais celle de multiplicité ouverte, finie ou infinie, ne l'est pas moins. Axiomatiquement, nous raisonnons aussi facilement sur les deux espèces de termes. Nous n'avons pas besoin d'introduire l'idée de dimensions supplémentaires, d'un espace supérieur où baignerait notre multiplicité, pas plus que nous ne nous demandons si au delà des valeurs des coordonnées qui définissent le domaine étudié, il n'y en a pas d'autres possibles.

Mais que faut-il dire, à l'égard de l'intuition ? Certes, nous ne pouvons embrasser d'une vue d'ensemble l'espace infini de Newton; certes aussi nous ne pouvons imaginer un domaine fini de cet espace sans entrevoir par là même un domaine qui le prolonge. Mais nous ne pouvons nous représenter une multiplicité fermée que par l'analogie d'une surface, et

celle-ci n'a de sens que si nous nous la représentons baignée dans un espace, euclidien ou non, pour lequel le problème de l'infinitude reste posé dans les termes traditionnels. Loin de nous l'idée d'affirmer que l'univers soit réellement fermé dans un espace à quatre ou six dimensions, mais nous ne saurions, même par allégorie et transposition, nous le représenter autrement; c'est dire que le problème est simplement reculé. Nous ne voyons donc pas en quel sens l'antinomie serait éliminée. Seules des raisons expérimentales ou des raisons esthétiques pourraient nous faire préférer l'hypothèse de l'espace fermé; il ne s'agirait d'ailleurs que de conventions de discours car le conflit entre notre puissance de raisonner et notre puissance d'imaginer ou d'éprouver est au fond de notre nature.

*
**

Nous ne pouvons nous représenter l'espace infini comme une donnée achevée. L'imagination s'épuise à embrasser ce vide homogène et démesuré, l'unité sensible de notre intuition se défait et se disperse en ces marches extrêmes de l'univers. Mais nous n'y rencontrons point d'absurdité choquante. Les arguments contre l'espace infini sont donc de type moins direct.

On a parfois soutenu que dans l'espace infini, les actions des masses gravifiques ou celles des corps lumineux devraient être infinies en chaque point. Les premières pourraient à la rigueur s'équilibrer, mais les secondes devraient se superposer. De tels arguments sont peu probants, car nous ignorons la nature exacte des influences en jeu. Il n'est pas absurde de supposer l'équivalent d'une certaine absorption dans le milieu intersidéral. Nous touchons ici aux problèmes cosmologiques les plus obscurs. Une difficulté semblable se présente d'ailleurs si nous admettons un espace fermé, où des corps rayonnent depuis un temps infini. Reste il est vrai l'hypothèse d'un espace vide où n'existeraient que de rares univers, de telle manière que la densité moyenne des masses fût nulle. Mais cette hypothèse est bien choquante : tout d'abord physiquement, parce que notre monde matériel devrait y disperser progressivement et même y avoir dispersé par rayonnement toute son énergie; ensuite philosophiquement, et nous touchons ici un point curieux. Laissons la forme que Leibniz a donnée à son argument, qui portait en principe contre l'espace absolu, mais qui s'applique mieux à l'espace infini : pourquoi, au milieu d'un espace et d'un temps infinis, le monde aurait-il été créé ici et maintenant? Il porterait aussi bien contre la forme particulière de toute existence, et montre seulement qu'en dernière analyse toute l'expérience repose sur le double irrationnel des lois et des conditions premières. Mais il reste, d'une part, que notre univers se trouverait au centre même de l'infini, que celui-ci s'ordonnerait par rapport à lui, anthropomorphisme singulier; que d'autre part, dans cette démesure de l'homme centre et sujet de toute connaissance et de l'immensité qui l'encercle, il y a quelque chose d'incompréhensible et presque d'absurde. C'est pourquoi beaucoup d'anciens n'acceptaient qu'un univers fini, qui leur fût proportionné et ami. A ce point de notre réflexion, notre appréhension de l'infini rejoint et affermit le sentiment de son absurdité physique.

Il y a en faveur de l'infinité de l'espace un argument qui la justifierait à la fois contre l'idée d'un espace limité et celle d'un espace fermé. Nous avons, dira-t-on, une notion dynamique claire, sinon de l'espace achevé, au moins de la manière dont il se développe. Il nous suffit d'imaginer qu'une portion de l'espace, telle que nous la connaissons, soit indéfiniment agrandie en restant semblable à elle-même. Nous avons donc une intuition distincte de l'espace euclidien, dans toute son amplitude, comme nous avons une intuition distincte d'une série convergente simple.

C'est là beaucoup dire. Tout d'abord, nous pourrions seulement conclure à l'intuition d'un espace euclidien comme possible. Aller plus loin serait confondre le possible et le réel, l'essence et l'existence. Ceci rappelle un argument bien connu de Spinoza contre l'idée du mouvement le plus rapide : il est bien certain qu'un point fixe et un levier étant donnés, tout mouvement d'un point détermine un mouvement amplifié d'un autre point. Mais on ne saurait en conclure qu'il n'y a pas de limite des vitesses physiquement possibles, car il faut prouver qu'un tel levier est physiquement possible; en relativité restreinte, il aurait une inertie infinie. En d'autres termes, une imagination abstraite n'équivaut pas à une possibilité physique; pas plus ici que dans l'argument ontologique, on ne peut passer de l'essence supposée à l'existence réelle.

On pourrait aussi bien soutenir que l'espace est infini parce que la position d'un point dépend de trois coordonnées numériques, et que les nombres sont par nature infinis. Malheureusement, s'il est possible d'ajouter indéfiniment l'unité à une suite de nombres, rien ne prouve qu'il en soit de même de l'opération physique correspondante, par exemple, du report d'un segment congruent. On prouverait aussi bien que la somme des angles autour d'un point est infinie.

Pouvons-nous dire, d'ailleurs, que nous avons une intuition de l'espace local et de son agrandissement? Aucunement. Nous avons longuement montré toute la complexité de l'espace sensible, et ce qu'il y avait d'illusoire dans l'unité correspondante. Dans l'argument précédent, nous ne songeons en réalité qu'à des figures planes, aperçues visuellement; or, il est clair que nous ne pouvons agrandir une figure que d'une manière très médiocre : au delà d'une certaine limite, nous concevons, nous n'imaginons plus, et nous en revenons à l'image d'un espace numérique, où les coordonnées peuvent croître indéfiniment. De même, nul ne peut soutenir que nous avons l'idée claire d'un mouvement nous entraînant à l'infini. Nous sommes victimes de notre propre langage, et de l'illusion de la géométrie pure en tant qu'intuitive. Le seul point solide est que nous pouvons définir, dans l'ordre algébrique, un espace euclidien infini; la chose n'est pas douteuse, mais ne prouve rien directement touchant la réalité physique.

Nous pouvons seulement observer que dans tous les raisonnements intuitifs qui portent contre l'existence d'une frontière ou d'une fermeture, il se glisse un axiome implicite qui est justement celui de l'agrandissement : de même que nous voulons représenter par des mécanismes à notre échelle les événements de l'ordre microscopique et atomique aussi bien que ceux de l'ordre cosmique, et que l'expérience de Plateau, dans toute sa grossièreté, nous hante lorsqu'il s'agit de comprendre

aussi bien le système solaire que les systèmes électroniques, ainsi nous voulons que l'espace, dans son ensemble, ait son image complète dans un volume particulier. C'est pourquoi nous hésitons à lui attribuer des propriétés de connexion différentes de celles d'un élément local, prenant la notion d'homogénéité en un sens très large et d'ailleurs parfaitement arbitraire : l'espace doit avoir dans toutes ses parties et dans son ensemble mêmes caractères qu'une de ses parties.

On dit parfois, mais à tort, que l'idée d'un espace fini est absurde, et qu'ainsi l'espace est nécessairement infini. On ajoute d'ailleurs que celle d'un espace infini ne l'est pas moins : ainsi se présente à nous une antinomie célèbre. Certains ont cru pouvoir la résoudre, au moins partiellement, en distinguant des degrés dans l'incompréhensible : l'une des thèses serait contradictoire et absurde, l'autre simplement irréprésentable, la raison humaine serait en conflit avec l'imagination. De là sont nées deux écoles, l'une finitiste, l'autre infinitiste.

Malheureusement cette distinction est un peu illusoire, l'entendement n'étant pas une faculté distincte de l'imagination et de la logique. Entre l'inimaginable et le formellement contradictoire, il n'y a pas de place pour l'absurde à moins que nous ne prenions ce mot, soit en un sens pragmatique : incommode, condamné par l'expérience; soit en un sens sociologique : anormal, hérétique, scandaleux. Nous revenons toujours au fantôme d'une raison législatrice, supérieure à l'intuition et moins vide que la logique.

Si maintenant on essaie de transcrire en termes de concepts ces faits intuitifs, on n'arrivera à une exigence réelle que par sophisme. Dire, les yeux fermés, et n'étant attentif qu'au lien des notions abstraites, « il est absurde de parler d'une frontière entre l'espace et le néant », c'est user d'une expression sur laquelle il est facile de se mettre d'accord, mais comme se mettaient d'accord sur le pouvoir prochain les jacobins et les disciples de M. Le Moine.

Nous dirons donc que l'espace ne peut être connu comme infini; nous ne pouvons le penser que d'une manière virtuelle, inachevée et confuse. Il ne peut davantage être connu comme fini; et même, peut-on dire, il n'a pas de frontière à distance finie, si l'on donne au mot frontière son sens concret. Mais cette proposition est purement limitative, et n'exclut pas l'existence d'une finitude ayant des conséquences expérimentales semblables.

Nous ne dirons d'ailleurs pas que le problème de l'infinité est un pseudo-problème, mais qu'il est insoluble : dans le plan expérimental, parce que toute expérience est à cet égard inadéquate, fragmentaire, ambiguë; dans le plan logique, parce qu'il est entièrement indéterminé, si ce n'est par un accident de langage; dans le plan intuitif parce que notre structure sensible est obscure et imparfaite; dans le plan rationnel parce que celui-ci n'existe pas (1).

Ajoutons quelques mots touchant l'infinitude ou la finitude du temps. Certes, rien ne nous interdit d'identifier deux valeurs du paramètre temps et de poser $t = t + \alpha$. Mais il reste à donner un sens à cette convention d'écriture à laquelle se réduit d'abord notre idée d'un temps fermé sur lui-même. Nous avons montré, en parlant de l'irréversibilité,

(1) Comme domaine d'exigences précises et catégoriques.

quelle difficulté il y avait à en tirer des conséquences expérimentales précises et acceptables. Reste l'hypothèse du temps ouvert, à distance finie ou infinie du présent. Dans les deux cas, nous nous heurtons à un problème obscur de création. Si le monde coexistait au temps depuis une durée infinie, tout devrait être en lui accompli, unifié, effacé. Mais l'idée d'une création radicale du monde dans le temps ou conjointement à lui ne nous satisfait guère ; non qu'elle soit absurde logiquement ; mais elle est irréprésentable, parce que nous ne nous représentons que le changement, comme Kant l'a montré dans son principe de permanence de la substance ; et le démiurge de Platon, faisant du temps une image mobile de l'éternité, n'est guère plus satisfaisant que le mythe de Deucalion. Est-ce à dire que le problème ne corresponde à rien ? Aucunement, mais il nous dépasse.

D) L'IDÉE DE STRUCTURE GÉOMÉTRIQUE RÉELLE.

Laissons maintenant la fonction explicatrice et semi-métaphysique dont l'espace et le temps restent obscurément chargés, et à laquelle nous nous référons souvent inconsciemment ; ne les considérons plus que comme des cadres géométriques inertes. Nous ne pouvons leur attribuer de propriétés que si nous avons défini en eux un repérage et une métrique, opérations d'ailleurs généralement confondues, car nous prenons, normalement, des coordonnées à sens métrique. Comment définirons-nous la coïncidence spatiale et la coïncidence temporelle, l'intervalle spatial et l'intervalle temporel ?

Le théoricien pur néglige ce problème. Il se donne ces intervalles comme des notions primitives, qui définissent par convention les phénomènes ; il choisit librement le lien de la métrique et du repérage, sans se soucier de savoir à quoi correspondent les variables qu'il emploie. La structure de l'espace-temps est pour lui un point de départ, et s'il change de coordonnées, peu lui importe le sens physique de ce fait.

Mais à quelle réalité physique ces grandeurs abstraites sont-elles destinées à correspondre ? Qu'entendrons-nous par ces mots « des intervalles physiques réellement égaux », « des simultanités réelles » ?

Ces expressions peuvent être prises en deux sens.

En un sens dogmatique, théologique dirions-nous, les vraies mesures des phénomènes sont celles auxquelles la nature a égard, lorsqu'elle détermine le devenir, auxquelles s'appliquent les lois sous leur forme originelle et non dégénérée ; sens transcendant et inutilisable comme tel, mais dont la transposition vulgaire est la suivante : les vraies mesures sont celles qui permettent de simplifier les lois, en sauvant les apparences expérimentales. Ce critérium peut jouer quand celui que nous allons dire laisse subsister quelque indétermination.

Les physiiciens rêvent volontiers d'un sens plus spécial, plus direct, proprement expérimental. Certes, ils n'espèrent pas trouver, par quelques expériences simples, la vraie valeur des grandeurs physiques fondamentales, et la structure réelle des phénomènes ; mais il leur semble qu'il en soit autrement pour les grandeurs purement géométriques. C'est dans cet esprit qu'ils attribuent à certaines équations de la Relativité générale le privilège de ne mettre en jeu que des grandeurs « réelles ».

Nous dirons donc que les propriétés réelles de l'espace et du temps sont celles dont l'expression ne fait intervenir que des mesures élémentaires réelles, et nous réserverons ce dernier nom aux mesures qui sont le résultat immédiat d'expériences systématiques de type simple et proprement géométrique. Elles matérialiseront les expériences abstraites que nous avons désignées, au chapitre précédent, sous le nom de déplacement congruent d'un repère.

Mais, dans l'exploration fictive d'une surface, par exemple, nous admettons que le transport d'un vecteur peut être fait indifféremment à tel moment ou à tel autre, avec telle vitesse ou telle autre, que la comparaison des métriques autour de deux points peut être reprise indéfiniment. Cela tient à ce que l'espace est supposé réversible, et sa structure indépendante du temps. Mais il en est tout autrement quand nous voulons comparer des intervalles spatio-temporels. Nous n'avons pas de dimension supplémentaire nous permettant d'explorer du dehors le devenir; le temps est irréversible et nous n'associons pas deux fois les mêmes grandeurs. Aussi nos expériences géométriques sont-elles singulièrement réduites, et le problème des mesures réelles singulièrement ardu, si la structure spatio-temporelle du monde n'est pas exceptionnellement simple.

De plus, nous rencontrons ici trois difficultés : l'une tirée de l'implication du physique et du géométrique; l'autre du caractère imprécis et fragmentaire de toute expérience; la dernière de l'absence d'un procédé rationnel bien déterminé pour explorer l'espace, lorsque les diverses méthodes normales ne concordent pas.

a) Déplacer un corps solide, une horloge identique à elle-même, sont des opérations ambiguës. Elles sont très simples, si nous n'en retenons que le résultat, qui est justement la conservation des longueurs ou des durées. Mais, ceci suppose que le résultat est d'avance défini, et le repérage établi. Prises au contraire dans leur principe, elles portent sur les notions obscures. Nous ne transportons pas un morceau d'espace, mais un corps dans l'espace, un élément de durée, mais une horloge, par exemple un atome. Or, corps solides, horloges sont des objets compliqués, et dont nous ignorons a priori le comportement. Nous tombons ici dans le cercle où tourne toute théorie physique : un corps solide est un corps qui ne se déforme pas et conserve sa grandeur. Mais la métrique de l'espace est elle-même donnée par les déplacements d'un corps solide. En réalité l'expérience fictive qui nous permet de construire notre système de coordonnées suppose l'acceptation de notions primitives nouvelles, auxquelles nous pourrions trouver des équivalents expérimentaux.

Comment cette expérience théorique peut-elle correspondre à la réalité? Les mesures réelles ne portent que sur des ensembles physiques. Il faut, par un travail de décorticage, séparer le phénomène fondamental des phénomènes parasites, le phénomène géométrique des phénomènes physiques. Mais si la séparation est aisée en certains cas, lorsque les phénomènes sont d'apparence différente, et lorsqu'il nous suffit de faire abstraction de l'un d'entre eux, par exemple du changement de couleur, de poids ou de température, elle est plus difficile s'il s'agit de phénomènes de même espèce qui se superposent : une variation physique est

alors celle que nous pourrions rattacher à des causes physiques distinctes (1). Ainsi un phénomène géométrique peut être considéré comme tel soit en raison de sa nature, soit en raison de ses causes : tantôt nous appelons géométrique toute altération portant sur la grandeur et la durée des phénomènes, tantôt nous appelons ainsi toute altération inexplicable, attribuant à la nature de l'espace et du temps, pour sauver le principe de causalité, tout ce que nous renonçons à rattacher à des circonstances expérimentales particulières.

Mais, comme toutes les circonstances d'un phénomène ne sont pas apparentes, la frontière du physique et du géométrique est indécise. Il y a une sorte d'acte de foi, d'aventure intellectuelle dans l'acte par lequel nous renonçons à rattacher un fait géométrique ou mécanique à une cause physique. Et la convention que nous admettons n'est jamais définitive, comme le prouve le sort des mécaniques successives. Nous avons appris à rattacher le mouvement circulaire à l'action de forces physiques, et inversement nous renonçons en général à expliquer physiquement l'altération des longueurs ou le ralentissement des horloges que nous faisait prévoir la théorie de Lorentz. La gravitation même, chose plus étrange, nous semble résulter de la structure géométrique de l'espace-temps, encore que cette structure dépende de la présence de la matière.

Mais, une conséquence de cette indétermination, c'est qu'elle rétablit la liberté de l'esprit, qu'elle rend possible l'usage de principes formels et à priori touchant la nature de l'espace et du temps. Faut-il nous en réjouir ? La chose est douteuse. La théorie géométrique du monde, comme la théorie physique est relative au langage que nous admettons soit par convention, soit par raisons esthétiques, soit enfin par des motifs philosophiques plus profonds. C'est ainsi que la relativité de la théorie physique nous empêche d'attribuer une vérité absolue aux lois simples et qui nous enchantent ; elle empêche aussi l'expérience de les démentir brutalement.

b) Les expériences géométriques sont nécessairement imprécises : le progrès des méthodes d'observation, l'emploi des moyennes, n'y remédient qu'imparfaitement. On sait à quel dépouillement minutieux les observations astronomiques sont soumises, afin d'éliminer les perturbations d'origine physique, et quelle suite de corrections est appliquée aux mesures brutes. Mais il reste toujours l'imprécision des lectures elles-mêmes, et peut-être, à une échelle infiniment plus petite, celle qui dérive du caractère quantique des échanges. Il est donc impossible, en général, de distinguer localement des structures géométriques tangentes les unes aux autres. D'autre part, dès que nous sortons d'un domaine étroit, où nous pouvons déplacer nos mètres et nos horloges, les expériences géométriques deviennent irréalisables, par leur ampleur et par leur nombre ; nous sommes obligés d'attribuer, par une hypothèse d'ensemble, telle structure géométrique à l'espace et au temps, et c'est cette hypothèse qui légitime les immenses triangulations et l'ensemble des opérations dérivées, par lesquelles nous attribuons à un phénomène particulier tel lieu et telle grandeur, tel instant et telle durée.

(1) Le plus simple sera d'éliminer ces causes. Ainsi le transport d'un mètre réel ne définira l'égalité des longueurs que si la température ne varie pas au cours de l'expérience.

Nous modifierons donc notre réponse à la question « qu'est-ce qu'une mesure géométrique réelle ? » et nous dirons qu'une mesure est réelle lorsqu'elle nous donne le résultat immédiat d'une opération simple et systématique, théoriquement réalisable; notre impuissance à effectuer les expériences correspondantes dérivant de notre faiblesse pratique, non d'une indétermination ou d'une absurdité intrinsèques. Nous conservons le mot immédiat, parce que, sans cette condition, toute fonction d'une mesure réelle serait également une mesure réelle. Le criterium de réalité consiste donc désormais dans une expérience virtuelle; et l'on voit aussitôt combien est incertaine la frontière entre l'impossibilité pratique et l'impossibilité théorique.

c) Enfin, et c'est ici un point plus délicat, la nature même des opérations géométriques n'est pas nécessairement bien déterminée, même idéalement, virtuellement. Le fait, très simple dans le cas de l'espace, devient un peu plus difficile à imaginer dans le cas du temps. Dans le premier, nous retrouvons, transposés en termes physiques, les démarches et les incidents qui se présentent dans l'exploration de l'espace abstrait. Dans la théorie physique classique, qui extrapole et considère comme absolument exactes les propriétés des solides mesurés par les procédés courants, deux mètres restent superposables après déplacement dans l'espace, quels que soient le chemin suivi et la vitesse du parcours; D'autre part, nous vérifions la coïncidence des réseaux de coordonnées établis par divers procédés. Dans l'espace euclidien, la définition des coordonnées et de la métrique est en quelque sorte parfaitement déterminée. Mais c'est là un accident : a priori, nous ne savons pas si la vitesse d'un déplacement agit sur les longueurs. Si elle le fait, il nous faudra explorer notre espace au moyen de déplacements infiniment lents, et comme réversibles. Il peut se faire d'ailleurs que les déplacements ne soient intégrables ni en direction ni en grandeur, que les rotations elles-mêmes ne le soient pas. Nous serons alors amenés à choisir, par décision, un certain système de coordonnées, et à définir, avec son aide, la structure de notre espace. Dans ces conditions nous pourrions encore parler des propriétés réelles de l'espace, mais non des mesures réelles d'angle et de grandeur, à moins d'avoir spécifié la méthode de détermination. Nous retrouverons ce point en parlant de l'espace absolu. Observons seulement que cette indétermination est plus ou moins radicale, et qu'en tout cas elle ne répond en aucune manière à une libre initiative de notre esprit.

Considérons maintenant les mesures temporelles : il nous faut définir les durées en chaque point, et associer ensuite les origines des temps aux divers points de l'espace. Rien de plus naturel que de mesurer les premières par le nombre de périodes d'un phénomène simple, localisé en ce point, par exemple par celui des révolutions d'un électron autour d'un atome, ou à l'aide d'une horloge d'un type plus courant. Nous pouvons également mesurer le temps par l'amplitude d'un phénomène régulièrement croissant, qu'il s'agisse de la désintégration d'un corps radioactif, ou simplement de l'écoulement de l'eau dans une clepsydre. Mais ceci suppose bien des conditions. Comment savons-nous, en effet, que le phénomène horloge reste exactement semblable à lui-même, que sa période est régulière ? Nous l'admettons, par approxima-

tion, alors même que théoriquement nous sommes certains qu'il a légèrement varié, et nous justifions notre postulat par le fait que les lois physiques s'expriment assez simplement en fonction de cette mesure du temps. Le cas échéant nous rectifions, comme le prouve l'emploi des divers types de temps moyen en astronomie. Mais, a priori, nous ignorons même s'il est possible de définir en un point un temps unique : car rien ne nous prouve par exemple, qu'un phénomène ait la même période s'il est orienté en des sens divers. Nous pouvons trouver transposées en termes physiques les diverses hypothèses faites dans le cas des espaces abstraits. Supposons, par exemple, qu'un gyroscope tourne plus ou moins vite suivant les directions, ce qu'il est possible de constater sur place, au moins en théorie. Nous pouvons sauver l'unicité du temps en choisissant comme temps fondamental celui qui correspond aux directions de périodes maxima : le plus petit des temps mesurables en M. Mais si les divers temps jouent un rôle semblable dans les équations de la mécanique, par exemple dans la détermination des mouvements d'inertie, ne doivent-ils pas être considérés comme également réels ? La question est encore plus naturelle s'ils sont indiscernables localement, par exemple si un atome change de période après une rotation complète qui le ramène à sa position primitive. Dans le premier cas nous sommes amenés à considérer un temps à plusieurs composantes, dans le second un temps à connexion non holonome.

Nous avons comparé ici des horloges également immobiles en un point, mais nous pourrions, le cas échéant imaginer qu'elles se meuvent par rotation autour de ce point avec des vitesses finies, et que les périodes varient pendant ces rotations.

Il se pourrait même qu'il n'y eût aucune loi exacte associant, coordonnant ces divers temps, il se pourrait que deux horloges entièrement indiscernables fussent douées de périodes capricieuses, dont les valeurs moyennes concorderaient seules. Le temps deviendrait ainsi une notion purement statistique. Il y aurait une indétermination fondamentale dans la mesure des périodes individuelles.

Mais c'est surtout dans l'association des temps aux divers points de l'espace que le rôle des conventions est manifeste, c'est-à-dire dans la définition des simultanités. La physique classique repose, en effet, sur deux idées : a) si deux horloges sont identiques en des points différents de l'espace, et si elles sont une fois synchrones, elles le restent indéfiniment; b) on peut synchroniser les horloges de différentes manières, qui s'équivalent exactement : par transport de l'une auprès de l'autre, par échange de signaux de nature quelconque. Or, ces deux principes, très simples et très vraisemblables, sont des conventions que l'expérience ne confirme que grossièrement. Nous pouvons parfaitement supposer que le mouvement d'une horloge cesse d'être régulier quand on la déplace, qu'il est accéléré si elle est mise en mouvement et révoquer en doute le second principe. Nous pouvons même nier le premier et admettre que deux horloges identiques ne marquent pas le même temps, qu'elles ne restent pas synchrones lorsqu'elles sont rattachées à différents points de l'espace.

L'emploi de signaux suppose une certaine théorie du phénomène signal, qui seul le rend légitime. Dans la théorie classique de la lumière, l'emploi de signaux lumineux n'est acceptable que dans un système immobile par rapport à l'éther, si l'on ne veut pas définir de fausses.

simultanéités. C'est donc un procédé de réglage artificiel. Dans tous les cas où nous employons la théorie relativiste, il n'est d'ailleurs mis en œuvre que d'une manière toute fictive. En fait le seul mode de réglage qui ait été pratiquement utilisé pendant longtemps, et le seul qui soit théoriquement admissible, utilise le transport d'un chronomètre. Or, l'expérience nous apprendra seule si deux chronomètres synchrones au départ le sont encore à l'arrivée, lorsqu'ils ont suivi des parcours différents, soit qu'ils aient été déplacés avec des vitesses différentes, soit qu'ils l'aient été par des chemins différents. Si par exemple le mouvement d'une horloge dépend de sa vitesse de transport, nous sommes amenés à choisir une vitesse type, et tout naturellement nous prendrons une vitesse infiniment petite, définissant le temps à travers un système par translation infiniment lente d'une horloge. On pourra rapprocher ce fait de l'emploi des transformations réversibles pour définir la variation d'entropie d'un système. Encore faut-il qu'au moins deux réglages de ce genre coïncident (ainsi nous vérifions que la variation d'entropie dans une transformation réversible, ne dépend que des états extrêmes). S'ils ne coïncidaient pas, nous serions obligés de spécifier plus étroitement encore la définition du temps. Imaginons par exemple, qu'une horloge après avoir été transportée dans l'espace, ne coïncide plus avec elle-même, qu'elle marque, par exemple, un temps moindre qu'une horloge identique restée immobile. Nous concluons sans doute que le lieu agit sur le temps. Mais dans ces conditions, deux définitions normalement équivalentes du temps sont dissociées : en effet, considérons deux phénomènes identiques qui se propagent à partir d'un centre O , à un intervalle donné. L'intervalle de leurs passages en un point quelconque de l'espace définit une durée équipollente à la durée qui les séparait à l'origine. Mais cette durée sera différente de la durée marquée par une horloge identique à une horloge placée à l'origine. Nous aurons donc en chaque point deux définitions du temps équipollentes à un temps de l'origine. Laquelle est réelle? Le problème est intrinsèquement indéterminé. Nous sommes obligés de revenir à une justification de principe différent : le temps réel est celui par rapport auquel les lois des phénomènes expérimentaux se simplifient; à moins que nous n'ayons par ailleurs des raisons philosophiques d'imposer par exemple la seconde définition.

A vrai dire, toutes ces expériences permettant de définir directement le temps aux divers points et dans les divers systèmes du monde physique sont purement théoriques. C'est par une hypothèse spontanée que nous admettons une certaine structure qui se vérifie par ses conséquences, en concours avec tout le réseau des lois physiques.

E) CONDITIONS A PRIORI ET STRUCTURE SPATIO-TEMPORELLE.

Nous avons dit que l'indétermination « physique-géométrique » nous permettait, même quand les résultats de l'expérience sont précis, de sauver certains caractères de l'espace et du temps par l'emploi d'hypothèses physiques touchant les actions extérieures : ces hypothèses s'imposent parfois, si les circonstances physiques et leur intervention sont manifestes, elles sont plus arbitraires si ces circonstances semblent manquer ou même si leur action ne rentre pas dans un type ancien et

compréhensible. Il reste à savoir si leur intervention se justifie, quand elle complique tant soit peu l'expression globale des phénomènes. Si la structure de l'espace et du temps d'une part, celle du champ et des lois physiques d'autre part, se déterminent l'une l'autre, un peu comme la forme des lois détermine le choix des valeurs expérimentales approchées, et inversement, dans la méthode des moindres carrés, avons-nous des raisons d'ordre général, et en quelque sorte à priori, pour imposer à la première des conditions formelles, de la même manière que nous avons justifié qualitativement et en quelque sorte topologiquement, l'existence même du cadre spatio-temporel ?

Kant admet que l'espace et le temps où nous reconstruisons le monde physique sont des intuitions à priori, achevées en elles-mêmes et connues adéquatement jusque dans leur infinité. L'espace géométrique tel qu'il est prédéterminé en nous est aussi l'espace physique objectif; et comme il est euclidien, celui-ci l'est également. Mais nous savons qu'il n'en est rien : l'espace géométrique n'est qu'une abstraction, et l'espace physique est une intuition qui doit être choisie et spécifiée. Faut-il croire cependant que seule l'expérience nous guide dans cette spécification ou devons-nous admettre, au contraire, que certains caractères de l'espace et du temps peuvent être déterminés à priori, que la raison, d'avance, nous en trace les contours ? L'histoire des idées semble bien montrer que toute entreprise de ce genre est vaine, et que la consécration métaphysique des hypothèses non seulement est illusoire, mais se produit en général au moment où ces hypothèses commencent à être abandonnées par les savants. De quoi les « Principes métaphysiques de la science de la nature » sont un exemple célèbre; il en est de même de la métaphysique du principe de Carnot ou de celle du mécanisme. Et c'est là ce qui rend un peu décevante la philosophie des sciences.

Qu'entendons-nous d'ailleurs par « a priori » ? Kant en voit le critérium dans la nécessité de certains principes synthétiques. Mais il semble que l'opposition d'analytique à synthétique est vaine. Il n'y a pas de nécessité analytique, il n'y a pas de mode de raisonnement propre à la logique élémentaire que l'on puisse opposer à la démonstration mathématique. Toute nécessité logique est de construction, et par là même relative aux fondements axiomatiques. Elle est hypothético-déductive. Reste à savoir s'il existe, en dehors des justifications expérimentales, une nécessité catégorique, portant sur les principes, et d'origine proprement rationnelle.

Or, sans toucher ici au problème des principes rationnels, nous pouvons retenir deux remarques évidentes : l'une est que l'enfant est prédestiné à comprendre et à raisonner, et que l'animal ne l'est que d'une manière très inférieure; l'autre est que les connaissances ne peuvent exister dans l'âme avant l'expérience, sous une forme rigide. Pas plus que le postulat d'Euclide, le principe de causalité ne peut être donné en nous, en dehors de tout sens expérimental. Les formules en elles-mêmes ne sont ni vraies ni fausses, ni affirmées ni niées à priori. Nul ne peut concevoir le développement de la vie mentale comme un agrandissement, ou comme l'éclairement d'une demeure obscure. Les connaissances de l'adulte ne sont pas plus dans l'enfant que le chêne n'est dans le gland, ou le rosier dans sa bouture; et la théorie de l'emboîtement des germes est aussi vaine dans l'ordre de l'esprit que dans l'ordre biolo-

gique. Reste donc la solution épigénétique, qui n'est d'ailleurs qu'un autre nom donné au problème du développement.

Ce qui est donné en nous, à l'origine, ce n'est pas un certain dogme physique ou métaphysique, c'est d'abord une certaine curiosité, une inquiétude, — c'est ensuite une aptitude à comprendre le symbolisme des phénomènes et en particulier celui de nos paroles et des événements, — c'est enfin une prédestination à inventer différentes conventions de langage et de raisonnement. En un mot l'intelligence est une inclination à aller par les signes au devant de l'expérience, et l'a priori n'est jamais fait que d'intentions, de bonne volonté physique ou métaphysique : il est donc formellement indéterminé. Toute enquête touchant les principes rationnels se réduit donc à chercher des images intuitives qui puissent nous faire comprendre par analogie comment ils peuvent être préformés. C'est d'ailleurs notre seule manière de comprendre un fait, quel qu'en soit l'ordre, et la représentation numérique ou verbale entre elle-même dans ce cadre.

Il reste pourtant un point très important : il y a, semble-t-il, dans l'homme certains principes d'esthétique « ontologique » ; ils n'ont aucune certitude dogmatique, ils traduisent les inclinations essentielles de notre nature intellectuelle. Kant les appellerait régulateurs, et nous pouvons leur conserver ce nom, s'il est entendu par ailleurs qu'il n'existe pas de principes constitutifs déterminés. Le reproche que l'on peut faire à Kant, c'est d'avoir brisé la pensée humaine (1), d'avoir méconnu la continuité des démarches de la pensée qui mènent l'homme des hypothèses physiques aux hypothèses métaphysiques comme s'il y avait une région des assertions certaines et une région distincte des assertions idéales et au fond fictives, une région de la connaissance et une région de l'allégorie. Ce sont, au contraire, les mêmes tendances qui nous guident dans l'une et dans l'autre, qui nous mènent de l'expérience dispersée, et des hypothèses fragmentaires de la causalité élémentaire, à l'idée d'un monde physique objectif, à celle du « Cosmos » et de la création. Et sans doute l'incertitude va croissant, mais c'est régulièrement et, pas plus dans l'ordre de la connaissance que dans l'ordre physique, il n'y a un monde sublunaire d'une autre nature que celui des corps célestes.

C'est amoindrir le sens de ces principes que de les insérer dans le cadre d'une simple économie de pensée, ainsi que l'a fait Mach. Assurément, l'homme, cet architecte d'idées, ménage ses matériaux, et en restreint la dépense. Mais il est aussi un artiste, et la simplicité des lois n'est pas chez lui que de l'épargne, elle est aussi pureté de lignes et elle est voulue parce qu'elle est belle. On dira peut-être que l'accoutumance seule nous fait trouver belle cette simplicité, pourtant l'expérience prouve que nous ne nous habituons pas à certaines complications ; comme les styles, les hypothèses intellectuelles s'encombrent de détails et dégénèrent ; mais le progrès consiste à recréer des lignes pures et des pensées simples. Aussi voyons-nous fleurir les principes de symétrie, d'homogénéité, de relativité, qui se rattachent au thème général du principe de raison suffisante. Celui-ci n'est nécessaire que dans la mesure où

(1) Tout au moins en ce qui concerne sa légitimité. En effet, Kant lui-même accorde que les Idées de la Raison pure procèdent d'un mouvement naturel de la pensée humaine.

il se réduit à une définition de mots. Il exprime en réalité un parti-pris de l'esprit de rendre raison des différences, et des différences entre différences, c'est-à-dire de les rattacher à des lois et à des circonstances antérieures. Mais nul ne peut dire à l'avance si la nature s'y prêtera et si l'esprit réussira. Nous touchons ici au problème métaphysique de l'induction, lequel est manifestement insoluble. Nous entreprenons, et nous espérons, ce qui est déjà beaucoup, car en d'autres points, il nous faut entreprendre sans espérer.

Appliquons ceci au cas de l'espace et du temps physiques. Pouvons-nous leur imposer des conditions générales ? La chose est difficile à préciser. Assurément, nous ne pouvons être satisfaits d'une théorie physique que si elle nous donne une image d'ensemble des phénomènes : d'où un principe d'unité de la représentation spatio-temporelle. D'autre part, beaucoup ont essayé de tirer du principe de causalité des conditions d'homogénéité de l'espace, d'irréversibilité du temps, et de passer de là à l'affirmation que certaines grandeurs doivent être absolument invariantes. Mais toutes les déductions que l'on a faites à ce sujet sont incorrectes, comme nous le verrons. Certes, nous avons le droit de postuler l'homogénéité de l'espace, quitte à préciser le sens de cette formule. C'est même à peu près la seule restriction correcte que nous puissions raisonnablement imposer à priori au concept d'espace, mais il n'est pas sûr que cette exigence soit réalisable.

À côté de ces intentions intellectuelles, qui constituent en un certain sens des lois de l'esprit, nous trouvons des limitations, qui en sont d'autres, mais en un sens différent. Elles expriment à vrai dire un fait : l'impuissance de notre imagination à créer du nouveau, à dépasser le sensible. Notre intelligence ne procède que par composition et prolongement d'images sensibles, et l'univers physique du savant, dans toute son immensité, reflète les conditions élémentaires de notre perception.

Peut-être y a-t-il là cependant plus qu'une simple circonstance psychologique, et peut-être avons-nous le droit d'ériger la forme de notre représentation en forme de la réalité, dans la mesure où cette réalité ne peut être conçue que dans l'unité d'une conscience en général. C'est ce que nous examinerons en étudiant les conséquences de la Relativité restreinte.

E) LA PHYSIQUE TRADITIONNELLE.

Nous pouvons maintenant préciser les caractères de l'espace et du temps d'après la physique classique. Nous savons déjà en quel sens ces deux notions peuvent être dites réelles, mais on leur attribue souvent d'autres qualités, liées soit à des faits géométriques, par exemple celles qui touchent leur structure ou leur étendue, soit à des faits mécaniques.

En quel sens dirons-nous, tout d'abord, que l'espace et le temps sont universels ? Nous voulons dire que l'ensemble des phénomènes doit pouvoir être représenté dans un même système de coordonnées, et que leurs lois doivent pouvoir s'y exprimer intégralement : ceci correspond à des idées confuses tirées de l'unité du monde physique et du rôle substantiel de l'espace et du temps dans la détermination du devenir. En réalité, nous traduisons par là notre désir de construire un tableau d'ensemble de l'expérience, d'un seul point de vue intuitif. Nous consacrons, dans l'ordre

abstrait, la nécessité où nous sommes de percevoir l'expérience dans un seul cadre, dans un seul mouvement, nous prêtons à la nature notre manière humaine de voir et de comprendre le devenir sensible.

LA NOTION DE GRANDEURS ABSOLUES.

On dit souvent que la physique classique fait intervenir un espace et un temps absolus. Mais ces termes ne sont pas clairs. En effet, en un sens, absolu ne signifie rien d'autre que réel, objectif, et en ce sens toute conception réaliste du monde physique suppose un absolu. Telle est bien la tendance de la science moderne par opposition à la conception leibnizienne suivant laquelle le monde extérieur n'est rien au fond que la loi de correspondance des perceptions individuelles, et peut être pensé par Dieu non pas sous la forme d'une chose unique, mais sous celle d'une corrélation entre les contenus intuitifs des monades. En ce sens, l'espace de la Relativité générale est absolu comme celui de Newton. Tenons ce point pour acquis, en renvoyant aux beaux travaux de M. Meyerson, dont nous n'acceptons d'ailleurs pas toutes les conclusions.

En un sens voisin, l'espace est quelque chose d'absolu, dans la mesure où il est associé à un milieu matériel, doué de quelque immobilité par rapport à lui-même, et dont l'existence peut seule nous faire comprendre la propagation des influences, des interactions physiques.

Venons en à un sens plus proprement expérimental. Dans l'opinion courante, l'espace est absolu si le mouvement est absolu, et ceci se rattache à une idée très générale, applicable également au temps : nous dirons que l'espace et le temps sont absolus, si nous pouvons définir et mesurer d'une manière absolue les grandeurs spatio-temporelles. Mais que veut dire, en général, la mesure absolue d'un phénomène physique ?

Cette expression peut, semble-t-il, s'entendre de deux manières, opposées et comme complémentaires ; une mesure est absolue : a) lorsqu'elle est déterminée par une méthode absolue, c'est-à-dire dans un système de coordonnées privilégié, naturel, d'emploi inévitable ; b) quand elle est invariante dans un changement de coordonnées ; une grandeur non invariante sera dite relative au système de référence choisi.

En ce qui touche le premier point, observons que s'il existe un système de référence absolu, il peut n'être pas individuellement déterminé et n'être donné qu'à une certaine transformation près. A quoi peut tenir le privilège d'un tel système ? Tout d'abord à des raisons théoriques, fondées sur la nature présumée des phénomènes (par exemple, sur l'idée d'un éther immobile, ou sur l'idée de méthodes naturelles de repérage) ; ensuite à des circonstances expérimentales : l'existence d'unités naturelles, la forme plus ou moins simple que prennent les hypothèses et les lois nécessaires pour sauver les phénomènes. La structure géométrique absolue de l'univers est celle qui simplifie le plus et ordonne au mieux les phénomènes physiques.

Nous pouvons dire qu'il existe une unité d'angle absolue, qui est l'angle formé autour d'un point par une demi-droite, considérée comme double ; ses divisions, l'angle droit en particulier, seront aussi des unités absolues. Mais les angles n'interviennent qu'à titre dérivé, et sont subordonnés aux longueurs, pour lesquelles il n'existe rien de tel. Si l'espace était sphérique, il existerait une unité de longueur absolue, mais rien ne prouverait

d'ailleurs qu'elle jouât un rôle dans les équations de la physique et le privilège pourrait en être purement honorifique. Localement, le choix de l'unité de longueur est indéterminé. Il en est de même de l'unité de temps. Si l'espace et le temps étaient discontinus, nous aurions encore une unité absolue. Quand il s'agit de phénomènes physiques, nous sommes obligés d'introduire des notions de ce genre : la charge de l'électron, son rayon, la vitesse de la lumière dans le vide, d'autres encore. L'emploi du mot absolu est d'ailleurs malencontreux, et celui de naturel créerait moins d'équivoques.

Il est difficile d'appliquer, par ailleurs, le critérium de simplification des phénomènes. Tout d'abord, un changement de système de référence qui simplifie l'expression de certains d'entre eux complique celle de certains autres. Il faut donc nous référer à l'ensemble de ces phénomènes. D'autre part, la simplification des lois et celle des grandeurs ne vont pas de pair, et sont parfois inverses l'une de l'autre. En troisième lieu, il peut y avoir des simplifications fallacieuses, dont l'exemple le plus connu consiste à unifier, en une même formule symbolique, des lois dont le contenu est très variable, suivant le système de coordonnées. Enfin, la notion de simplicité elle-même est obscure, et résulte d'un concours d'éléments expérimentaux, d'idées de sens commun et de principes esthétiques ou métaphysiques souvent propres à un savant.

Résumons donc les hypothèses qui peuvent justifier l'emploi des mots « relatif », « absolu ».

Où bien un changement de coordonnées laisse invariantes certaines grandeurs et certaines expressions. Celles-ci sont dites parfois absolues, eu égard à lui ; et il est dit relatif, eu égard à elles, et les systèmes équivalents. Ces formules sont surtout employées quand il correspond à des changements de repères ayant un sens physique très important, comme le passage d'un système de référence dit fixe à un système identique, mais en mouvement.

Où bien dans ce changement, les grandeurs en question varient. Elles sont donc relatives au système de référence adopté, et les divers systèmes ne sont plus équivalents. Mais ici deux cas se présentent. En effet, il se peut que dans un système particulier, elles prennent une forme ou une valeur privilégiées. Nous les rapporterons alors de préférence à ce système, et elles seront dites de nouveau absolues.

Il se peut au contraire que nul système n'ait de privilège à cet égard. C'est ce qui a lieu par exemple si la forme des lois est conservée, et s'il y a réciprocité des apparences. Dans ces conditions, notre choix est indéterminé, les divers systèmes sont équivalents, et l'on dit parfois que la relativité des grandeurs en jeu est radicale.

Parfois enfin, en liaison avec la première hypothèse, on dira qu'une circonstance est relative, si elle n'agit pas sur les propriétés des objets, en particulier sur leurs propriétés géométriques : c'est ainsi qu'on parle souvent de la relativité de la position ou du mouvement.

On voit que la solution la plus raisonnable serait d'interdire purement et simplement l'emploi des mots « absolu » et « relatif » dont les sens sont toujours incertains, et parfois contradictoires. Il devrait en être de même des mots « valeur », « objectif ». Mais l'usage s'y refuse. Notons simplement que, lorsqu'on dit que la physique classique admet un espace et un temps absolus, on fait allusion tantôt à l'invariance de certaines grandeurs géométriques, dans certains changements de systèmes de référence, tantôt

à l'existence de repères expérimentaux privilégiés, tantôt à l'existence extra-expérimentale d'un milieu matériel support des différents champs de forces. Essayons de préciser les assertions correspondantes.

LES HYPOTHÈSES TRADITIONNELLES.

Il est bien difficile, avouons-le, de parler en bloc de la physique traditionnelle et de ses opinions touchant l'espace et le temps. Elle ne constitue pas en effet une théorie unique, achevée, exhaustive. Elle parle le langage des actions à distance pour la gravitation ou les actions électrostatiques, celui des propagations pour l'électromagnétisme en général; mais elle admet que le premier ne représente qu'un aspect superficiel des phénomènes. D'autre part, nous attacherons-nous aux hypothèses figuratives communément admises ? Alors il n'est pas douteux que la plupart des physiciens acceptaient un espace matériel, sous le nom d'éther ou de milieu gravifique. Ne retiendrons-nous au contraire que les équations abstraites et leurs conséquences expérimentales ? Mais celles qui intéressent, par exemple, le mouvement absolu ne correspondent en général qu'à des expériences théoriques, portant sur des phénomènes isolés de toute influence, sans que nous sachions si, même en ce cas, la théorie tient compte de toutes les actions possibles. C'est dire que l'expérience concrète risque d'être inadéquate et non cruciale. Essayons cependant de préciser les hypothèses ordinaires.

*

**

Attachons-nous d'abord au premier aspect des choses : celui qui fait d'absolu un synonyme d'invariant. Considérons deux systèmes de référence équivalents, par exemple deux systèmes en translation uniforme relative. Le passage de l'un à l'autre conserve des invariants géométriques : en mécanique classique, l'intervalle spatial de deux événements simultanés, l'intervalle temporel de deux événements proches ou éloignés l'un de l'autre, la masse d'un corps sont des absolus. En mécanique relativiste, l'intervalle d'espace-temps, la charge, l'ordre de succession de deux événements appartenant à une même trajectoire réelle sont aussi « absolus ». Il faut observer d'ailleurs que, dans la mesure où les grandeurs sont ainsi absolues, il est impossible de caractériser un système privilégié, d'introduire un repérage et des mesures absolus au premier sens du mot.

Or, il convient de signaler, dans la physique classique, une méthode d'analyse des phénomènes tout à fait caractéristique, fondée sur la considération des invariants, et qui s'oppose à celle des relativistes; nous la nommerons : méthode des définitions absolues.

Les phénomènes changent d'apparence suivant le système d'observation auquel ils sont rapportés, cela est un fait. Ainsi la hauteur d'un son, la fréquence d'une radiation varient suivant l'état de mouvement de l'observateur. Mais il est possible d'inventer des phénomènes théoriques tels qu'ils soient invariants dans tous les systèmes de référence et que tout changement d'apparence résulte d'une complication du phénomène, de l'introduction d'un effet complémentaire, qui se superpose au premier, mais ne le transforme pas. Ainsi les dimensions ou la masse d'un corps, la durée d'un mouvement, la valeur d'une charge électrique, l'intensité d'un courant ne changent pas suivant le système de référence dans lequel

elles sont mesurées. En un mot, le passage d'un système d'apparences à un autre a lieu par complication et composition d'effets, non par transformation.

Ceci nous oblige à séparer les changements de systèmes de référence des changements de coordonnées. En effet, la valeur d'une grandeur varie avec les unités employées, sans que nous songions à dire que la grandeur elle-même a changé. S'il me plaît de repérer l'espace en coordonnées polaires, la loi d'inertie prendra une forme plus compliquée, qui rentrera bien dans l'expression abstraite : suivre une ligne droite avec une vitesse constante, — mais c'est l'expression analytique de la ligne droite qui changera d'une manière d'ailleurs parfaitement déterminée, covariante. Nous réserverons le mot : changement de système de référence au passage de mesures effectuées dans un certain système à des mesures faites par les mêmes procédés dans un autre système, mobile par rapport au premier. Ainsi un observateur placé sur un navire peut apprécier les mêmes événements qu'un observateur de terre ferme. Dans un tel changement, nous aurons affaire à deux sortes de grandeurs : les unes seraient complètement invariantes, ainsi la grandeur d'un segment, et toutes les propriétés individuelles d'un corps ; les autres seront complétées, et par là modifiées : à la distance d'un point par rapport à une origine mobile s'ajoutera celle même de cette origine par rapport à une origine fixe, à la vitesse relative s'ajoutera la vitesse d'entraînement ; la hauteur d'un son, la fréquence d'une radiation varieront. Nous dirons, en ce cas, que le phénomène mesuré n'est pas le même, et qu'une circonstance nouvelle est intervenue.

Cette règle de séparation des phénomènes s'est montrée extrêmement commode. Philosophiquement, elle ne se fonde pas sur une analyse bien convaincante. Dans un changement de coordonnées, dira-t-on, nous voyons clairement que l'objet mesuré est identiquement le même. Au contraire, dans un changement de système de référence, il en est autrement. Le mouvement du corps peut provoquer des actions adventices, si bien que nous croyons mesurer la même chose quand nous mesurons deux choses différentes, auxquelles nous donnons le même nom parce que l'une détermine l'autre. Et nous voyons renaître ici l'opposition des qualités premières et des qualités secondes. Un son semble conserver son unité quel que soit le système où il est entendu, mais c'est que nous avons là une apparence seconde : l'unité de la sensation recouvre une multiplicité objective, une différence objective ; nous avons affaire non pas à *une chose* saisie dans deux systèmes mais à *deux images*. Au contraire, quand nous mesurons une grandeur géométrique, nous avons prise sur la chose elle-même, qui naturellement est unique ; les mesures correspondantes doivent donc coïncider. Les qualités premières ont des mesures absolues.

L'inconvénient de tout ce raisonnement, c'est d'abord qu'il est peu raisonnable d'étendre aux durées, aux masses, aux charges, ces propriétés des qualités premières.

C'est aussi que cette analyse ne repose sur aucun fondement objectif. La vue ou le toucher ne nous donnent pas plus la substance des objets que le son ou l'odorat, nous ne sommes jamais en face que d'apparences sensibles. Mesurer une grandeur dans un système nouveau, c'est faire une nouvelle expérience, déterminée par l'ancienne, sans que nous sachions pourtant si l'objet mesuré est bien le même dans les deux cas, si le mètre est inchangé. Il n'y a là aucune évidence à priori, mais seulement une

convention. Nous admettons l'existence de choses dont la mesure est la même dans tous les systèmes, et nous décidons que si deux mesures diffèrent, c'est qu'elles ne portent pas sur la même chose. L'expérience seule peut nous dire si cette convention est inacceptable, ou simplement incommode, ou au contraire utile et féconde.

Cette affirmation que les grandeurs objectives sont invariantes dans tout changement de système de référence (qui n'est pas un changement de coordonnées) revient à un principe très général de relativité du mouvement, par lequel on affirme que le simple fait qu'un corps se meut ne peut changer les grandeurs objectives qui lui sont attachées. Une forme plus radicale de ce principe est celle-ci : le mouvement dans l'espace vide ne peut déterminer aucune action particulière; ainsi le mouvement d'une charge électrique ne peut déterminer un champ magnétique que s'il a lieu dans un milieu particulier (l'ancien éther des physiciens). Cette remarque se rattache à celle qui vise l'action à distance, par simple présence des corps. Elle la généralise en l'étendant à l'action à distance par mouvement.

A vrai dire, il arrive que cette méthode d'analyse des phénomènes soit un peu formelle; si je passe d'un système de référence à un système accéléré par rapport à lui, les lois des phénomènes changent, mais je puis dire que le changement se réduit à l'adjonction de forces nouvelles, et ne modifie pas les forces anciennes. Cette décomposition est évidemment moins naturelle que celle du champ électrostatique et celle du champ magnétique liés à une charge en mouvement.

**

Venons-en au second aspect des choses : y a-t-il un moyen de définir des systèmes de référence absolus, c'est-à-dire tout à fait privilégiés, dont le choix traduirait certaines propriétés de l'espace : sa structure, son immobilité ? Et cette question revient à la suivante : dans quelle mesure divers systèmes de référence sont-ils équivalents, dans quelle mesure les changements d'unité, d'origine, d'orientation, sont-ils purement relatifs ?

Considérons d'abord la relativité de la grandeur. Quand nous changeons le système d'unités, la mesure des grandeurs varie : elle est donc relative à ce système, et cette relativité est presque radicale. La forme des lois doit être en principe indépendante d'un tel changement; c'est pourquoi l'on impose aux équations correspondantes d'être homogènes. S'il s'agit de faits purement géométriques, la condition est absolue. S'il s'agit de faits physiques, nous pouvons toujours introduire des coefficients variant avec les grandeurs fondamentales, et qui rétablissent l'homogénéité. Mais il faut prendre garde que l'on ne justifie pas de la sorte ce que l'on peut appeler le postulat de l'agrandissement. Il s'agit de passer de l'expression d'un phénomène dans un système de mesures à son expression dans un autre, et non pas, dans le même système, à celle d'un phénomène agrandi. L'opération est légitime pour un phénomène théorique purement géométrique, elle ne l'est pas nécessairement pour un phénomène physique complexe; en effet, celui-ci met en jeu des grandeurs absolues : nombre d'atomes, nombre de charges électriques, etc. Il est donc possible qu'une loi inductive soit une forme dégénérée d'une loi générale, ou qu'une démonstration ait fait intervenir subrepticement des considérations liées à la grandeur propre des éléments mis en jeu, que des actions négligeables à une échelle ne le soient plus à une autre.

En ce qui touche la forme des coordonnées, il n'est pas douteux que certains systèmes ne soient privilégiés : ce sont les systèmes cartésiens, où les lois de la nature se simplifient d'une manière exceptionnelle. Ils constituent les systèmes de référence normaux ; ils peuvent d'ailleurs différer par leur origine ou leur orientation, en particulier par leur orientation spatio-temporelle, c'est-à-dire leur état de mouvement.

Prenons maintenant la relativité de la position spatiale. Il faut entendre qu'un corps solide a la même grandeur lorsqu'on le mesure dans un système d'origine quelconque, pourvu que la nature de ce système soit partout la même. Ceci revient à dire que le déplacement infiniment lent d'un solide dans l'espace vide ne peut en modifier la grandeur. Ce principe peut être étendu aux horloges et à la durée qu'elles marquent, et il constitue l'élément le plus important du principe de causalité. Mais le mot relativité est fâcheux, puisqu'un espace où le principe se vérifie est simplement homogène, et qu'un espace non-homogène n'a rien de particulièrement absolu.

Nous pouvons également parler de la relativité de l'orientation spatiale du repère des grandeurs. Mais venons-en sur-le-champ à la relativité du mouvement :

Pouvons-nous déceler le mouvement absolu d'un système de référence, non sans doute par la variation des grandeurs physiques, mais par l'apparition de forces nouvelles ou d'effets nouveaux ? Ici encore, une difficulté se présente. Nous pouvons souvent dire que, de deux mouvements relatifs, l'un est véritablement réel. Mais cette réalité doit s'entendre, d'ordinaire, par rapport à un milieu matériel particulier, par exemple l'air ou l'eau. Or, nous cherchons à définir le mouvement par rapport à l'espace vide. Mais celui-ci ne peut intervenir directement ; une convention s'impose, qui peut prendre deux formes : — ou bien nous considérons des actions à distance. Aucun milieu intermédiaire n'est présumé, et si nous sommes amenés à définir des systèmes privilégiés, ils seront associés à l'espace vide par simple définition ; — ou bien nous considérons des actions transitives, dans un milieu spécial. Le mouvement ne sera également décelé que par rapport à ce milieu ; mais nous pourrons, par convention, identifier celui-ci à l'espace.

a) RELATIVITÉ DANS LE CAS DES ACTIONS A DISTANCE.

De deux systèmes en mouvement uniforme relatif, nous ne pouvons dire lequel se meut réellement. La chose est évidente s'ils sont par ailleurs inertes, puisque le mouvement n'a pas d'action géométrique. Elle l'est aussi, même si les systèmes sont accélérés par une force extérieure, car les forces que nous connaissons ne dépendent pas de la vitesse des corps auxquels elles s'appliquent.

Par contre, si les étoiles dans leur ensemble étaient immobiles les unes par rapport aux autres, si quelques planètes seules se mouvaient, il serait naturel de prendre l'état des premières comme définition du repos absolu de l'espace et du milieu dynamique en général. D'une manière générale, nous pourrions prendre le centre de gravité de l'ensemble des masses matérielles comme repère de l'immobilité absolue.

Il n'en est pas de même des systèmes accélérés l'un par rapport à l'autre. Certes, un observateur lié à l'un d'eux ne peut dire d'une manière immé-

diat si c'est lui qui est vraiment accéléré. Certains croient, il est vrai, que nous avons le sentiment immédiat et *sui generis* des accélérations, et qu'un aspect du mouvement absolu nous serait ainsi révélé; mais c'est là une analyse grossièrement inexacte, comme nous le montrerons plus loin.

Par contre, nous pouvons discriminer indirectement les accélérations réelles, à l'aide des lois générales de la physique. Puisque les accélérations sont proportionnelles aux forces, nous jugerons que nous sommes accélérés si nous constatons la présence de forces dans notre voisinage, c'est-à-dire celle de circonstances physiques susceptibles de les déterminer. Ainsi, s'il s'agit de deux masses qui s'attirent, la loi de Newton, dont nous avons appris par ailleurs l'importance, nous montre qu'elles sont toutes deux effectivement, mais inégalement accélérées. Comme les lois et les circonstances extérieures ne sont jamais parfaitement connues, les accélérations absolues ne sont que présumées; leur définition résulte d'une hypothèse physique. Ainsi, dans le cas de l'expérience de Foucault, nous disons que la terre a une accélération absolue parce que, devant rendre compte de l'accélération relative du pendule par rapport à la terre, nous ne voyons aucune force qui puisse agir sur lui, au lieu que nous voyons fort bien les forces de cohésion qui empêchent les éléments terrestres de se disperser. S'il nous plaisait d'imaginer un champ de forces agissant uniquement sur le pendule et tournant en sens inverse de la terre, le phénomène serait expliqué, la terre restant supposée immobile (1).

Que veut dire en tout ceci le mot « absolu »? Simplement « que nous pouvons définir d'une manière univoque et régulière », ce n'est qu'une définition nominale. Mais cette définition ne correspond-elle à rien de physique? Nous pouvons imaginer qu'il existe un milieu capable de transmettre les actions mécaniques, l'influence des forces. S'il existe, nous devrons lui attribuer une immobilité au moins statistique; il constituera alors un repère absolu non seulement des accélérations, mais des mouvements uniformes et des positions. Nous avons là un sens nouveau et essentiellement qualitatif, du mot absolu.

Il faut observer que la possibilité de déterminer des coordonnées absolues est tout à fait indépendante de la notion d'espace absolu. Les newtoniens savaient bien que nulle action de forces, par exemple, ne permet de distinguer entre deux systèmes en mouvement uniforme, et de dire lequel est vraiment au repos, lequel est vraiment en mouvement. Mais l'existence d'accélérations absolues leur semblait un argument en faveur d'un milieu ou d'un cadre sans lesquels l'action des forces eût été incompréhensible.

Il y a donc deux formes de la « relativité du mouvement ». L'une est immédiate, apparente, commune à tous les phénomènes mécaniques: si deux points se meuvent l'un par rapport à l'autre, la variation des apparences est réciproque et ne peut définir lequel se meut réellement. L'autre est plus profonde et plus spéciale: aucune hypothèse physique ne nous permettra de dire lequel de deux mouvements uniformes l'un par rapport à l'autre est réel absolument. Mais nous pouvons admettre que celle-ci même

(1) L'expérience de Foucault ne met donc pas plus clairement en évidence la rotation de la Terre que le mouvement apparent des étoiles. Un champ agissant sur le pendule seul n'est pas plus absurde que la force de cohésion que nous devrions prêter à la voûte céleste et que l'énorme vitesse linéaire que nous devrions attribuer aux étoiles.

n'exprime que le caractère inadéquat et en quelque sorte superficiel de notre expérience.

b) RELATIVITÉ PAR RAPPORT AUX FAITS ÉLECTROMAGNÉTIQUES.

Il ne s'agit ici que d'actions à distance d'un type particulier. Mais il est des cas où le mouvement uniforme semble pouvoir être mis en évidence autrement que par rapport à la matière. C'est le cas des phénomènes électromagnétiques. Par exemple, les interactions de deux charges immobiles l'une par rapport à l'autre devraient, semble-t-il, varier suivant qu'elles sont immobiles par rapport à l'éther ou que, étant mobiles, elles déterminent des courants de convection. D'une manière générale, les lois électromagnétiques n'étant pas invariantes dans un changement de système galiléen, devraient permettre de déterminer un système privilégié. Plus directement, la théorie de la lumière fait prévoir la possibilité de déceler le mouvement uniforme d'un système d'observateurs par rapport au milieu présumé où elle se propage ou dont elle est une modification. Il y aurait donc des repères privilégiés, qui ne seraient indéterminés que dans leur position spatiale ou temporelle : ils ne différencieraient que par l'origine ou l'orientation dans l'espace et le temps pris séparément. Sans doute, on pourrait dire que le mouvement n'est mis en évidence que par rapport au milieu électromagnétique ; mais il n'y a aucune raison pour séparer celui-ci du milieu déterminant l'inertie mécanique, et pour le rendre mobile en lui.

D'ailleurs, l'action même des forces de gravitation ne prouve rien, si l'on veut, touchant l'espace absolu. En effet, l'accélération dont il s'agit est naturellement définie par rapport au milieu qui transmet la gravitation, de même que l'expérience de Michelson, si elle avait donné un résultat positif, aurait mis en évidence le mouvement de la terre par rapport à l'éther. Si nous rapprochons indéfiniment les milieux qui propagent les deux sortes d'actions, nous sommes conduits à admettre que la relativité de la dynamique vaut pour l'électromagnétisme. Mais si nous admettons que l'inertie est liée à l'ensemble des masses matérielles, nous ne pouvons définir, même hypothétiquement, le mouvement que relativement à ces masses.

*
**

En résumé, nous voyons que ces formules : espace ou temps absolus, qui semblent claires à quelques-uns de leurs défenseurs et à beaucoup de leurs adversaires, ont des sens tout à fait indépendants, voire opposés. Affirmer que nous ne pouvons penser les phénomènes que dans un repérage d'ensemble, dans un réseau unique de coordonnées, cela exprime un fait, de même que nous ne pouvons penser simultanément une conique en coordonnées de droites et en coordonnées ponctuelles, à moins que, sous le même nom, nous n'évoquions des images différentes et associées.

Affirmer que l'idéal de la science est de nous présenter un tableau des phénomènes unifié et ramené à un même système de coordonnées, et que la simplicité des lois physiques doit être considérée après une telle réduction, c'est là une exigence assez naturelle, mais naturellement, nous exprimons ainsi un désir plutôt qu'un fait.

Affirmer que la nature a égard à un tel système, et que les changements de coordonnées qui peuvent simplifier localement l'énoncé des lois sont des vues ingénieuses de l'esprit, mais n'ont rien d'objectif, c'est la transposition dogmatique de ce désir. Elle est d'ailleurs incontrôlable.

Affirmer maintenant que la propagation des champs et l'action des forces suppose un milieu, définissant ainsi un état de repos et de mouvement absolu, ce n'est pas chose logiquement nécessaire. Mais, si on rejette cette hypothèse, il faut avouer que l'on renonce à rien comprendre au phénomène, en dehors des formules purement analytiques qui le déterminent. L'exigence d'un espace et d'un temps absolus est l'exigence minimum du mécanisme, comme les réclamations des physiciens anglais du XIX^e siècle en sont le maximum. Or, nous voyons que le mécanisme est le fondement même de notre intelligence des phénomènes, et que glorifier les thèmes purement abstraits et énergétiques, c'est ériger en système nos déceptions.

Quant à savoir s'il est possible de donner un sens expérimental à cette affirmation, et de déceler par expérience un mouvement absolu, c'est une autre affaire. Certains admettent que seules ont un sens physique les propositions qui peuvent être vérifiées expérimentalement, mais ils semblent croire qu'il y a des expériences directes et irréfutables, alors qu'en réalité, la séparation du physique et du géométrique, celle des mouvements naturels et des mouvements contraints, est partiellement l'œuvre de l'esprit. Il n'y a d'expériences absolument irréfutables touchant aucune forme du mouvement absolu : les repères ainsi désignés seront seulement plus ou moins commodes. Ainsi le caractère absolu des accélérations dépend des conditions auxquelles nous admettons l'existence d'un champ de forces, c'est-à-dire d'axiomes physiques ; conclure d'autre part du caractère absolu de ces mouvements à l'existence d'un milieu et de déplacements absolus, c'est une conséquence normale, mais qui, logiquement, n'est pas certaine.

Il est d'ailleurs possible de formuler séparément un principe de relativité, et de dire par exemple : deux systèmes en mouvement relatif uniforme sont équivalents aussi bien optiquement que mécaniquement et aucune expérience ne peut faire attribuer à l'un plus qu'à l'autre un mouvement absolu. Ceci suppose une réciprocité complète des apparences, dans tous les domaines. Il n'y a d'ailleurs aucune raison pour associer à ce principe l'idée de relativité. Mieux vaudrait le nommer principe d'indiscernabilité ou de réciprocité (principe d'équivalence est pris en un autre sens). Ceci revient à imposer aux phénomènes électromagnétiques la même loi qu'aux autres genres de forces, et c'est bien dans le mouvement de la physique. Quel que soit le sens de la liaison que l'on imagine, il est normal de supposer que l'analogie foncière des deux types de phénomènes entraîne une analogie dans les enseignements que nous pouvons en tirer touchant l'espace absolu.

*
**

Résumons maintenant d'un mot les données de la mécanique traditionnelle. Il existe une mécanique pure, qui n'est qu'une géométrie à quatre dimensions. Elle étudie, dans un système d'axes pris pour fondamental, les propriétés des trajectoires de points ou de systèmes de points. Les forces y sont définies comme accélérations, les masses y sont de simples coefficients, les liaisons sont définies par des équations abstraites entre les

coordonnées des points. La mécanique se réduit au fond à l'intégration de systèmes d'équations différentielles du deuxième ordre. Nous sommes obligés d'introduire des coordonnées absolues, c'est-à-dire des variables fondamentales, que nous désignerons, par exemple, par des lettres non accentuées. Peu importe qu'elles aient un sens physique privilégié. Il existe un changement de variables correspondant à la transformation de Galilée, un autre correspondant à la transformation de Lorentz. Peu nous en importe l'application physique.

Maintenant, il existe une mécanique physique. Elle établit le dictionnaire physique-géométrie; elle définit, en partie sous la pression de l'expérience, en partie par convention, les coordonnées matérielles qui correspondent aux variables théoriques, les changements de coordonnées qui correspondent aux changements de variables; les forces abstraites qui traduisent l'action spécifique de certaines circonstances physiques.

La physique classique affirme que l'espace est euclidien, c'est-à-dire qu'il est possible d'y définir un repérage matériel donnant aux distances la forme classique $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$. Ce repérage n'est pas déterminé en position. Toute altération locale des longueurs ou des durées matérielles est due à l'intervention d'influences physiques.

Elle affirme aussi, comme nous l'avons vu, que dans un changement purement mécanique du système de référence, les grandeurs géométriques et physiques sont conservées. Toute altération doit être rattachée à un phénomène physique adventice qui doit pouvoir être mis plus ou moins directement en évidence.

Elle affirme que deux systèmes en mouvement relatif uniforme sont en inertie relative, c'est-à-dire que nulle action physique extérieure ne porte séparément sur l'un d'eux. Ils sont dynamiquement équivalents.

Elle affirme enfin que deux systèmes en inertie relative donnent d'un même phénomène des mesures géométriques liées par les équations de Galilée :

$$\begin{aligned}x &= x' + vt' & t &= t', \\x' &= x - vt & t' &= t.\end{aligned}$$

Ces équations sont dissymétriques en x et t , mais elles sont parfaitement réciproques en x et x' , t et t' . Elles satisfont au principe d'invariance des grandeurs physico-géométriques. Celui-ci vaut d'ailleurs pour les masses, les charges, les températures absolues, dont les dimensions sont en principe indépendantes. Il vaut aussi pour les lois. Par contre, le mouvement d'un corps, s'il existe un milieu différent de l'espace pur, peut introduire des forces nouvelles, des champs nouveaux. Ainsi nous sommes en présence d'une décomposition systématique de l'expérience en deux éléments : les uns sont les actions fondamentales des corps au repos, les autres sont les actions adjointes. La physique des corps en mouvement diffère de celle des corps au repos par l'introduction de termes supplémentaires, non par transformation des termes anciens, qui conservent donc une valeur absolue.

**

Or, il se trouve que des théories récentes ont réformé entièrement la mécanique et les conditions auxquelles nous pouvons déceler un mouvement

absolu. Cette réforme porte à la fois sur la nature des conditions et sur leur portée, puisque d'une part le principe d'équivalence géométrique est rompu, mais que d'autre part il est remplacé par un principe de réciprocité qui entraîne pour les mouvements uniformes une équivalence physique absolument générale. Par là, des savants illustres ont été amenés à croire que notre notion de l'espace et du temps était bouleversée de fond en comble. Il convient donc d'analyser quelque peu les théories que l'on désigne sous le nom de « théories de la relativité ».

CHAPITRE II

La relativité restreinte

On sait que les théories relativement récentes que l'on désigne sous le nom de théories relativistes ont introduit des idées singulières touchant la géométrie des phénomènes, qu'elles ont à la fois éclairé admirablement les équations qui les gouvernent, et obscurci nos idées touchant leur nature et leur devenir. Que faut-il en penser?

L'UNITÉ DES THÉORIES RELATIVISTES.

Le créateur de ces théories, M. Einstein, et ses disciples avec plus d'énergie encore, affirment la solidarité de toutes leurs parties. Mais il faut bien entendre ce point, car les plus illustres penseurs ont tendance à présenter leur œuvre comme un bloc, que, pourtant, les générations suivantes divisent, guidées par l'expérience, comme l'érosion ruine telle partie d'un rocher ou d'un édifice, non par caprice, mais par la nature même des substances et leur inégale solidité. Il n'y a pas de majorats en matière de science.

L'unité d'une théorie peut se prendre en trois sens différents :

Unité d'invention. — La théorie peut avoir été déterminée par une vue d'ensemble, en général obscure, par une métaphysique plus ou moins consciente, par des illuminations plus ou moins étranges. Et l'on croirait volontiers que le succès des théories est lié à quelque élément véritablement solide, profond, essentiel dans ces vues d'ensemble. Mais l'expérience nous apprend que beaucoup de ces idées étaient sans fondement réel, et qu'elles ont plutôt agi comme soutien moral, comme élément d'enthousiasme et de patience dans la recherche, que par leur contenu dogmatique. Il est donc permis de ne pas attacher trop de valeur à cette unité d'invention.

Unité logique. — Il est des cas où réellement les diverses parties d'une théorie s'impliquent réciproquement : les lois de Kepler équivalent à l'hypothèse de l'attraction ; les lois de Maxwell à l'ensemble des lois expérimentales de l'électromagnétisme ; les excentriques et les épicycles sont au fond une même théorie.

Unité expérimentale. — C'est celle qui lie un système de concepts à un système de lois ; c'est une unité d'entr'aide, de concours dans l'application

aux faits réels. Mais il y a là beaucoup d'incertitude. Si telle théorie est nécessaire, dit-on, telle autre l'est, complémentirement, pour rendre compte des phénomènes. Une nécessité de ce genre est toujours assez précaire. Certes, si nous possédons sous une forme exacte les lois des phénomènes expérimentaux, et si nous nous donnons le système des concepts théoriques correspondants, les lois théoriques sont déterminées. Mais c'est là un cas exceptionnel. D'ordinaire, les lois expérimentales ne sont qu'approchées. Si une partie des phénomènes est expliquée par une théorie, le résidu n'est pas tout à fait déterminé, et la théorie complémentaire non plus. Non seulement en ce qui touche l'explication mécanique et intérieure des phénomènes, mais en ce qui touche même l'expression formelle, elle n'est pas donnée d'une manière absolue comme la différence de l'expérience et de la première théorie. En fait, l'unité courante d'un ensemble de théories est plutôt de concours et de raccordement qu'elle n'est foncière. S'il s'agit d'une hypothèse de structure, il y a bien des degrés dans ce raccordement, dans ce prolongement d'une théorie en une autre; et, même dans le cas de théories purement formelles, la solidarité que nous découvrons entre elles dépend beaucoup de l'intérêt que nous prenons à telles ou telles formes de symétries, à telles ou telles manières d'exprimer les lois. S'il est vrai que souvent l'analogie de deux théories est indépendante du mode d'expression, il n'en est pas toujours ainsi.

Or, si la théorie de la Relativité restreinte et celle de la Relativité générale se raccordent parfaitement, s'il est vrai qu'elles concourent de la manière la plus heureuse à l'expression des phénomènes, leur implication réciproque, leur unité logique ne sont que d'apparence. Elles tiennent en grande part à ce que l'on n'introduit l'emploi des tenseurs qu'au début de la Relativité générale, alors que cet emploi est quelque chose de très général auquel la transformation de Lorentz ou l'adoption de la formule de Schwarzschild apportent simplement des occasions particulières de mise en œuvre.

§ 1. — *Les principes généraux.*

Enumérons donc les principes qui sont au fondement de la théorie relativiste. Nous pouvons les ranger, grossièrement, en quatre catégories.

I. — Principe d'égal traitement de l'espace et du temps, ou d'expression quadridimensionnelle des lois physiques. Ce n'est là d'ailleurs qu'une indication imprécise : nous convenons de chercher à associer aux vecteurs d'espace des scalaires, considérés comme dirigés suivant le temps; à introduire dans les équations un paramètre auxiliaire en fonction duquel le temps comme l'espace soient définis. Les lois naturelles se ramèneraient donc à des équations entre quadrivecteurs ou entre tenseurs quadridimensionnels d'ordre plus élevé.

II. — Principe d'équivalence. Les divers systèmes de coordonnées permettent indifféremment d'exprimer les lois de la nature. Sous cette forme, le principe est évident; si les phénomènes suivent certaines lois dans un système de coordonnées, ils en suivent d'autres, bien déterminées, dans un autre système. Une droite est définie par une équation aussi bien en coordonnées polaires qu'en coordonnées cartésiennes; de même, l'intersection de deux droites. Pour qu'une assertion de ce genre ait un intérêt, il faut donc qu'elle soit précisée. Dire que l'expression des lois et celle

des grandeurs est covariante, c'est affirmer, d'une manière très générale, qu'elle est déterminée, et que si le changement de coordonnées est complètement défini, il est possible, par des voies plus ou moins rapides, de la calculer dans le nouveau système de repérage. L'assertion va de soi, elle est donc inutile.

Ce qui nous intéresserait, c'est que l'expression des lois fût invariante. Or, nous pouvons l'admettre sans difficulté, et dire : dans un changement de coordonnées, la forme des lois est invariable, et seules les grandeurs qui y figurent sont changées, d'une manière exactement et directement déterminée par le changement de coordonnées.

Malheureusement, le résultat est moins considérable qu'il ne paraît d'abord. Il généralise un fait tout à fait classique : la forme des lois physiques ne dépend pas des unités de mesure, car les équations qui les expriment sont homogènes. Changons d'unités, les formules de dimensions nous apprennent comment varient les grandeurs mises en jeu. Mais, en généralisant, le résultat devient très vague, car il est toujours possible de donner à une loi une expression invariante dans ces conditions. Si je dis que la trajectoire d'un mobile libre vérifie une équation linéaire, c'est une loi covariante. Si je dis qu'elle est rectiligne, ou plus généralement encore, géodésique, la loi est invariante. En particulier, je n'ai qu'à l'écrire $\delta \int ds = 0$, pour qu'elle soit valable dans tous les systèmes. Naturellement toute la variance est rassemblée dans l'expression du ds considéré comme une grandeur physique. D'une manière générale, la forme des lois et la nature des grandeurs ne sont séparées que par une vue de l'esprit. En poussant les choses à l'extrême, nous pourrions ne retenir, comme constituant la *forme des lois*, que le signe $=$, et considérer comme deux grandeurs, naturellement covariantes et non pas invariantes, les deux membres de l'équation. C'est uniquement affaire de langage ; ainsi nous pouvons présenter les équations de la dynamique comme des équations d'équilibre entre forces, à la manière de d'Alembert ; ainsi nous pouvons, en logique, ramener tous les jugements à la forme prédicative, en transférant à l'attribut les particularités de la relation. Mais le gain n'est pas bien solide ; nous n'arrivons, en mettant les choses au mieux, qu'à un procédé plus remarquable d'écriture.

Par contre, si nous pouvons généraliser les formules de dimensions, et déterminer d'une manière simple et directe la variation des grandeurs fondamentales, le gain est réel et important. Ceci peut être fait de deux manières : soit en se donnant directement, au moins dans certains cas particuliers, la règle de covariance des masses, des températures, etc., avec les coordonnées, soit en rattachant cette règle à une règle plus générale, valable pour tous les changements de coordonnées, par exemple en identifiant certaines grandeurs à des tenseurs. Nous arrivons ici à une troisième idée, qui est inspirée des deux premières.

III. — Quand un phénomène se meut, il semble déterminer par rapport à un système immobile un phénomène nouveau. Nous dirons que c'est le même phénomène qui est observé dans deux systèmes de référence en mouvement relatif, et que le changement de système de référence n'est qu'un changement de coordonnées d'espace-temps. Nous lui appliquerons donc le principe précédent, et nous dirons donc que les lois doivent être en principe invariantes, et que les grandeurs sur lesquelles elles portent

changent seules. Nous arrivons ainsi à une analyse de la physique des corps en mouvement très différente de l'analyse classique. Pour celle-ci, en effet, le mouvement d'un phénomène ne peut nous faire admettre que les grandeurs élémentaires aient changé, mais il peut s'en introduire d'autres. Par exemple, le mouvement d'une charge et du champ électrique qui lui est adjoint ne change ni la charge, ni le champ, mais il peut faire apparaître un champ magnétique nouveau. Nous admettons au contraire que le changement de système de référence ne peut faire apparaître aucune grandeur nouvelle, mais seulement changer l'aspect des grandeurs anciennes. Il transforme le phénomène, il n'ajoute rien. On voit maintenant en quel sens le mouvement est relatif dans la théorie relativiste : il peut déterminer un changement d'aspect des grandeurs (et, en ce sens, il est moins relatif que le mouvement de la théorie classique); mais il ne peut déterminer l'apparition d'une grandeur nouvelle (et, en ce sens, il l'est plus). En apparence, d'ailleurs, il peut y avoir création d'une force nouvelle. Ainsi le champ magnétique se manifeste bien dans l'exemple cité. Mais il en est ici comme de l'accélération de Coriolis, qui résulte d'un changement de système de référence, c'est un dédoublement et non une création véritable. Tout ceci n'a évidemment d'intérêt et même de sens que si nous pouvons caractériser directement, dans un changement de système de référence, la loi de transformation des grandeurs et d'apparition des forces d'apparence nouvelle. Sans cela, présenter le champ magnétique qui se développe comme le transformé d'un champ nul serait évidemment une affaire de mots.

C'est encore ainsi que l'accroissement de la masse d'un corps en mouvement ne correspond pas à l'addition d'un élément nouveau, mais à une variation globale de l'ancienne masse.

Or, au moins dans le premier cas, l'identification du champ électromagnétique à un tenseur d'espace-temps permet de remplir les conditions indiquées.

Voici maintenant un quatrième principe qui consacre et généralise un fait expérimental.

IV. — Il est et doit être impossible de déterminer parmi les systèmes en translation uniforme relative un système privilégié, que l'on puisse prendre comme repère de l'immobilité absolue. C'est ici un sens nouveau de la relativité du mouvement et de l'équivalence des systèmes de référence.

Puisque nous avons admis que les lois de la nature (1) ont une forme invariante dans tous les systèmes de coordonnées, il est bien clair que nul choix d'un système de référence ne permettra de les simplifier. A cet égard *tous* les systèmes sont équivalents, y compris ceux qui sont en mouvement relatif accéléré. Reste à savoir s'il en est où les grandeurs (qui, elles, sont covariantes) se simplifient. Nous poserons qu'à cet égard les systèmes en translation uniforme seuls sont équivalents. Certes, si nous passons au système lié à une charge en mouvement, le champ magnétique correspondant s'annule; le tenseur $F_{\mu\nu}$ est simplifié. Mais, du même coup, les charges qui étaient immobiles seront en mouvement, et d'autres champs magnétiques apparaîtront; d'autres tenseurs $F'_{\mu\nu}$ seront compliqués. C'est de la même manière que nul changement de coordonnées ne peut

(1) C'est-à-dire les lois fondamentales de l'électromagnétisme, de l'optique et de la mécanique.

simplifier le champ gravifique, comme nous le verrons à propos de la Relativité générale.

D'une manière générale, nous pouvons dire que les apparences des phénomènes doivent être réciproques, sinon identiques, dans deux systèmes en translation uniforme relative.

Il semblerait que cet argument valût aussi bien pour le mouvement relatif accéléré. Mais nous avons des raisons d'admettre qu'au contraire certains mouvements accélérés produisent des variations dissymétriques dans les grandeurs géométriques et qu'ainsi les accélérations absolues peuvent être caractérisées d'une manière physico-géométrique (les deux concepts étant confondus), alors que dans la théorie classique l'accélération ne peut être mise en évidence géométriquement, mais qu'elle peut l'être, et que même le mouvement uniforme peut l'être physiquement. Observons que ce privilège des mouvements uniformes est un peu singulier; on voudrait lui donner un sens physique et on dirait volontiers que ces mouvements sont ceux d'inertie, sont les mouvements libres, si l'élargissement du concept d'inertie dans la Relativité générale ne rendait cette justification impossible (c'est même le plus grave reproche qu'on puisse faire à cet élargissement).

Tels sont les principes directeurs, philosophiques, pourrait-on dire, de la Relativité restreinte. Les problèmes qui demeurent, et qui, résolus donnent la théorie positive, sont les suivants :

1. — A quel changement de coordonnées correspond le passage d'un système à un autre système en inertie par rapport à lui (nous prenons inertie au sens accoutumé, en laissant de côté le cas de la gravitation, dans le langage de la Relativité générale) ?

2. — Comment caractériser la covariance des grandeurs fondamentales ?

Ces deux problèmes résolus, la physique des corps en mouvement sera par là même construite.

§ 2. — La transformation de Lorentz.

Le principe d'inertie reste valable. Il prendra seulement, par l'introduction du temps propre, un sens nouveau. Mais la transformation de Galilée qui associait les coordonnées d'espace et de temps d'un même point-événement considéré dans deux systèmes s et s' est remplacée par la transformation de Lorentz :

$$\begin{aligned} y=y' \quad z=z' \quad t &= \frac{1}{\alpha} \left(t' + \frac{v x'}{c^2} \right) & t' &= \frac{1}{\alpha} \left(t - \frac{v x}{c^2} \right) \\ x &= \frac{1}{\alpha} \left(x' + v t' \right) & x' &= \frac{1}{\alpha} \left(x - v t \right) \end{aligned}$$

l'axe des x est supposé parallèle à la direction du mouvement, v est la vitesse relative d'un point de s' par rapport à s . On vérifie aussitôt que

$$v' = -v, \text{ est la vitesse de } s \text{ par rapport à } s'. \text{ On a posé : } \alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

c est la vitesse de la lumière; on vérifie qu'elle est la même dans s et dans s' . Ces formules sont parfaitement symétriques en x et en t . En mécanique classique, deux points événements séparés n'ont pas en principe

même intervalle spatial dans deux systèmes galiléens, mais ils ont même intervalle temporel. Ils n'ont ici ni même distance, ni même durée intermédiaire. En particulier, deux événements simultanés dans un système ne le sont pas dans un autre, s'ils n'ont pas lieu au même point.

On voit évidemment que si dx et dt ne sont pas des invariants, $dx dt$ (et naturellement $dx dy dz dt = d\omega$) et $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2}$ en sont.

De ces formules on tire immédiatement les autres expressions purement géométriques. Si v' est la vitesse relative d'un mobile dans s' mesurée en

unités de s' , cette vitesse vue de s est : $\frac{\alpha^2 v'}{1 + vv'}$ et la vitesse absolue du mobile est : $v'' = v + \frac{\alpha^2 v'}{1 + vv'} = \frac{v + v'}{1 + vv'}$ les vitesses étant mesurées en prenant c pour unité.

De même, nous pouvons calculer les accélérations absolues et relatives γ et γ' . Notre cinématique est donc définie.

Dans tout ceci, x et x' , t et t' sont des paramètres abstraits, comparables à ceux que l'on appelle d'ordinaire temps et espace, ou pour mieux dire abscisses temporelles et spatiales des événements. Ils s'appliquent à des phénomènes abstraits, axiomatiques, et les systèmes en inertie relative sont aussi des êtres purement abstraits. Quant à la transformation de Lorentz, elle est admise par postulat. L'ensemble de la construction se justifiera *en bloc* par son aptitude à représenter, moyennant un dictionnaire approprié, les grandeurs et les faits expérimentaux.

Reste le second problème : comment les grandeurs fondamentales varient-elles de système à système ? Attachons-nous uniquement aux systèmes en inertie relative, pour lesquels est faite la relativité restreinte.

On voudrait, au premier abord, ne distinguer que deux hypothèses. Ou bien les grandeurs en jeu sont indépendantes du changement de système de référence, elles ne sont pas de nature géométrique et elles ne varient pas ; — ou bien elles lui sont liées, et leur variation devrait être déterminée par une formule générale en fonction de celle des éléments proprement géométriques, comme cela a lieu dans le cas de vecteurs ou de tenseurs covariants ou contrevariants. Un exemple du premier cas est fourni par la charge électrique, ou encore par l'entropie (la chose est inévitable pour celle-ci, dans la mesure où on la considère comme le logarithme d'une probabilité). Un exemple du second est fourni par le champ électromagnétique, qui constitue un tenseur à deux indices dont la variation se définit immédiatement en fonction de celle du système de référence. Malheureusement, les choses sont moins simples dans le cas général, comme le montrent l'exemple de la masse ou celui des forces autres qu'électromagnétiques.

La masse définit d'ordinaire un type séparé de dimensions. Pourtant il est difficile de la considérer comme un invariant, et la chose est d'autant moins désirable que Lorentz avait déjà été amené à supposer variable celle de l'électron, pour des raisons théoriques confirmées par des raisons expérimentales. Mais quelle loi de variation choisir ? En mécanique classique, masse et force sont liées par l'équation fondamentale $m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x$,

que l'on écrit le plus souvent $F_x = \frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right) = \frac{dG_x}{dt}$, G_x étant le vecteur

quantité de mouvement. Cette équation n'est pas du tout une convention théorique, si ce n'est en mécanique pure où les forces n'ont pas de rôle réel, et ne sont que des moyens de désigner certaines accélérations attribuées aux masses. En mécanique physique, elle est suggérée et presque imposée par l'expérience. Masse et force se déterminent l'une par l'autre, mais non arbitrairement. Si nous admettons qu'à des circonstances physiques inchangées correspond une force inchangée, nous vérifions que l'accélération dépend de la masse du corps sur lequel la force s'exerce : il suffit par exemple de lier à un corps électrisé un corps neutre; inversement, on peut constater que quatre charges électriques déterminent sur un corps donné une accélération quadruple. Or, si nous admettons que la

masse varie, les expressions $m \frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right)$, $\frac{d^2}{dt^2} (mx)$ ne sont plus équivalentes; il faut donc déterminer l'un par l'autre les trois éléments solidaires : masse, force, relation qui les unit. La mécanique classique a mis au premier plan l'expression $\frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right)$ Conservons-la. Nous aurons

dans deux systèmes différents $F_x = \frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right)$, $F'_x = \frac{d}{dt'} \left(m' \frac{dx'}{dt'} \right)$ Si nous

posons $m' = \frac{m}{\alpha}$ nous avons aussitôt la loi de variation de F'_x . On peut

vérifier aussitôt que cette loi s'accorde avec celle tirée du caractère tensoriel du champ, pourvu que l'on admette l'invariance de la charge. Nous avons

dans le cas d'une charge ponctuelle $F'_x = F_x$, $F'_y = \frac{1}{\alpha} F_y$, $F'_z = \frac{1}{\alpha} F_z$. Ceci

justifie la convention adoptée pour la variation de la masse, et la convention corrélatrice pour la variation des forces en général.

Au premier abord, ces conventions ne sont pas très satisfaisantes. Tout d'abord celle concernant la masse semble une forme dégénérée d'une loi plus générale, valable pour tous les changements de coordonnées. Elle est traitée isolément, comme scalaire, au lieu d'être associée à un vecteur spatial, et même quand nous l'aurons considérée comme la composante temporelle de l'impulsion énergie, nous n'aurons pas de formule de transformation valable pour le quadrivecteur. D'autre part, l'équation de la dynamique fait intervenir d'une manière privilégiée le temps t , alors qu'il semblerait plus rationnel de prendre pour paramètre commun le temps propre et sa différentielle ds . C'est pourquoi les relativistes ont cherché parfois d'autres expressions, plus nettement quadridimensionnelles.

C'est ainsi que Minkovski a introduit la forme $\varphi_x = \frac{d}{ds} \left(m_0 \frac{dx}{ds} \right)$ où la masse est un invariant.

A vrai dire, la masse variable n'a aucune réalité objective. Ce n'est qu'un artifice pour adapter les résultats d'une mécanique nouvelle aux équations anciennes. Si nous avions voulu les adapter à l'équation de Newton, nous aurions dû, comme on le fait parfois, introduire une masse longitudinale et une masse transversale. La seule grandeur qu'il convienne d'introduire, c'est un coefficient correspondant à la « quantité de matière », caractérisant le corps en jeu, invariante dans toutes les transformations,

et se réduisant, dans le cas du repos, à la masse au sens courant. La masse locale d'un corps n'est qu'un nom donné, par tradition, à l'expression

$m_0 \frac{dx}{ds}$ La quantité de mouvement prend alors la forme $m_0 \frac{dx}{ds}$ (1). On est

amené à lui associer le tenseur impulsion-énergie : $T_{\mu\nu} = m_0 \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds}$, et l'on

admettra que les lois de la nature expriment essentiellement des relations entre tenseurs. Les forces F_k sont également irréelles. Elles correspondent à l'expression dégénérée des $u^i F_{ik}$, quand on prend u^i par rapport à t , non à s . Il en serait autrement si elles devaient correspondre à des expressions $u^i u^k F_{iks}$, comme on est amené à en considérer. L'apparence même de la masse variable disparaîtrait.

Quoi qu'il en soit, la loi de variation des masses et celle des forces détermine celle des énergies cinétiques, par là même celle des températures absolues, et celle de beaucoup d'autres grandeurs. Mais ici encore, les

choses se compliquent : l'expression $\frac{1}{2} mv^2$ perd tout son intérêt lorsque m varie avec v . Dans ces conditions, il est plus simple de prendre comme expression de l'énergie cinétique la différence de la masse en mouvement et de la masse au repos, qui se réduit en première approximation à $\frac{1}{2} mv^2$.

C'est là la masse elle-même qui jouera le rôle de composante temporelle de l'impulsion-énergie. On est alors amené à étendre à toutes les formes d'énergie la loi de variance de la masse. Par une généralisation audacieuse, M. Einstein et M. Langevin ont d'ailleurs identifié ces deux concepts, admettant que toute énergie déterminait une masse. A vrai dire, cette idée n'a encore de sens très précis que dans le cas de l'énergie cinétique (2), mais elle est extrêmement suggestive : elle nous porte à croire qu'à toute énergie est associée une quantité de mouvement, également conservative, et que, d'une manière générale, masse et énergie sont deux aspects corrélatifs de tous les phénomènes, le langage des masses correspondant à la localisation ponctuelle des énergies.

En tout cas, si l'énergie cinétique est incorporée à la masse, les diverses expressions des lois de la dynamique classique cessent d'être équivalentes ; il faut choisir entre elles, et définir une fonction de Lagrange spécifique, une fonction hamiltonienne, en un mot, toute une dynamique nouvelle dont on trouvera par exemple l'exposé dans le livre de M. von Laue (3).

Beaucoup d'auteurs, sous couleur de justifier ou de rendre intelligible la transformation de Lorentz, l'ont accablée sous un ensemble d'analogies géométriques, qui ont été, somme toute, beaucoup plus nuisibles qu'utiles. En effet, elles n'ont pas servi à grand'chose : il n'est pas besoin de changer indéfiniment de langage pour vérifier que l'équation des ondes est

(1) Minkovski a ainsi introduit, sous le nom d'impulsion d'univers, le quadri-vecteur : $m_0 \frac{dx}{ds}$, $m_0 \frac{dy}{ds}$, $m_0 \frac{dz}{ds}$, $m_0 \frac{dt}{ds}$.

(2) Le procédé d'exposition adopté au texte rend moins nécessaire formellement cette identification de la masse au repos et de l'énergie, mais celle-ci est, par ailleurs, très plausible et très précieuse.

(3) *La théorie de la relativité*. TOME I.

conservée, et qu'ainsi le caractère ondulatoire d'un phénomène se manifeste dans tous les systèmes de référence. Ces changements de notations n'expliquent d'ailleurs rien du tout : chaque mathématicien présente les équations fondamentales sous la forme qui lui est la plus familière, et lui semble la plus suggestive, ces suggestions n'ayant pas en général un intérêt physique bien considérable. Leur intérêt est plutôt de nous accoutumer à ces transformations que de nous les faire comprendre. C'est ainsi que, dans l'ordre intuitif, on les compare souvent à des changements de direction, ou à des effets de perspective.

En tout cas, ces remaniements d'expression ne nous permettent pas d'éliminer l'élément conventionnel : il est bien vrai que la transformation de Lorentz correspond à une rotation hyperbolique des axes spatio-temporels, et que, si nous portons le temps en ordonnée imaginaire, cette rotation devient euclidienne. On peut même, si l'on veut, mettre au premier plan le rôle des trajectoires lumineuses qui déterminent la géométrie hyperbolique, en tant qu'éléments isotropes, c'est-à-dire de longueur nulle, et invariants dans une rotation. Mais cela n'avance à rien.

Le danger est de prendre ces analogies dogmatiquement et de dire : un changement de système de référence n'est au fond qu'une rotation hyperbolique de l'espace-temps, au lieu de dire tout simplement : il correspond à une variation des mesures spatio-temporelles semblable dans la forme à celles qui résultent en géométrie d'une transformation hyperbolique spéciale. L'inconvénient est même double : d'une part, à force de varier l'expression de la théorie, et d'en changer l'assise, nous finissons par croire qu'elle n'a pas besoin d'une assise et qu'elle se soutient d'elle-même. Jamais pourtant un changement d'axiomes n'a modifié le caractère d'une théorie. D'autre part, pour utiliser commodément ces figures analogiques nous sommes amenés à traiter le temps comme une dimension semblable aux autres ; ceci veut dire tout simplement : les équations portant sur les variables abstraites qui représentent l'espace et le temps correspondent aussi aux propriétés de multiplicités à quatre dimensions spatiales où l'on adopterait une autre géométrie, d'ailleurs très simple. Ces multiplicités et leurs lois sont donc une « image » des phénomènes réels. Et cela est très bien ainsi, pourvu que l'on ne prenne pas ces mots dogmatiquement et que l'on ne dise pas : le temps est une quatrième dimension. Autant dire : une sphère n'est qu'une portion de plan à métrique cayléenne, ou encore, la surface de révolution engendrée par la tractrice n'est en réalité qu'une sphère, quitte à ajouter : la seule différence est que le rayon en est imaginaire. Pourtant la sphère de rayon imaginaire est une expression purement analytique et la surface citée un objet très réel et que l'on peut construire.

Ces analogies géométriques servent à illustrer souvent des remarques sur les diverses régions de l'espace-temps. Les formules de Lorentz montrent que deux événements simultanés dans un système cessent d'ordinaire de l'être dans un autre. D'une manière générale, considérons deux points événements : ils sont séparés dans un système par un intervalle d'espace Δx et par un intervalle de temps Δt . L'intervalle d'univers correspondant est : $\Delta s = \sqrt{c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2}$. Si Δs est réel, aucun changement de système de référence ne permet de renverser l'ordre de succession. Si Δt est positif dans un système, il l'est dans tous (à condition que la vitesse du système de référence par rapport à l'ancien n'excède pas c). Il y a, par contre, un

système qui annule l'intervalle spatial, et, dans celui-là, l'intervalle de temps $\Delta t'$ est minimum.

Si, au contraire, Δs est imaginaire, un changement de système de référence peut annuler l'intervalle de temps et rendre minimum l'intervalle spatial. Mais aucun ne peut annuler entièrement l'intervalle spatial. Enfin, si Δs est nul, les deux points événements sont situés sur une trajectoire lumineuse, qui dans tous les systèmes correspond à la vitesse c .

On peut donc, un point événement étant donné, diviser les autres points événements en trois classes. Les uns sont vus après lui dans tous les systèmes, les autres le sont avant tous les systèmes, enfin certains peuvent être vus avant ou après lui suivant les observateurs. On distinguera donc le passé et le futur absolus d'un événement et sa zone indéterminée.

Tout ceci suppose que nul système de référence ne peut avoir par rapport à un phénomène une vitesse supérieure. Nous arrivons ainsi à un élément essentiel de la théorie : il n'y a pas de vitesse réelle qui dépasse celle de la lumière. Mais à quoi s'applique cette assertion ? Non pas aux apparences, car il peut y avoir des phénomènes qui semblent se déplacer plus vite que la lumière ne fait dans le vide : ainsi la lumière elle-même dans les milieux d'indice plus petit que 1, ainsi les ondes pilotes dans la théorie de M. de Broglie. On dit parfois qu'elle vaut pour les phénomènes qui transmettent l'influence d'un événement sur un autre, qui sont l'intermédiaire de la causalité. Mais la notion de cause, nous l'avons vu, n'a aucun sens défini. A peine pourrions-nous parler des mouvements qui manifestent l'action d'un point sur un autre ; mais ceci n'a de sens que si nous précisons le mot action. En tout cas, s'il est vrai que le langage courant répugne à admettre que la relation temporelle de cause à effet n'ait pas un sens absolu, c'est de la même manière qu'il exige la valeur absolue des simultanités. Encore, dans cette dernière occasion, croit-il entendre clairement le mot simultanéité, alors que les notions de cause, d'influence sont reconnues de tous comme infiniment obscures. Nous ne pouvons donc en tirer aucune indication.

Si l'on cherche un sens plus précis, on trouvera que les mouvements ainsi limités sont de deux sortes :

1° Ceux qui déplacent une masse, ou, ce qui revient au même, une énergie. Le fait est lié à la loi de variation des masses. Quand un corps atteint la vitesse c , sa masse devient infinie. On ne voit donc, à ce moment, ni quelle force pourrait encore l'accélérer, ni quelle grandeur pourrait prendre la masse. La faire décroître désormais, en changeant le sens de la quantité sous radical, serait une idée bien étrange.

2° Ceux qui constituent une horloge et définissent un temps propre. La raison est ici moins forte ; on peut dire que l'ordre de trois événements repérés sur une même horloge doit être quelque chose d'universel, en faisant appel le cas échéant à cette idée qu'à une telle horloge une conscience peut être associée, qui fixe, par le souvenir, un avant et un après absolus.

Reste à savoir si la propagation d'une onde rentre dans ce cas. Il est naturel de l'admettre, encore qu'il n'y ait à priori rien de scandaleux dans l'idée qu'un système pourrait voir le même phénomène sous forme d'une émission de rayonnement, un autre sous forme d'absorption. D'ailleurs, une onde transporte de l'énergie, mais d'une manière assez

mal définie (puisque nous ignorons si cette énergie n'est pas localisée dans des quanta, ou partagée avec eux).

Au total, nous pouvons dire, si l'on nous permet cette formule bizarre, que rien de ce à quoi l'on peut attacher une masse ou une conscience ne peut se mouvoir plus vite que la lumière.

Ce qui fait en grande part l'intérêt théorique de ce principe, c'est le souci qu'ont les physiciens de sauvegarder avec l'irréversibilité du devenir le principe d'accroissement de l'entropie considérée comme une probabilité. S'il était possible, par un choix du système de référence, de renverser le sens des phénomènes, ou de certains d'entre eux, la différence de probabilité de deux d'entre eux serait inversée elle aussi; il faudrait donc admettre qu'elle dépend normalement du signe du temps, ce qui n'est pas admissible. A vrai dire, c'est là une pensée obscure, car elle revient à l'argument classique contre l'emploi de l'idée de probabilité dans un système purement mécanique : si une distribution de positions et de vitesses a une probabilité p , la distribution symétrique par rapport au temps a nécessairement la même. Pourtant elle entraîne un cours inversé des phénomènes.

§ 3. — *L'emploi de la transformation de Lorentz.*

Comment appliquer maintenant cette transformation corrélative des grandeurs géométriques et des grandeurs physiques à l'explication des phénomènes? Les lois fondamentales sont celles des corps immobiles; il faut donc rapporter tout phénomène en mouvement au système de référence qui lui est propre, et relativement auquel il est immobile. Mais nos mesures ne sont faites que dans notre système local. Il faut donc les transcrire en mesures propres, appliquer les lois à celles-ci, prévoir les mesures propres des phénomènes nouveaux, et retranscrire ceux-ci dans le système local. En d'autres termes, pour comprendre comment des causes mesurées localement déterminent des effets mesurés également d'une manière locale, il faut remonter à leurs expressions dans le système propre et leur appliquer les lois fondamentales. C'est ainsi qu'un atome rayonne avec une fréquence déterminée dans le système qui lui est propre, dans son temps propre; la fréquence du rayonnement semble différente pour un observateur local;

c'est ainsi que la loi $v' = \frac{c}{n}$ qui donne la vitesse de propagation de la lumière dans un milieu d'indice n nous donne en appliquant la loi de transformation des vitesses $V = \frac{v + \frac{c}{n}}{1 + \frac{v}{cn}}$ c'est-à-dire, en première approxima-

tion, la loi de Fizeau. De même, soit une charge électrique mobile, nous savons calculer le champ électrostatique qu'elle détermine dans le système propre, et par la transformation tensorielle correspondante, le champ électrique et le champ magnétique qu'elle détermine dans un système local. Nous retrouvons ainsi la loi de Biot et Savart. D'une manière générale, de l'électrodynamique des corps en repos nous tirons par simple transformation géométrique celle des corps en mouvement. C'est la découverte fondamentale de Minkowski. Il faut remarquer que cette tendance à loger toutes

les différences des phénomènes dans la seule altération des grandeurs, en conservant la même forme aux deux séries de lois, est déjà indiquée dans les équations de Hertz.

On peut se demander alors quels sont les résultats qui justifient ce renouvellement de la mécanique physique. Ils sont de trois ordres. D'une part, la théorie relativiste a permis de découvrir quelques faits nouveaux. D'autre part, elle a établi un ordre et une harmonie surprenants dans l'expression des faits anciens. Enfin, elle a introduit un point de vue nouveau sur l'explication des phénomènes et la nature des lois physiques.

I. — Il y a au fond très peu de faits nouveaux qui puissent servir de preuves à la théorie de la Relativité restreinte. Les physiciens qui n'appréciaient dans une théorie que sa fécondité expérimentale peuvent donc soutenir qu'elle n'a qu'un intérêt médiocre. Le fait nouveau fondamental, qui a fait cristalliser la théorie, c'est l'invariance de la vitesse de la lumière, c'est-à-dire le résultat négatif des expériences de Michelson et de ses collaborateurs. Les autres faits invoqués ne concernent guère qu'un élément tout à fait particulier de la théorie, la variation de la masse en fonction

de la vitesse, c'est-à-dire la formule $m = \frac{m_0}{\alpha}$; c'est celle-ci qui détermine

l'existence d'une vitesse limite des électrons, et la loi de déviation des rayons cathodiques; or, de toute manière, cette loi subsiste, alors même que la transformation de Lorentz ne peut être appliquée, par exemple, dans le cas des mouvements accélérés. C'est ainsi que le calcul de Sommerfeld touchant les orbites électroniques, en particulier dans le cas de l'hydrogène, la met seule en jeu. Il faut ajouter que le succès de la formule de Sommerfeld ne peut être considéré comme une expérience cruciale, depuis vingt ans, il s'est consommé un grand nombre d'hypothèses touchant la structure de l'atome; toutes cependant avaient à leur actif un certain nombre d'exploits de ce genre. Depuis que Bohr a si hardiment refusé d'appliquer à l'électron intra-atomique les lois de l'électromagnétisme classique, depuis que Schrödinger a révoqué en doute l'existence même d'un électron individuel, nous hésitons à interpréter dogmatiquement les suites d'une hypothèse figurative, à plus forte raison à justifier par là une condition accessoire.

II. — Au contraire, on est émerveillé de voir l'ordre que les hypothèses relativistes ont introduit dans l'expression de plusieurs lois physiques. Naturellement il s'agit ici non pas de la transformation de Lorentz prise isolément, mais de son emploi conjugué à celui des expressions tensorielles.

Tout d'abord le principe d'inertie prend un sens nouveau. Il correspond au fait que le ds^2 euclidien $\sqrt{c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)}$ est stationnaire (en l'espèce maximum). Le fait en lui-même est curieux, mais ce qui est plus important, l'existence d'une telle interprétation nous incline à mettre au premier plan la forme variationnelle. En généralisant, nous serons conduits à caractériser tous les mouvements par une condition analogue, à généraliser l'intégrale de Maupertuis, en l'interprétant comme l'expression géométrique d'un temps propre.

En second lieu, la physique des corps en mouvement se déduit très simplement de la méthode générale, et nous retrouvons en première approxi-

mation l'effet Doppler, l'effet Fizeau, tels qu'ils nous étaient imposés par l'ancienne théorie et par l'expérience. La chose est surtout frappante pour l'électrodynamique. Si nous considérons le champ magnétique et le champ électrique comme les composantes d'un tenseur à quatre dimensions et à deux indices, l'application des lois électrodynamiques des corps en repos aux valeurs propres du tenseur détermine dans le système local les lois des corps en mouvement, telles qu'elles résultent de l'expérience. Ceci montre la solidarité expérimentale de trois aspects logiquement indépendants de la théorie : l'emploi des tenseurs, celui des expressions quadridimensionnelles, celui de la transformation de Lorentz pour les systèmes en inertie relative. On peut observer aussi que les lois de Maxwell s'appliquent également dans les deux systèmes, qu'elles sont invariantes par rapport au changement du système de référence. C'est pourquoi l'on dit parfois qu'elles équivalent virtuellement à la transformation de Lorentz. Mais il faut prendre garde : on peut mettre les équations de Maxwell sous forme tensorielle simple et, dans ces conditions, elles sont invariantes dans n'importe quel changement de coordonnées, en particulier dans la transformation de Galilée. Ce qui est intéressant, c'est qu'elles sont invariantes sous leur forme dégénérée, et c'est la réduction de toute l'électrodynamique à celle des corps en repos.

En réalité, la chose n'est aussi simple que dans le cas de l'espace vide, celui où il n'y a qu'un champ électrique et un champ magnétique, ceux que l'on note ordinairement E et H . S'il y a de la matière, il s'introduit un coefficient de perméabilité magnétique et une constante diélectrique. Il faut alors remplacer le tenseur de composantes E et H par deux tenseurs ayant respectivement pour composantes D et H , B et E , et qui correspondent aux deux groupes d'équations de Maxwell. Mais comme l'existence de la perméabilité magnétique et celle de la constante diélectrique sont évidemment liées à la structure atomique du milieu, et qu'elles doivent être interprétées mécaniquement, il est naturel de ne considérer comme fondamentales que les lois d'équilibre électromagnétique de l'espace vide. On pourrait imaginer que ces lois expriment l'électrodynamique de l'électron, qu'elles ne valent qu'à l'échelle microscopique et individuelle; la conclusion serait même normale, si les difficultés de la théorie atomique n'avaient pas fait rejeter leur application à l'électron intra-atomique. Il y a là, il faut l'avouer, une déception sérieuse : on peut la comparer à celle que nous aurions dans la théorie cinétique des gaz si nous découvrions que les lois des chocs élastiques, qui ne s'appliquent aux solides que très imparfaitement, ne s'appliquent plus du tout aux molécules.

Quoi qu'il en soit, il est possible de généraliser l'exposé quadridimensionnel et tensoriel des lois de la nature. Et c'est là ce qu'il y a de plus frappant dans l'édifice de la Relativité, et ce qui a converti à cette théorie la plupart des physiciens. Non qu'il soit théoriquement solide soit de la transformation de Lorentz, soit de la gravifique einsteinienne; mais il s'incorpore admirablement la première et met en évidence le fait que cette transformation est virtuellement impliquée par les équations de Maxwell. D'autre part, il se raccorde fort bien à la seconde, mais ceci est beaucoup moins caractéristique.

§ 4. — *Les conditions aux limites.*

Revenons maintenant à la théorie relativiste en tant qu'elle est liée à la transformation de Lorentz.

On a accumulé, il y a déjà quelques années, des monceaux d'arguments mi-intuitifs, mi-logiques, pour déceler une absurdité intrinsèque des théories relativistes. Ces arguments venaient de la difficulté que leurs auteurs avaient à ne pas penser à la fois dans deux systèmes de concepts. Ils mêlaient les notions traditionnelles aux notions nouvelles, et croyant mettre celles-ci en contradiction avec elles-mêmes ils ne les comparaient qu'à des éléments classiques subrepticement introduits. Il n'est pas douteux que logiquement la théorie soit cohérente. Nul n'en aurait douté, s'il en avait examiné les bases du point de vue strictement analytique, sans associer les variables x et t aux images traditionnelles de temps et d'espace. Le phénomène qui s'est produit ici rappelle certaines indignations contre la géométrie non-euclidienne. Le jour où Beltrami en a trouvé une interprétation géométrique, Cayley et d'autres une interprétation analytique, nul n'a plus pu en contester le bien-fondé logique. Or, ici, l'interprétation algébrique était donnée d'avance, et la discussion n'était guère acceptable.

Cependant, certaines des objections présentées équivalent à des problèmes de conditions aux limites et subsistent comme tels. Ce qui fait que nulle contradiction, nulle absurdité physique ne peut être mise en évidence, c'est qu'en réalité jamais on ne peut comparer deux fois les mêmes horloges, si la théorie est valable. De même qu'Héraclite ne se baignait pas deux fois dans le même fleuve, deux systèmes en inertie s'enfuient indéfiniment loin l'un de l'autre.

Mais l'expérience ne montre-t-elle pas que l'on peut ramener l'un vers l'autre deux systèmes en inertie, au prix, il est vrai, d'une accélération? Pourtant, si nous supposons deux systèmes s'éloignant d'un mouvement uniforme, puis se rapprochant d'un mouvement également uniforme, et si, négligeant ce qui se passe au point de rebroussement, nous appliquons les formules relativistes, nous tombons dans des absurdités. Les deux mobiles reviennent l'un l'autre saluer la tombe de leur vis-à-vis et peuvent se voir à la fois vivants et morts, ce qui est choquant.

Une première réponse, celle que font les relativistes intransigeants, c'est que la théorie est faite pour les systèmes en mouvement uniforme, et non pour les autres, et que l'on n'a qu'à ne pas l'appliquer à faux. Le procédé est un peu désinvolte. On admet, en général, que les théories physiques, en particulier celles de la mécanique, doivent s'appliquer universellement, surtout quand elles se présentent comme une réorganisation radicale des lois antérieures. Sans doute, Bohr refuse d'appliquer à l'électron intratomique des lois de l'électromagnétisme classique; mais il y a là un changement d'échelle, et ce n'est d'ailleurs qu'un pis aller. D'une manière générale, l'emploi alterné de la théorie de Maxwell et de la théorie des Quanta est fort choquant pour l'esprit, et s'il n'y a pas scandale, c'est que les physiciens espèrent un jour les rattacher l'un à l'autre, suivant la voie indiquée par le principe de correspondance, ou suivant une autre.

D'ailleurs, les mêmes physiciens n'hésiteront pas à appliquer cette

théorie même dans les cas défendus, par exemple, aux trajectoires d'un électron autour du noyau de l'hydrogène, comme le fait Sommerfeld. On peut dire, il est vrai, que seul est appliqué ici le principe de variation de la masse. Mais pouvons-nous le séparer entièrement de la transformation de Lorentz, ou ne faut-il pas croire au contraire que l'ensemble des transformations relativistes est un tout indivisible?

Nous pouvons faire ici une remarque assez curieuse. L'espace de la mécanique classique est euclidien, mais il peut être fini. S'il est fini, c'est par décision de notre esprit. Au contraire, l'espace de la mécanique relativiste doit être infini s'il est euclidien. S'il était fermé, en effet, nous pourrions faire se rencontrer deux horloges qui se seraient déjà croisées, sans faire intervenir d'accélération, par conséquent sans aucune raison de ne pas appliquer la transformation de Lorentz. Nous pourrions comparer les durées vécues par chacune d'elles, et mettre en évidence l'absurdité qu'il y a à les supposer retardant l'une sur l'autre.

Revenons au cas normal. Une autre solution consiste à expliquer ce qui se passe au moment du rebroussement : il y a accélération, c'est là un phénomène absolu. C'est bien l'un des systèmes, non l'autre, qui se trouve accéléré, c'est en lui que les horloges se trouvent dérégées, les simultanités disloquées et réorganisées pendant le temps où s'exerce l'accélération. Cette manière de voir n'est guère satisfaisante. Elle accepte héroïquement le problème, mais ne le résout guère. En effet, on n'aperçoit ni la loi, ni le mécanisme de l'événement. S'il s'agit, par exemple, d'une horloge isolée, de combien se trouvera-t-elle brusquement avancée, du point de vue du système fixe? Du double de la quantité dont elle a retardé depuis le temps où elle a été comparée à une horloge de S ? Mais chaque horloge de S exigerait une correction différente. Quant à la nouvelle apparence des réglages propres, elle correspond à un renversement des simultanités. Mais où sera le pivot, c'est-à-dire l'horloge inchangée? En réalité, l'idée d'attribuer à l'accélération une action qui rende unilatéral le décalage des horloges n'est qu'une défaite, à laquelle il est impossible de donner la forme d'un argument précis et acceptable.

Dira-t-on que le problème n'a pas de sens réel, parce que dès qu'une accélération se produit la notion de système de référence cesse d'être définie? Tant qu'il s'agit d'un mouvement uniforme, le système peut être considéré comme rigide. Qu'une accélération survienne, il se déforme, étant constitué d'éléments sur lesquels l'accélération ne se produit pas simultanément. Les étalons d'espace et de temps ne sont plus définis. Cette réponse suppose implicitement que les déformations de relativité restreinte sont réelles et les associe aux hypothèses de structure, contrairement à l'esprit même de la relativité qui se donne l'existence de systèmes de référence comme notions premières et inanalysables.

Il faut donc convenir que l'objection tirée des conditions aux limites est demeurée sans réponse et que l'on ne voit aucun moyen satisfaisant de s'en débarrasser. On peut l'illustrer à l'aide d'un exemple très simple, que les relativistes eux-mêmes ont employé dans des intentions tout à fait différentes, celui du disque tournant. Deux disques tournent en sens inverse avec une vitesse angulaire relative constante. Localement, nous pouvons appliquer la Relativité restreinte, par exemple, à la périphérie. Il doit y avoir réciprocité des apparences. Mais la comparaison des mêmes horloges est possible après une rotation de 2π . Que doit-il se passer? Disons-

nous que l'existence du point de vue de S d'une force centripète provoque une accélération des horloges qui compense exactement le ralentissement dû à l'effet de relativité restreinte, et réciproquement, si bien que les horloges marchent de la même manière? Disons-nous au contraire que la force correspondante n'a pas d'action géométrique mais que la comparaison révélera un décalage unilatéral et en quelque sorte absolu, le système où s'exerce la force, et dont les points sont réellement accélérés est celui-là seul où les horloges étaient ralenties? Rien de mieux, mais puisque ce n'est pas l'accélération qui agit géométriquement, c'était donc la vitesse qui était seule réelle, comme était réelle la contraction correspondante, et elle seule. Nous voici revenus au mouvement absolu.

Le même raisonnement vaut pour la comparaison des mesures d'espace. Mais, en ce cas, on peut lui donner une forme plus frappante. Si la relativité restreinte s'applique du point de vue du disque S, les mètres de S' sont contractés suivant la circonférence, non suivant le rayon. La géométrie cesse donc d'être euclidienne, et le rapport de la circonférence au diamètre est supérieur à π . Il en est de même pour S du point de vue de S'. Mais cela est absurde, car ce caractère non euclidien a un sens intrinsèque. Il peut être défini pour S sans en sortir, et de même pour S'. Ici encore nous avons deux solutions : ou bien supposer que la force de cohésion qui se manifeste dans un système corrige la contraction de Lorentz, ce qui a l'avantage de pouvoir être exprimé symétriquement, la force comme la contraction n'existant que du point de vue de l'autre disque; ou bien supposer que la géométrie d'un seul système (dans le cas général) est non-euclidienne, celle du disque réellement accéléré, réellement en mouvement. Et c'est encore le retour au mouvement absolu.

Ainsi, nous avons trois hypothèses dans le cas général.

Ou bien la théorie de la Relativité restreinte n'est définie que pour des phénomènes très particuliers, les translations uniformes, dont on comprend mal d'ailleurs le privilège. Elle est provisoirement du type des théories dont on ne se sert que le lundi, le mercredi et le vendredi, et l'on ne voit guère comment l'étendre au cas général.

Ou bien on supposera une action géométrique compensatrice des accélérations, qui rétablira la relativité géométrique de tous les mouvements. Mais, sauf dans des cas particuliers (1), on ne voit guère de loi vraisemblable.

Ou bien l'on admettra que, si la comparaison de deux étalons peut être renouvelée, c'est grâce à l'intervention d'une force. Alors la comparaison donne une différence non réciproque et quasi-absolue. Mais comme la force ne peut agir directement, nous ne pouvons éviter d'admettre que l'un des mouvements est absolu (d'ailleurs, que veut dire une accélération absolue si le mouvement ne l'est pas?), et de retourner à la théorie classique (on observera que le mot absolu n'est pas pris ici dans le sens : qui peut être mis directement en évidence, qui a un sens expérimental *direct*).

On comprend que cette dernière solution accompagnée de l'assertion simultanée que le mouvement absolu n'a pas de sens, mais que l'accélération absolue en a un, ait paru décevante et inconcevable à M. Bergson, bien qu'elle soit à peu près la seule admise par les physiciens, lorsqu'ils acceptent d'examiner le problème. Il n'a pu se résigner à y croire, et il a bâti, sur le thème de la Relativité des accélérations, une théorie extrême-

(1) Dans le cas du disque tournant la solution est immédiate.

ment ingénieuse, qui n'a qu'un défaut : celui de n'être pas la théorie de la relativité d'Einstein; d'où un livre admirable, mais qui porte un peu à faux.

En résumé, les difficultés liées au problème des conditions aux limites de la Relativité restreinte ne sont aucunement résolues. Nous ne sommes donc pas en présence d'une théorie complète et satisfaisante, comme l'était la théorie classique. Mais jamais une objection de ce genre n'a entravé l'emploi d'un principe ou d'une loi. Jamais les philosophes ou les théologiens n'ont pu établir de manière satisfaisante l'accord de la liberté humaine avec la sagesse et la puissance divines, pourtant il se sont accommodés en pratique et en théorie de cette opposition insoluble. Quand une contradiction de ce genre semble provisoire, nous espérons l'éliminer un jour, et nous la négligeons. Au cas contraire, nous l'érigions en antinomie, et nous la négligeons aussi.

§ 5. — *Le mouvement absolu.*

Nous voyons maintenant quelles conséquences on peut tirer de la Relativité restreinte touchant la notion d'absolu :

1. — Le mot absolu est-il pris au sens d'invariant, d'universel? Alors il existe des grandeurs absolues aussi bien dans la théorie relativiste que dans la théorie classique, mais ce ne sont pas les mêmes; les longueurs, les durées, les masses, les forces, les densités électriques sont variables, tandis que les charges électriques, les intervalles d'univers, les volumes généralisés restent invariants. Du point de vue d'un observateur particulier, le mouvement cesse donc d'être relatif au sens où il l'était, d'une manière radicale, dans la théorie classique. Il est la raison suffisante d'une altération des grandeurs et des phénomènes. Par contre, il est impuissant à déterminer des phénomènes d'un type nouveau.

2. — Prenons le mot absolu en l'appliquant au mouvement et en l'opposant à l'expression : mouvement relatif. Nous entendons maintenant par relativité du mouvement le fait que nous ne pouvons attribuer expérimentalement de privilège à tel mouvement réel, par opposition à tel autre, dire que l'un est réel, et l'autre apparent. La physique classique considère que géométriquement *tous* les mouvements sont relatifs, mais que, physiquement, il n'en est pas ainsi et qu'entre les mouvements uniformes eux-mêmes, le physicien peut établir une discrimination. Cette dissymétrie radicale entre les faits géométriques et mécaniques d'une part, les faits électromagnétiques de l'autre, tient à deux idées : l'une est que certaines forces comme la gravitation agissent à distance et sans délai, l'autre est qu'elles ne supposent pas de milieu particulier intermédiaire. Au contraire, le champ électromagnétique exige un éther et s'y propage avec une vitesse finie. L'abandon progressif des hypothèses de structure touchant l'éther, l'affirmation que toutes les forces se propagent avec une vitesse semblable et finie amène à croire, ou bien que tous les types de phénomènes peuvent mettre en évidence le mouvement absolu, ou bien qu'aucun n'y réussit. La théorie relativiste affirme que, géométriquement ou physiquement, les systèmes en mouvement relatif uniforme sont indiscernables, équivalents. Le fait que le mouvement suffise à déterminer une variation des grandeurs physico-géométriques est inutilisable, parce qu'il y a réciprocité parfaite des apparences.

Par contre, le mouvement accéléré peut être mis en évidence (dans l'interprétation courante), aussi bien géométriquement qu'optiquement. Aussi le mouvement uniforme est-il plus radicalement relatif dans la nouvelle théorie, et le mouvement accéléré plus radicalement absolu.

3. — Enfin, absolu peut être pris en un sens qui dépasse l'expérience. La notion de mouvement absolu est liée à celle d'espace et de temps absolus. Or, la théorie relativiste n'exclut pas cette hypothèse et, pour une raison bien simple, c'est qu'elle ramène exactement le cas général des phénomènes physiques à celui des phénomènes purement mécaniques dans la théorie newtonienne. Les phénomènes électromagnétiques sont assujettis simplement à l'ancienne règle des forces mécaniques ou de gravitation. Avec celle-ci, en effet, deux systèmes mécaniques en translation uniforme sont entièrement indiscernables, mais deux systèmes en mouvement accéléré sont discernables (nous avons vu à quelles conditions). Le fait est seulement généralisé et appliqué à tous les ordres de phénomènes.

Or, si les newtoniens affirment l'existence d'un espace absolu, d'un temps absolu, ce n'est pas qu'ils aient égard aux mesures optiques possibles. Malgré l'impuissance à déceler mécaniquement le mouvement uniforme, ils en affirment la nature absolue parce qu'il leur semble une condition intuitive et philosophique inévitable, parce qu'il est impossible de parler d'accélération absolue s'il n'y a pas de mouvements, donc de positions absolues, entendons : par rapport à un repère unique et très général pris comme définition de l'immobilité. Et l'on peut soutenir, en effet, que cette hypothèse, encore qu'elle soit obscure, est le seul moyen d'établir une certaine cohérence dans le discours. Les choses sont donc en l'état et seules des raisons générales, philosophiques, peut-on dire, doivent ici guider notre choix.

§ 6. — *L'assimilation de l'espace et du temps.*

Quelle est donc la portée philosophique de la théorie relativiste ? Il nous faut en examiner séparément les divers éléments.

Sa valeur esthétique et rationnelle est étroitement liée à la conception quadridimensionnelle des événements et des lois. Or, celle-ci, qui est théoriquement indépendante de la transformation de Lorentz ou du principe d'expression tensorielle, est à la fois très générale, et procède d'un courant d'idées plus ancien. Elle applique à l'ensemble des phénomènes physiques un effort de symétrisation spatio-temporelle qui portait sur la mécanique rationnelle. D'autre part, elle tend à lui conférer une valeur objective, nous inclinant à mettre au premier plan les expressions où cette symétrie se manifeste le mieux. Précisons un peu ceci.

Depuis que la mécanique a commencé à se développer d'une manière purement analytique, l'espace et le temps n'y ont plus joué qu'un rôle de paramètres, différenciant surtout par le nom. Tant que nous avons égard aux principes expérimentaux, nous leur assignons un rôle dissymétrique, comme nous avons recours à des coordonnées particulières, les coordonnées galiléennes. Mais cela ne dure pas. Lagrange observait déjà que la mécanique ne met en jeu que des grandeurs géométriques, et n'est qu'une géométrie à quatre dimensions. La cinématique étudie la forme des trajectoires spatio-temporelles des mobiles, la dynamique les détermine en fonction de grandeurs purement abstraites, les forces, qui sont de simples moyens de

désigner les accélérations. Elle se réduit à intégrer les systèmes d'équations différentielles. Quant aux liaisons, ce sont de pures conditions géométriques imposées à des figures.

Dès que les problèmes mécaniques sont ainsi mis en forme, les variables d'espace et de temps n'ont plus de caractère propre, pas plus qu'il n'y a de coordonnées privilégiées. Si, dans le cas de points libres, l'emploi de coordonnées galiléennes est rationnel, dans celui des systèmes liés il introduit plus de variables qu'il n'y a de degrés de liberté. Aussi cherche-t-on à introduire d'autres variables, cette fois en nombre égal à celui des degrés de liberté, d'où les coordonnées de Lagrange. Nous passons de là aux vitesses généralisées et aux moments. C'est ainsi que Poisson, pour normaliser les équations de Lagrange, introduit les moments $p_i = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}$. Nous

arrivons ainsi à mettre au fondement de la dynamique des lois de forme très générale, qui valent pour n'importe quel système de variables. L'emploi des fonctions de Lagrange ou de Hamilton est l'ébauche du principe d'équivalence. Quand nous écrivons les équations fondamentales :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial H}{\partial p_i} = \frac{dq_i}{dt}, \quad \frac{\partial H}{\partial q_i} = -\frac{dp_i}{dt}$$

le choix des coordonnées q^i est arbitraire. Nos équations sont invariantes dans un changement de coordonnées, c'est-à-dire que toute la variance est rassemblée dans l'expression de L ou de H. De même pour l'équation de

Hamilton-Jacobi : $\frac{\partial H}{\partial t} + H \left(q_i, \frac{\partial S}{\partial p_i}, t \right) = 0$.

Mais, dans tout ceci, le temps conserve son rôle séparé. Il est la variable indépendante fondamentale en fonction de laquelle toutes les autres s'expriment. Il peut être commode pour l'intégration de faire des changements de variables spatio-temporels, mais ce n'est là qu'un artifice accidentel. Dans d'autres expressions, au contraire, l'effort pour symétriser le rôle de l'espace et du temps se manifeste. Si nous considérons les équations de Lagrange comme des équations d'Euler, nous sommes conduits à mettre au premier plan des principes variationnels. Ainsi celui de moindre action ou celui, plus général, de moindre contrainte. Normalement, le rôle particulier du temps se manifeste soit dans l'expression qui est sous le signe $\int$, soit dans la définition des limites entre lesquelles l'intégrale est prise. Or, d'une part, nous pouvons considérer l'intégrale comme prise entre des positions extrêmes, non entre des instants. Nous arriverons alors à l'exprimer comme prise entre deux termes M_0, M , sans spécifier si ces termes sont caractérisés comme positions ou comme temps. D'autre part, on peut essayer de donner à ces principes de variation une forme plus générale où les extrémités elles-mêmes varient : c'est ainsi que l'on peut considérer le cas où les positions spatiales extrêmes sont variées, puis celui où les instants eux-mêmes varient. Cette généralisation se manifeste également dans l'expression des lois de la dynamique par les invariants intégraux.

Ainsi dans les équations de la dynamique, sans dessein préconçu, pour de simples raisons d'écriture ou de maniabilité, nous voyons s'introduire des expressions et des lois où les variables d'espace et de temps jouent des rôles tout à fait semblables. La théorie de la relativité a été l'occasion de systématiser cette manière de voir, en l'appliquant à tous les degrés d'une

théorie, en l'étendant à tous les phénomènes physiques, enfin en lui conférant une sorte de valeur non plus symbolique mais ontologique.

Quelles règles pratiques nous sont par là suggérées ? Tout d'abord, il semble qu'à toute grandeur spatiale doive correspondre une grandeur homologue attachée au temps, ayant avec elle certaines affinités et pouvant être groupée dans une même expression. Ainsi à tout vecteur doit correspondre un scalaire, qui le complète en un quadrivecteur et, d'une manière générale, tout tenseur à trois dimensions doit se généraliser en un tenseur quadridimensionnel. C'est ainsi que l'énergie s'adjoindra au vecteur quantité de mouvement, le potentiel scalaire au potentiel vecteur, les composantes de la force magnétique à celles de la force électrique. Une des difficultés (purement esthétique) de la théorie de la gravitation, c'est l'existence d'un simple potentiel scalaire.

A toute loi portant sur les grandeurs spatiales doit correspondre une loi de même genre portant sur la grandeur attachée au temps. Un invariant scalaire doit correspondre à un invariant vectoriel : ainsi la conservation de l'énergie accompagne celle de la quantité de mouvement. Ce parallélisme doit être exprimé par une loi commune, portant sur l'ensemble de la grandeur quadridimensionnelle. Ceci encore a une origine ancienne : il y a longtemps que les mathématiciens ont observé qu'il était possible de représenter par des signes communs les opérations portant sur les vecteurs et celles portant sur les scalaires. C'est ainsi que l'opérateur ∇ représente un gradient ou une divergence suivant l'objet auquel il est appliqué.

La justification la plus remarquable de cette manière de voir est évidemment le succès remporté dans le cas de l'électromagnétisme. Les équations fondamentales de Maxwell qui déterminent les champs électriques ou magnétiques s'écrivent sous la forme symbolique :

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial \varphi_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial \varphi_\mu}{\partial x_\nu}, \quad \varphi_\mu \text{ étant le potentiel quadrivecteur, } \frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = J^\mu, \quad J^\mu \text{ étant}$$

le quadrivecteur courant-densité de charge.

Il y a là, semble-t-il, quelque chose de plus imprévu, de plus profond que dans la réduction de la mécanique à la conservation de l'impulsion-énergie. Cette symétrisation des principes de conservation a cependant une plus grande portée qu'on ne pourrait le croire d'abord, elle consacre l'importance de la notion de quantité de mouvement dans tous les phénomènes, et, en particulier, celle de quantité de mouvement électromagnétique.

On voit, à cette occasion, le sens du débat historique entre Descartes et Leibniz touchant le principe de conservation. Tous deux avaient raison puisque tous deux mettaient en lumière un invariant réel, comme on le voit dans les lois des chocs élastiques. Mais tous deux n'examinaient que des cas très limités et, par là même, des définitions très incomplètes de l'une et de l'autre. Ajoutons que Descartes donnait une expression scalaire indéfendable de la quantité du mouvement.

Naturellement, cette symétrie des rôles de l'espace et du temps se retrouvera dans l'expression variationnelle des lois, par l'intermédiaire des énergies et des actions. Mais elle est plus frappante, cette fois, sous la forme directe.

La conclusion naturelle de ces remarques, c'est que toute loi portant sur un vecteur simple ou sur un scalaire doit être considérée comme une forme dégénérée d'une loi quadridimensionnelle, soit qu'elle en soit simplement

détachée, comme la conservation de l'énergie, ou la loi $\text{div } H=0$, soit qu'elle en soit une application à des circonstances particulières, c'est ainsi que l'équation de Laplace dérive de l'équation des ondes, quand l'état stationnaire est atteint, quand le champ est en équilibre. En effet, le laplacien n'est que le d'alembertien privé de son terme de variation temporelle.

De ceci résulte encore que les équations fondamentales de la physique ne doivent pas avoir pour variable indépendante le temps, mais une variable fonction symétrique du temps et de l'espace. C'est pourquoi les dérivées sont prises par les relativistes en fonction non du temps, mais de l'intervalle d'univers s .

Jusqu'où va cette symétrisation formelle? En mécanique classique, elle existe implicitement, mais d'une manière assez limitée. La théorie relativiste lui a donné un essor nouveau sans cependant la réaliser complètement. D'une part, dans l'expression même du ds^2 , il reste une dissymétrie essentielle : le signe — du dt^2 ; quand nous posons, en changeant de variable, $x_4 = ict$, nous ne faisons que dissimuler le fait, car la variable x_4 n'est pas un objet d'expérience, et le coefficient i est un simple artifice de calcul. Il en est ici comme dans les équations hamiltoniennes de la dynamique où le rôle des moments et des coordonnées ne peut être tout à fait symétrisé; il reste toujours un signe — dans la seconde équation.

D'autre part, quand nous examinons les tenseurs principaux de la théorie relativiste, nous voyons qu'ils enferment une réelle dissymétrie. Prenons le cas du tenseur champ électromagnétique : il est symétrique gauche, les composantes électriques appartiennent à la bordure temporelle, les composantes magnétiques au tenseur purement spatial. Sans doute, la raison de ce fait est simple; elle réside dans la manière dont le tenseur est construit à partir du quadrivecteur potentiel, mais il n'en reste pas moins que le tenseur lui-même semble correspondre difficilement à une réalité physique, il n'est qu'un pur symbole opératoire. La même remarque vaut, et plus nettement, pour les tenseurs impulsion-énergie soit mécanique, soit électromagnétique, qui semblent de simples moyens de grouper des quantités plus ou moins en usage (1). Dans tous les cas, la bordure temporelle du tenseur joue un rôle tout à fait séparé.

Que signifie maintenant cette conception quadridimensionnelle? que nous révèle-t-elle? Dans quelle mesure les symétries qu'elle réalise, les dissymétries qui se maintiennent, nous font-elles mieux comprendre la nature des phénomènes?

Depuis que nous avons appris à exprimer par des notations extrêmement schématiques et simples les phénomènes, nous avons tendance à leur attribuer une vertu ontologique, nous y voyons volontiers l'essentiel de la science et, par là, la substance des choses. C'est ainsi que raisonnaient les Pythagoriciens. La nature nous semble faite d'énergies ou de potentiels qui se transforment suivant des lois. Les phénomènes sont de pures apparences qui traduisent non l'action de forces, considérées comme notions primitives, mais des variations d'action coordonnées les unes aux autres, et la nature objective résout des équations de Hamilton là où nous croyons d'abord qu'elle détermine directement des impulsions et des déplacements. Au fur et à mesure que le centre de gravité de la dynamique se déplace, notre idée du réel l'accompagne.

(1) Ils se construisent d'ailleurs suivant une règle formelle très simple.

L'emploi des expressions quadridimensionnelles à cet égard ne nous instruit guère. Présenter la mécanique comme une géométrie spatio-temporelle ne nous éclaire pas beaucoup sur la manière dont certaines grandeurs abstraites, présentes en un point, déterminent l'existence de certaines autres, et la forme de certaines lignes d'univers. De même, les différences entre les grandeurs associées au temps et celles qui sont associées à l'espace ne nous expliquent en rien les différences des phénomènes expérimentaux correspondants. On hésite à dire avec M. H. Weyl que le coefficient imaginaire du temps en explique la nature, ou avec M. von Laue que la différence expérimentale entre le champ électrique et le champ magnétique dérive de ce que l'un est donné par les composantes temporelles, l'autre par les composantes spatiales du tenseur.

A certains égards, la symétrie de l'espace et du temps nous obligerait même à ne plus considérer comme objectifs certains faits qui paraissent éclairer le devenir. Par exemple, le fait que les mouvements libres suivent une géodésique d'espace-temps $\oint ds = 0$ devrait être considéré indépendamment de celui que ds est l'élément de temps propre. Cela serait un accident, et cette interprétation de la loi d'inertie qui donne un privilège au système propre ne répondrait à rien de réel. Nous retrouverons ce problème en parlant de la réalité physique en général, mais nous pouvons observer ceci : la représentation tensorielle et quadridimensionnelle des faits mécaniques et électromagnétiques est assurément ce qu'il y a de plus séduisant dans la physique relativiste. C'est une construction véritablement surprenante et émouvante. Elle s'adapte admirablement à la transformation de Lorentz. Elle est de plus dans le prolongement de l'effort entrepris depuis un siècle pour remonter des apparences ou des entités qui s'y conforment à un monde de grandeurs purement abstraites dont les lois déterminent les lois expérimentales et qui, insensiblement, prennent aux yeux du mathématicien un prestige de réalité. Mais ceci même nous montre qu'elle n'ajoute rien à notre intelligence des phénomènes, à moins que nous ne prenions la paille des expressions symboliques pour le grain des expressions réelles.

§ 7. — Conséquences philosophiques.

Que conclure maintenant de l'emploi systématique de la transformation de Lorentz ? En quoi nous oblige-t-elle à réformer nos concepts traditionnels d'espace et de temps ?

A. — Tout d'abord, pouvons-nous considérer les divers temps et les divers espaces ainsi définis comme également réels ? On sait qu'un philosophe illustre a tenté d'établir une distinction subtile entre un temps réellement vécu par un observateur, et un temps imaginaire qu'il prête aux phénomènes qui se meuvent par rapport à lui. Le temps ralenti et dérégulé d'un phénomène est une grandeur fictive qui ne correspond pas à une durée réelle, mais simplement à la longueur d'une figure de lumière qui se double, par un effet de perspective. Les lois physiques ne mettent en jeu que les coïncidences des trajectoires matérielles avec les trajectoires lumineuses, et les longueurs ainsi déterminées ; elles n'associent au fond que des mesures d'espace, le temps du physicien n'est que de l'espace. Il ajoute, si nous l'avons bien compris, que, pour chaque système, un seul de

ces ensembles de mesures peut correspondre à une durée psychologique, et par là même, mériter réellement le nom de temps. Les autres ne sont, du point de vue de ce système, que des temps prêtés.

Cette manière de voir a été très vivement critiquée par différents auteurs, attachés à un réalisme assez confus qu'ils appliquent aux divers temps de la théorie relativiste (1). Le tort principal de la théorie du double temps, c'est d'avoir mené à une théorie de la réciprocité des accélérations qui en fait est étrangère à la théorie relativiste des physiciens, et en droit mène, semble-t-il, à des contradictions ou du moins à des invraisemblances physiques. Cet exemple prouve au moins qu'il n'est pas inutile d'insister un peu sur la réalité que l'on peut attribuer aux divers espaces et temps qui sont en cause.

Si nous considérons la nature *in abstracto*, et d'un point de vue purement théorique, il est clair que tous les temps considérés sont également réels et également fictifs. Ce sont des inventions mentales, des paramètres, comme le sont d'ailleurs toutes les grandeurs d'un tel univers. Le temps n'est qu'un nombre, l'espace n'est qu'un nombre, mais le champ électrique ou la masse ne sont pas autre chose. Se demander si en soi tel repérage des grandeurs est plus réel que tel autre, c'est chercher si les coordonnées polaires sont plus vraies que les coordonnées cartésiennes. C'est donc extérieurement, et seulement ainsi, que nous pouvons trouver un sens à cette expression.

Nous avons indiqué un sens du mot réel qui est à la fois théorique et intuitif. Un temps est réel, disions-nous, s'il est déterminé à partir d'un phénomène type, suivant des méthodes types, à l'aide d'unités types. Le problème est donc de savoir si les temps de la théorie relativiste correspondent à des mesures théoriques définies, normales, canoniques, équivalentes. Or, il en est assurément ainsi. Nous avons vu combien la détermination des grandeurs spatio-temporelles dans un même système était chose délicate. Mais nous pouvons appliquer ici les définitions courantes. Un atome de nature donnée peut servir d'unité de temps dans le système par rapport auquel il est immobile. Quant au réglage des simultanités aux divers points d'un même système, nous disposons en gros de deux méthodes : l'une procède par signaux lumineux, l'autre par déplacement d'un chronomètre. Mais la première ne se justifie que si nous avons vérifié déjà la constance de la vitesse de la lumière, autrement dit, que si nous avons prouvé qu'elle peut être prise comme définition du temps. La seconde, au contraire, est immédiatement légitime, pourvu que le chronomètre soit déplacé d'une manière infiniment lente. Or, les divers temps, dans leurs systèmes respectifs, correspondent indifféremment dans la théorie de relativité à ces définitions intuitives théoriques (2). Comme nous n'avons d'ailleurs aucune raison de préférer un système à un autre, ils sont égale-

(1) Nous ne comprenons pas très bien l'indignation de certains critiques. D'un point de vue strictement physique, cela revient à dire que le trajet de la lumière est pris dans chaque système pour définition du temps, point de vue assez souvent admis. On ajoute, en général, pour le justifier, que tous les phénomènes sont au fond de nature électromagnétique, ce qui est assez suggestif, bien que très vague.

(2) On peut, en effet, vérifier que ce que l'on nomme quelquefois la correction de réglage est la limite du retard pris par une horloge transportée dans un système mobile avec une vitesse relative de plus en plus petite.

ment réels. De même sont également réelles les définitions propres des masses et de toutes les grandeurs géométriques ou physiques.

Il faut bien comprendre le sens de ces définitions. En mécanique classique, nous admettons que deux atomes de même nature qui ne diffèrent que par leur mouvement relatif sont tout à fait identiques et peuvent être pris indifféremment pour mesure du temps. Mais cela tient justement à ce qu'ils nous donnent l'un et l'autre les mêmes mesures. S'ils donnent des mesures différentes, notre tendance naturelle est de dire qu'ils ne sont plus identiques, et qu'ils ne s'équivalent plus en tant que repères. Il y a donc une sorte de cercle où apparaît ce qu'il y a de conventionnel, de décisoire dans notre définition des grandeurs et de l'identité. Deux temps s'équivalent s'ils sont donnés par deux phénomènes que l'on juge identiques, mais on ne juge ceux-ci identiques que s'ils attribuent la même durée à un même phénomène. En réalité, ce qui fait l'équivalence, l'égale réalité de tous les temps, c'est que nous n'avons aucun moyen, étant donné la parfaite réciprocité des apparences d'un système à l'autre, de dire quelle serait l'horloge non altérée. Et de même pour les mètres. Cette réciprocité est, bien entendu, admise comme rigoureuse en raison de la théorie.

Tout ceci nous prouve qu'il n'y a rien ni dans leur définition abstraite, ni dans l'expérience qui nous empêche d'admettre l'égale réalité des mesures de temps et d'espace que fait intervenir la théorie de la Relativité restreinte. Intrinsèquement elles sont également légitimes et vraies et il est naturel de les considérer comme telles. Mais rien ne nous empêche non plus, d'un point de vue purement abstrait, de choisir l'un des systèmes de référence comme fondamental, de le considérer comme immobile, et d'introduire par là un temps et un espace privilégiés, absolus, et de conserver la théorie classique. Faudra-t-il donc croire que les horloges mobiles ne marquent pas des durées? L'expression n'a aucun sens : tout phénomène marque un temps virtuel, c'est-à-dire qu'il peut être pris pour définition d'« un » temps. Mais il dépend de nous de choisir entre les phénomènes ceux qui seront dits marquer *le* temps.

Si nous considérons les choses du point de vue d'un système pris pour fondamental, nous dirons que la contraction des longueurs, que le ralentissement des horloges sont réels. De même l'accroissement des masses ou la transformation des densités de courant. Il ne s'agit pas ici de retenir simplement quelques éléments de la théorie, suffisants pour sauver les apparences, mais de conserver intégralement les formules de la Relativité. Celles-ci deviennent alors de simples auxiliaires de calcul. L'emploi du système propre et des variables propres correspond si l'on veut à l'emploi de l'entropie en thermodynamique. En un certain sens, l'entropie est bien

une grandeur réelle, puisqu'elle est définie par l'intégrale $\int \frac{dQ}{T}$. En un

autre sens, elle n'a pas la même réalité qu'une longueur, elle n'est rien de substantiel, même abstraction faite de ceci qu'elle n'est définie que pour une transformation réversible, c'est-à-dire purement fictive (1).

En réalité, ce que nous avons appelé temps et espace, c'est l'ensemble des mesures spatiales et temporelles que l'on obtient en procédant suivant une règle déterminée. Mais le succès de ces mesures suppose, dans la nature,

(1) Comme le temps est défini par un transport infiniment lent d'horloges.

quelque chose qui le détermine, une certaine qualité du devenir, une structure spatio-temporelle objective et comme réelle. Cherchons si la physique relativiste nous oblige ou nous incline à réformer l'ontologie ancienne de l'espace et du temps pris non comme mesures, mais comme mesurés.

On peut, semble-t-il, adopter deux attitudes : l'une consiste à accorder la relativité des mesures avec le caractère absolu du mesuré, et à revenir, s'il se peut, à l'espace et au temps absolus ; l'autre, à interpréter dogmatiquement la pluralité des temps et des espaces. Certains philosophes ont vu dans la théorie relativiste une occasion de revenir à une théorie purement relationnelle, une justification de ce réalisme des relations, une sorte de consécration des rapports sans supports. Ce sont là des applications audacieuses, qui renouvellent une ancienne mystique du relatif ; on peut leur reprocher parfois d'avoir abusé des formules employées par les savants, mais il faut avouer que ceux-ci en sont en grande partie responsables, et que beaucoup d'entre eux ont affirmé la valeur objective, ontologique, des caractères de relativité ; ils ont, parfois, laissé entendre que l'équivalence des divers repères, l'indétermination qui demeure quand il s'agit de choisir entre eux avaient leur fondement dans la structure même de l'espace et du temps. A vrai dire, c'étaient là des intentions confuses. Sur quels arguments se fondaient-elles ?

Tout d'abord nous pouvons dire que l'espace et le temps absolus n'étant l'objet d'aucune expérience possible, même idéalement, il est inutile de les introduire comme entités nouvelles. Inutile est trop peu dire, cela est absurde. L'espace et le temps, comme choses absolues, n'ont aucune réalité physique, ils ne doivent pas être considérés.

En second lieu, nous dirons que, par la théorie nouvelle, le physicien est affranchi de toute hypothèse sur la nature de l'éther, sur la structure de la lumière, sur le mécanisme des phénomènes électromagnétiques. Le progrès réalisé est semblable à celui que Galilée a institué avec le principe d'inertie. Au contraire, revenir à l'attitude classique, c'est se condamner à rechercher indéfiniment les mécanismes élémentaires, à reprendre une entreprise ancienne et toujours infructueuse. Il faudrait certainement une théorie très compliquée dont il est plus rationnel de faire l'économie.

Enfin, si les variables propres ne sont que des fictions abstraites, des intermédiaires algébriques, comment comprendre qu'elles jouent, dans la détermination des phénomènes, le rôle de grandeurs réelles ?

Que penser de ces divers types d'arguments ?

Le second est plus spécieux que solide. Assurément, il est très commode de se dispenser d'explication et il faut même s'y résoudre en certains cas, car toute théorie suppose des indéfinissables et des axiomes. Encore ne faut-il pas abuser du procédé, à moins que l'on n'adopte une théorie purement nominaliste et pragmatique de la science, auquel cas il importe peu en effet d'introduire une hypothèse supplémentaire, les systèmes de concepts et de lois n'étant que des vues de l'esprit sur les phénomènes, également inadéquates, au fond, à la réalité. Il en est autrement si nous attribuons aux théories une valeur objective. La force de l'argument naît surtout de l'impuissance des théories « substantialistes » à expliquer d'une manière précise quoi que ce soit. Aucune description de l'éther n'est satisfaisante, ni même digne d'intérêt, et nul ne songe à reprendre une théorie mécanique de la gravitation. Ether et milieu gravifique n'ont plus en fin de compte qu'une propriété, c'est de porter des vecteurs-forces, c'est-à-dire des nombres,

car les vecteurs ne sont que des images, qui prêtent parfois à confusion. C'est pourquoi les physiciens ont tendance à les confondre, surtout depuis qu'ils admettent pour les deux phénomènes un mode semblable de propagation. C'est aussi pourquoi ils les identifient avec l'espace. Or, plus il est naturel d'attribuer à l'espace une réalité, afin de donner un sens au mouvement d'inertie, à l'action gravifique, au champ électromagnétique, et plus il est impossible de comprendre comment la nature de l'espace peut expliquer, ou même déterminer, ou même supporter ces faits. Et la même remarque vaut pour le temps. Mais c'est justement pourquoi le fait d'appeler espace ou temps les variables propres ne nous rend pas vraiment raison des lois physiques nouvelles, sinon par symétrie verbale. Nous traduisons notre méthode de calcul plutôt que nous ne la justifions. En un mot, la différence essentielle entre les deux attitudes que l'on peut prendre en face des formules relativistes se réduit à ceci : l'une ferme certains problèmes d'explication que l'autre laisse ouverts. Mais ce n'est jamais là qu'une convention : la fermeture n'est faite que par une pancarte.

Quant au premier argument, il est digne d'un examen plus long, car il implique toute une philosophie. Les comparaisons qu'il invoque en sont la première réfutation. Elles se fondent sur la confusion, d'une part, des grandeurs et de leurs mesures; d'autre part, des phénomènes et de leurs images. Tous nos jugements explicites sur la nature sont assurément fonction de certaines circonstances expérimentales; toutes nos mesures sont fonction des procédés et des unités employés. Est-ce à dire qu'il n'y ait dans les objets rien de réel, que la grandeur d'un homme soit créée par le mètre qui la mesure? C'est tirer d'un fait évident une conclusion paradoxale, digne des Eléates. Rien dans ces conditions n'a de propriétés, car tout dépend du système de coordonnées employé. En allant un peu plus loin, on montrerait aussi que le système de coordonnées n'est rien que par rapport à un autre observateur et ainsi à l'infini. Telle est la conclusion de ce réalisme de la mesure et d'un relativisme hypertrophie.

Certes, la réalité n'est pas ce que nous la voyons, ce que nous la mesurons. Est-ce à dire qu'elle n'est rien? Nous sommes ici dans la situation de Descartes. Une fois le cogito atteint par intuition immédiate, une fois l'existence du monde extérieur connue avec certitude, parce que Dieu existe, et qu'il est véridique, une seule chose est sûre, c'est que la pensée et l'étendue ne sont pas de même nature, que le monde réel et la perception sont radicalement différents. Reste à comprendre comment, et par quels intermédiaires, l'un représente l'autre. C'est la tâche de toute la philosophie naturelle. Nous sommes dans le même cas, mais nous savons que le réseau d'idées claires et distinctes que Descartes interposait entre le sensible et la réalité prise en bloc est illusoire. Est-ce à dire que nous ne pouvons rien entrevoir de la réalité physique, lui conformer en rien nos pensées, et qu'il faut compléter l'assertion « il y a un monde réel » par celle-ci : « tout ce que nous connaissons ou inventons est symbolisme pur »? La réalité physique est-elle pour l'homme semblable aux dieux d'Epicure, aux noumènes kantien?

Si la notion de vérité dépasse celle de commodité des expressions, c'est que le problème du comprendre dépasse celui du décrire. Il est vrai que la loi d'inertie nous semble une notion première irréductible. Mais il arrive que nous pouvons exprimer et déterminer certains phénomènes en faisant abstraction de leur structure, qui cependant existe, et explique

leurs caractères. C'est ainsi que la thermodynamique néglige les mécanismes intérieurs des transformations, elle les enserme du dehors dans un réseau de lois harmonieuses. Pourtant, avec ces lois, nous n'atteignons pas l'intelligence vraie des phénomènes, et la science ne nous satisfera que le jour où nous les aurons justifiées et expliquées par l'analyse intérieure de ces phénomènes. Et, sans doute, nous ne toucherons jamais le fond des choses, il n'y a pas d'intelligence radicale de la nature. Mais il y a en elle d'inégales profondeurs. Comprendre et déterminer de l'extérieur est chose relativement aisée. Un enfant sait que si Achille va dix fois plus vite que la tortue, et s'il lui laisse 10 mètres d'avance, il l'atteindra exactement au point d'abscisse $\frac{100}{9}$. Mais Zénon a raison quand il affirme que nous ne

saurions connaître exactement comment Achille la rattrape, parce qu'il nous faudrait les suivre dans l'infiniment petit. Seulement, entre ces deux modes d'intelligence, il y a un intermédiaire. La série $10(1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} \dots)$ nous donne une image du phénomène plus significative, plus profonde, encore que personne ne puisse se représenter directement comment converge une série.

Or, seul le développement de la science peut nous apprendre si une loi représente une donnée ultime, irréductible, au delà de laquelle il n'y a plus de place pour une explication, ou s'il reste encore là une occasion d'analyser et d'approfondir l'expérience. Mais il est dangereux de limiter à priori les problèmes, si l'on ne veut pas restreindre à outrance les intentions de la science. De ce que l'hypothèse du rayon lumineux suffit à construire l'optique géométrique, a-t-on conclu qu'il n'y a pas à rechercher ce qu'est la lumière et quelles sont les lois du phénomène à l'échelle infinitésimale? Rien ne nous empêche d'admettre qu'un gaz se met spontanément en équilibre thermique, et que cet équilibre est défini par la loi de Maxwell. Pourtant Boltzmann a pris la peine de chercher si l'analyse des chocs individuels ne permettait pas de démontrer cette loi.

Nous sera-t-il permis de prendre un exemple d'une autre nature? Le problème linguistique de l'indo-européen se réduit à chercher un système de racines assurant la correspondance, suivant des lois à peu près fixes, entre les mots des langues de la famille dite indo-européenne. Il s'agit là d'une science abstraite, symbolique. Est-ce à dire qu'il n'y ait pas un problème plus profond qui est, cette fois, historique : il y a eu une race qui a parlé un langage dont les langues précitées procèdent (nous employons, à dessein, le terme le plus vague). Il y a eu un mécanisme de traditions, d'influences, parallèle à l'évolution des sociétés qui parlent maintenant ces langues, et qui en a déterminé la formation. Peu importe que le problème soit insoluble, il correspond à la réalité, le reste n'est que symbolisme. De même, les transformations relativistes, les lois de corrélation des phénomènes considérés dans différents systèmes sont-elles des figures abstraites et précieuses qui enserment l'expérience, ou bien expriment-elles la raison dernière et définitive?

Enfin, si l'on dit qu'un milieu absolu, n'ayant pas d'existence expérimentale même virtuelle, est une pure fiction, il est permis de réfléchir un instant au sort analogue de la notion psychologique d'inconscient : un phénomène inconscient ne peut être, en tant que tel, l'objet d'aucune expérience. Certains concluent aussitôt que cette idée n'a aucune réalité :

les seules choses réelles sont dans l'ordre psychique les images conscientes, dans l'ordre physiologique la structure cérébrale qui conditionne les faits de conscience. Et, de même que l'échec des théories mécanistes de la lumière ou de la gravitation entraîne beaucoup de savants à nier jusqu'à la réalité de l'espace et son caractère absolu, ainsi l'échec de l'atomisme mental et le médiocre succès de la théorie des images inconscientes incline certains psycho-physiologistes à proscrire l'idée d'un inconscient proprement mental. Mais comment échapper en ce cas à l'épiphénoménisme? Les arguments que l'on peut employer contre l'interprétation dogmatique de la pluralité des espaces-temps sont, à bien des égards, symétriques de ceux que l'on formule d'ordinaire contre l'épiphénoménisme.

Il faut donc voir quelles raisons peuvent maintenant nous incliner à adopter la seconde attitude et à conserver l'affirmation d'un espace et d'un temps absolus. Ces raisons sont de trois ordres : les unes sont tirées de l'existence des accélérations absolues ; les autres, du lien nécessaire qui unit le temps physique et le temps psychologique ; les autres, enfin, de l'impuissance où nous sommes, si nous interprétons la théorie relativiste en un sens dogmatique, de donner du devenir, et en particulier de l'action transitive, une explication ou même une description acceptables. Ces trois types d'arguments sont de valeur très inégale : le second est tout à fait inopérant, le premier et le troisième ont au contraire une portée véritable. Tous trois ont ceci de commun qu'ils se fondent sur des notions et des intentions confuses ; ils font état de ce que la théorie relativiste rend incompréhensibles certains aspects du devenir et de la réalité, mais ils se heurtent à l'objection suivante : c'est qu'en dernière analyse tout est irrationnel. L'argument, il est vrai, porte trop loin, et conduit à rejeter tout réalisme scientifique. A quoi bon remplacer les lois des gaz par une hypothèse cinétique, puisque les chocs élastiques sont incompréhensibles ; à quoi bon substituer un phénomène d'inertie à une action de forces, puisque les mouvements naturels sont aussi intelligibles que les mouvements contraints ? Il faut en convenir : depuis que nous avons abandonné l'idéal cartésien, renonçant à construire le monde objectif avec des idées claires, suivant des lois que la nature même de ces idées rend évidentes, depuis que nous avons senti notre esprit enchaîné à sa nature, et à la confusion naturelle de ses images, et que notre idéal physique est devenu plus formel et plus purement humain, nous devons nous défendre contre le scepticisme et l'indifférentisme en matière de science. Il n'est pas trop de tout le succès pratique de la physique pour nous y aider. Qu'implique donc le réalisme ? L'idée qu'il existe des degrés différents dans l'intelligence des phénomènes bien qu'il n'y en ait pas d'intelligence radicale, et que l'homme ne puisse jamais les entrevoir, non seulement dans leur détail exact, mais simplement dans leur nature réelle ; l'idée aussi que ces degrés ne traduisent pas simplement une commodité plus grande dans l'expression symbolique ou intuitive des faits, mais qu'ils correspondent à une image de plus en plus vraie, ce mot exprimant moins un fait qu'une espérance, qu'une intention mentale. Quelque démesure qu'il y ait entre la réalité et les conceptions de l'esprit, il nous faut admettre qu'entre celles-ci il en est qui symbolisent plus profondément que d'autres avec la réalité. A cette condition seulement, le choix entre les attitudes indiquées plus haut aura un sens positif.

I. — L'existence de certains mouvements absolus prouve-t-elle que, d'une

manière générale, le mouvement est quelque chose d'absolu ? La Relativité restreinte admet en effet que les effets géométriques des accélérations ne sont pas réciproques, et qu'ainsi, lorsque deux systèmes sont accélérés l'un par rapport à l'autre, il est possible de choisir entre eux celui qui, par définition, l'est réellement.

Il est clair que, logiquement, de la formule : « les accélérations ont un sens absolu », ne dérive pas celle-ci : « les mouvements ont un sens absolu » ; en particulier, si absolu signifie : pouvant être mis en évidence moyennant certaines conventions physiques. D'autre part, il nous est bien difficile de savoir si nous exprimons une pensée réelle, ou si nous associons des formules par analogie, presque par euphonie, quand nous disons : une accélération étant la limite du rapport d'une vitesse à un temps, il faut bien que cette vitesse soit quelque chose d'absolu, comme ce temps. Si la vitesse est quelque chose d'absolu, il faut bien qu'il y ait un repère d'immobilité, valable pour tous les mouvements.

Si, au contraire, « absolu » signifie qui implique un espace et un temps absolus, cet espace et ce temps existent aussi bien pour les autres mouvements. Il suffit de les avoir mis en évidence une fois pour être sûrs de leur existence dans tous les cas. Mais comment le fait que les apparences dues au mouvement cessent d'être réciproques peut-il prouver l'existence d'un milieu absolu ? Laissons de côté l'hypothétique mise en évidence par un effet géométrique dû à la contraction unilatérale des longueurs ou des temps. Nous avons les effets optiques : mais l'expérience de Sagnac peut être interprétée par la Relativité restreinte sans hypothèse particulière touchant le milieu lumineux. Restent enfin les faits mécaniques classiques : l'expérience de Foucault, la stabilité des gyroscopes et, d'une manière très générale, le principe d'inertie. L'inertie d'un corps met-elle en évidence l'action d'un milieu ? Si l'on admet qu'elle est liée à l'existence des masses matérielles qui constituent l'univers, il est difficile d'admettre que cette action soit quasi-mystique, qu'elle n'ait pas lieu par l'intermédiaire d'un milieu réel, exerçant une sorte d'action de guidage. En particulier, quand nous considérons le rôle de l'espace et du temps, dans la théorie de la Relativité générale, comment ne pas les substantialiser, leur attribuer une existence du même genre que celle des corps qui s'y trouvent ? Sans doute, le rôle de l'espace et du temps comme causes du devenir est infiniment obscur, mais il nous semble inévitable. Or, s'il y a quelque chose qui repère en certains cas les accélérations spatiales, quelle que soit la nature de ce repère, on voit mal comment il ne s'appliquerait pas aux mouvements uniformes et aux positions.

II. — On use parfois d'un argument au premier abord spécieux. La durée spirituelle, l'ordre des pensées dans l'âme est quelque chose d'irréfutable, d'absolu ; dans un système de référence quelconque, il y a donc un ordre temporel véritable des phénomènes qui correspondent aux données immédiates d'une conscience liée à ce système. Il y a donc pour chaque ensemble de phénomènes un temps véritable, les autres temps n'étant que des images, que des fictions. Certains diront que ce qui est prouvé par là, c'est que le temps psychologique coïncide avec le temps propre. En réalité, l'objection n'a aucun sens réel. Il n'y a aucune emprise directe d'une conscience sur une fraction quelconque du monde. La perception est une pure invention mentale, associée sans doute à des événements corporels, mais de

la manière suivante : elle transpose les actions physiques qui s'exercent dans un domaine d'espace extrêmement petit qui est la périphérie de notre corps. Ce corps est un miroir infinitésimal de l'univers, en ce sens que l'univers agit sur lui, mais nous ne voyons que lui. Comment le temps de l'âme pourrait-il correspondre au temps d'un système qui associe les phénomènes répartis à travers l'espace ?

Nous ne comprenons pas comment l'âme se raccorde au monde, mais ce que nous pouvons dire, c'est que dans la mesure où elle le fait, c'est par l'intermédiaire d'un point. L'ordre de la perception symbolise avec l'ordre des événements, considéré de ce point, lorsqu'ils y arrivent. Or, cet ordre est invariant pour tous les systèmes de référence. Quant à la grandeur des durées, elle ne correspond à rien de mental et ne pose aucun problème. Ainsi la difficulté s'évanouit.

Pourtant il y a quelque chose de plus profond dans cette comparaison du temps de l'âme et du temps des choses.

Nous avons imaginé le corps se réduisant à un point, et le temps de l'âme correspondant au temps du corps, comme les perceptions de l'âme correspondent aux impressions qu'il reçoit. Certes, il y a une grande obscurité dans ces pensées ; car, le jour où l'homme a abandonné l'idée d'une emprise directe de la perception sur la réalité physique, il n'a plus su où s'arrêter. Quand Spinoza nous dit : l'âme n'est rien que l'idée d'un certain corps existant en acte, où limite-t-il le corps ? Nous avons étudié ce problème dans la première partie de ce travail. Mais n'en retenons que l'aspect le plus élémentaire : l'âme représente-t-elle les impressions périphériques, les impressions cérébrales ; en un mot, où la localiser, non pas réellement, mais symboliquement ? Si inextricable que soit cette difficulté, il reste cependant une sorte d'acheminement vers une localisation possible : il semble que nous puissions encercler le phénomène corporel dans une série de sphères décroissantes, intérieures les unes aux autres, et convergeant en quelque manière. Nous n'avons pas besoin de concevoir ce domaine comme homogène et intérieurement immobile. Mais il faut au moins qu'entre ce domaine limite et l'esprit il y ait un trait commun, par exemple une communauté de temps.

Or, dans la théorie de la Relativité restreinte, il est clair que l'idée même d'un temps propre au corps est absurde. Le corps est formé d'un grand nombre de parties, en mouvement relatif, dont chacune a son temps propre. Et si nous essayons de délimiter dans le corps des domaines élémentaires, la même difficulté se retrouve indéfiniment. Autrement dit, l'esprit ne peut entrer en contact avec le monde physique que par l'intermédiaire d'un phénomène. Or, un phénomène n'a pas de temps, mais seulement un système homogène. Il est bien vrai que nous ne comprenons jamais la relation de l'esprit et du monde que confusément et par figure. Ainsi nous disons volontiers que le corps est le point de vue de l'âme sur la réalité, comme si l'âme photographiait le monde avec le corps pour objectif. Peut-être pourrions-nous trouver une image nouvelle de ce lien. Ainsi nous dirons que l'esprit, hors du corps, le regarde et le perçoit avec son propre temps. Nous appliquerons alors au monde physique cette indétermination spatio-temporelle, qui l'éloigne de la sensation, que Kant appliquait aux noumènes. Mais cette rupture non seulement entre la réalité métaphysique et l'esprit, mais entre cet esprit et le monde physique, est-elle heureuse, est-elle rationnelle ? Il ne le semble pas. Si elle est nécessaire, elle

consacre une défaite de plus de l'esprit dans sa reconstruction d'un monde qui lui est de plus en plus étranger. L'image même qu'il se fait de la réalité s'éloigne indéfiniment de la perception et du sensible.

Peut-être cette manière d'associer le monde physique au monde sensible est-elle incorrecte, et peut-être devons-nous revenir à cette idée que la perception n'a pas pour objets les événements exigus qui ont lieu en telle portion du corps, mais l'ensemble des corps qu'elle perçoit, en eux-mêmes, là où ils sont, le corps étant l'instrument de l'esprit plus que son objet. Et de fait, entre l'image du soleil et le soleil, il n'y a guère plus de disproportion qu'entre l'événement cérébral et l'événement mental correspondant. S'il en est ainsi, nous devons considérer l'esprit comme ayant une emprise d'ensemble sur les phénomènes physiques suivant la direction indiquée par le corps. Or, qu'est-il impliqué par là, sinon formellement, du moins obscurément? C'est une unité foncière des aspects sensibles et du monde objectif, c'est l'existence d'un cadre commun d'espace et de temps, correspondant à l'intuition subjective. Or, la théorie relativiste, si on interprète la pluralité de ses temps et de ses espaces comme un dogme, rend la chose plus difficile encore, et même impossible.

III. — Reste l'argument fondamental : il est impossible, si l'on accepte dogmatiquement la pluralité des espaces et des temps, d'arriver à une représentation intelligible du devenir, à une notion acceptable de l'action transitive, à une vue rationnelle sur l'ensemble des phénomènes. Une théorie non unitaire, non substantielle de la réalité implique dans l'ordre métaphysique, soit l'hypothèse d'un monde objectif indéterminé, purement virtuel, nouménal, soit une théorie monadologique, ou, si l'on préfère, soit le semi-idéalisme kantien, soit un idéalisme, ou du moins un phénoménisme radical. Or, il en est de même dans l'ordre physique. L'interprétation dogmatique de la Relativité restreinte nous impose une théorie relationnelle ou phénoméniste de l'espace et du temps. Mais comment préciser cette assertion?

Quand nous appliquons la théorie, nous procédons en gros de la manière suivante : un phénomène mobile quelconque possède un système propre, et c'est par rapport aux mesures correspondantes qu'il suit les lois naturelles des phénomènes en repos. Nous l'étudions donc dans ce système, et nous transcrivons ensuite les résultats dans tout autre système de référence local. Ainsi pour l'effet Doppler, l'effet Fizeau, pour l'électrodynamique des corps en mouvement. Il semble dans tous ces cas que le monde physique soit constitué par un ensemble de systèmes de référence indépendants, qui se reflètent les uns dans les autres, transposés, transfigurés suivant des lois fixes avec tout leur contenu. Un phénomène suit les lois de la nature, dans le système qui lui est propre ; les lois qu'il suit dans un système local sont des lois dérivées et comme d'apparence, les premières seules agissent réellement sur lui et le déterminent.

Maintenant, cette idée est-elle autre chose qu'une vue artificielle sur l'expérience? Correspond-elle, au contraire, à une disposition objective? Nous ne pouvons, pour préciser ce dernier point, formuler qu'un petit nombre d'hypothèses. Laissons de côté l'affirmation dogmatique que le même phénomène est ceci dans un système de référence, cela dans un autre, l'expression « *le même* » étant employée dans un sens numérique et substantiel, car elle viole la loi la plus élémentaire du discours : le principe d'iden-

tité. M. Lévy-Brühl y trouverait un exemple bien curieux de la loi de participation. La vérité oblige à dire qu'elle ne correspond pas plus à une pensée véritable et claire que le dogme de la présence réelle, considéré *in litteris*. Mais il reste d'autres interprétations possibles : nous pouvons considérer les phénomènes comme n'appartenant au fond à aucun système ; il n'y a d'eux que des images dans chaque système. Mais il reste à comprendre pourquoi il y a un système propre, dans lequel l'image du phénomène suit les lois particulièrement simples.

La seconde hypothèse est que le phénomène a lieu réellement dans un système particulier toujours le même, mais qu'il y a des systèmes où l'image d'un phénomène complexe absolu se simplifie, et suit alors les mêmes lois que le phénomène simple absolu de même forme.

Enfin, reste l'hypothèse suivant laquelle un phénomène a lieu réellement dans un système particulier variable. C'est pourquoi les lois en sont simples. Il a, dans les autres systèmes, des images qui peuvent être, qui sont en principe moins simples et suivent des lois moins simples.

La troisième interprétation est, au premier abord, la plus adéquate à la théorie physique que l'on désigne d'ordinaire sous le nom de « Relativité restreinte ». Mais l'idée qu'il y a des systèmes de référence indépendants se partageant les phénomènes, et se représentant les uns les autres, est bien difficile à défendre.

Tout d'abord, pas plus que notre corps n'est une unité absolue dans la nature, un système de référence n'a d'unité physique véritable. C'est une vue de l'esprit, comme la température ou la pression d'un gaz. Nous disons volontiers : le rayon lumineux qui passe dans un système mobile « prend » le temps et l'espace propre à ce système, et c'est en eux qu'il conserve ses lois. C'est ainsi qu'il prend la teinte d'un milieu coloré où il passe. Ce sont bien là, en effet, métaphores de même ordre qui correspondent tous deux à des phénomènes complexes. Dans un espace vide le phénomène lumineux ne serait pas altéré. Dans un milieu matériel, il y a cession d'énergie aux atomes, production de radiations nouvelles. Nous renvoyons sur ce point à la théorie électromagnétique classique de la réfraction. Mais, remarquons-le, chaque atome qui est nécessairement mû par rapport au système propre émet et absorbe des radiations suivant son temps et ses mesures propres. Le mouvement du système de référence n'a qu'une valeur approximative et statistique.

Dira-t-on qu'il suffit de l'appliquer aux éléments simples pour lui trouver un sens déterminé et dogmatique ? Mais nous arrivons ici à une contradiction. S'il est possible de caractériser au delà de l'optique géométrique une optique ondulatoire, nous ne pouvons en faire autant ici. Laissons l'atome pour lequel la difficulté est entière, puisqu'il est très complexe, et prenons un électron. Supposons-le homogène : l'idée d'une grandeur propre a encore un sens, mais non celle d'un temps propre. Tant qu'un phénomène est complexe, il y a en lui des mouvements, et une possibilité de temps. Mais s'il s'agit d'un corps simple, le temps propre n'a plus de sens, car il suppose un changement, — ce changement, des parties mobiles les unes par rapport aux autres, et par là plusieurs temps.

Nous sommes alors amenés à considérer le temps des physiciens comme un concept purement macroscopique et statistique, qui s'évanouit dès que nous essayons de l'appliquer à un phénomène élémentaire, comme celui de température s'évanouit quand nous l'appliquons à une molécule isolée.

Mais il doit y avoir quelque chose de substantiel, une donnée plus profonde qui détermine le devenir dans son détail le plus élémentaire, et nous avons essayé de montrer que l'idée de cette réalité restait et devait rester présente, dans les démarches les plus abstraites de la théorie physique. Le temps du physicien doit s'accorder avec elle, bien qu'il ne soit en principe qu'un temps-relation, qu'un temps-nombre. Or, si, de ce dernier point de vue, nous avons le droit strict d'interpréter objectivement la pluralité des temps relativistes, nous ne voyons pas comment ils pourraient être associés au temps réalité créatrice, à ce temps métaphysique auquel, obscurément, il faut que nous nous référions. Les mêmes remarques s'appliqueraient parallèlement à l'espace de la Relativité restreinte.

Maintenant, il y a interaction entre systèmes de référence. Séparons les par la pensée les uns des autres, et ne retenons que les transpositions des phénomènes de l'un à l'autre, cela n'empêchera pas qu'il y ait, en fait, influence directe des uns sur les autres. Or, il faut avouer que si cette influence est en dernière analyse peu compréhensible même dans les cadres traditionnels, elle devient un pur paradoxe avec les cadres nouveaux.

La remarque faite ici correspond à un des paradoxes de la philosophie de Leibniz. La matière est pour lui une notion double : d'une part, elle désigne certaines perceptions confuses, intérieures à une monade particulière, par exemple notre moi. D'autre part, elle désigne l'objet de ces perceptions, qui n'agit sur elles que par allégorie ; elle est faite de monades aux perceptions obscures et privées de mémoire. Mais les corps interagissent physiquement, ils se heurtent, échangent leurs forces vives suivant certaines lois. Or, que signifient cette mécanique portant sur des âmes qui n'ont point entre elles de relations de lieu, cette analogie perpétuelle entre le conatus par lequel l'âme passe d'une perception à l'autre, et celui, synonyme d'inertie, par lequel un corps va en heurter un autre, ou du moins poursuit sa course ? Comment est possible cette composition de monades, vues par leur face corporelle, qui dans un élément fini de matière introduit une division actuelle et infinie ? C'est ainsi qu'après avoir transformé le monde en univers d'esprits individuels, en supprimant le dualisme des substances, nous sommes contraints de réinventer une nature où ces esprits soient associés, et puissent interagir. Et nous voici rejetés en pleine mer. Il en est de même ici.

Nous ne sommes pas conduits à des contradictions formelles, nous pouvons calculer le résultat du phénomène indifféremment dans un système ou dans un autre, mais c'est tout le langage accoutumé, et tout l'ensemble de principes exprimés en lui qui se trouve désormais en défaut. Deux corps se heurtent : leurs vitesses varient, mais la somme des énergies et celle des quantités de mouvement reste constante. Comment concevoir l'interaction de deux éléments ayant chacun un temps et une grandeur propres ? Il faut, semble-t-il, qu'ils aient au minimum un cadre commun, un élément homogène. Aussi bien ne pouvons-nous nous représenter cette interaction que dans un système particulier de référence. Mais, dira-t-on, prenez n'importe lequel, la chose est indifférente, l'événement y sera déterminé suivant les mêmes lois ; mais il n'est lui-même dans aucun système particulier, il n'a pas de système propre. Un atome émet une radiation dans un système propre ; cette radiation peut être absorbée par un autre atome ayant lui aussi un temps et des mesures propres.

Il n'y a là, évidemment, aucune absurdité formelle. Mais ce que nous

pouvons dire, c'est que si nous admettons qu'il puisse y avoir concours ou influence entre des systèmes qui n'ont ni même temps, ni même espace, les mots de temps et d'espace perdent l'essentiel de leur sens intuitif, et ne sont plus employés que par allégorie, comme lorsque nous disons qu'un phénomène complexe se réduit au déplacement d'un point dans un espace de configuration. En même temps, le mot comprendre est entièrement dénaturé. Est-il possible de consentir à ce changement? d'admettre qu'un phénomène a lieu objectivement entre éléments géométriquement dissemblables, et que l'unité inévitable que nous introduisons soit dans nos calculs, soit dans notre imagination, ne correspond à rien de réel, qu'elle est une manière de voir accidentelle? Cela revient à affirmer que non seulement le devenir nous échappe dans son détail objectif, mais même qu'il est impensable dans ses cadres les plus généraux. Tout dépend donc de l'emprise que nous espérons avoir sur la réalité, prise en sa forme générale et confuse. Le gain est précis, mais médiocre : quelques symétries d'expression formelle. La perte est considérable, mais confuse : la réalité s'éloigne d'un degré nouveau.

*
**

C'est pourquoi le second argument contre le réalisme des temps et des espaces porte plus loin que le premier. En effet, que les systèmes de référence ne soient que des vues de l'esprit, cela est certain ; mais il en est de même des notions de la mécanique classique ; les liaisons, les corps rigides, les horloges immuables sont des fictions. Il n'y a pas de corps qui ne se déforme quand il est accéléré. La différence est pourtant que ces notions peuvent être envisagées comme valables dans un cas limite, s'appliquant aux éléments simples. Si d'ailleurs nous imaginons un espace ou un temps substantiels, c'est justement afin de donner un sujet à ces attributs qui risqueraient, sans cela, de ne s'appliquer à aucun corps matériel. Au contraire, quand nous poussons à bout les notions relativistes, il est difficile de dire à quoi elles s'appliqueraient en dernière analyse. Mais c'est surtout quand nous avons égard à l'interaction des systèmes que le point de vue relativiste ne nous semble pas pouvoir être érigé en dogme définitif. Il ne nous permet pas de penser le monde à la fois d'une manière objective et réelle. Et, par pensée réelle, nous entendons ce compromis entre le symbolisme numérique et l'intuition qui, s'il n'est pas le fondement de la connaissance géométrique, nous semble le seul idéal possible de la connaissance physique. Or, il nous est impossible de penser le monde physique sans le rassembler dans l'unité d'un cadre sensible d'espace et de temps. Peut-être dira-t-on que c'est attacher trop d'importance aux conditions accidentelles de l'imagination ; mais nous ne saurions rompre avec l'unité de la pensée humaine, en admettant une connaissance du monde comme idée pure, et qui nous donne la trame réelle de l'expérience.

Si l'on compare le monde à une sphère, et si l'on dit que la tableau d'ensemble des événements et de leurs lois correspond à la projection que l'on peut en faire sur le plan tangent en chaque point, on peut dire qu'on a ainsi expliqué pourquoi tous les systèmes sont également réels. Malheureusement, ce n'est là qu'une image, et foncièrement inadéquate. Elle ne tient pas compte du fait que les divers systèmes sont dans une même nature ; elle place le monde physique hors de l'expérience réelle, dans une autre dimension. Or, il est possible que la réalité en soi nous échappe

totalemment, qu'elle soit un noumène ; mais le réel pour nous ne peut être que dans un plan semblable à celui de l'expérience. C'est celui que nous ne pouvons éviter de reconstruire par la pensée, considérant l'ensemble de la nature comme une création, et élevant l'univers du savant de sa vérité symbolique à une vérité solide, et de figure humaine

Cependant, nous dira-t-on, l'histoire ne nous apprend-elle pas que le progrès de la pensée est d'abandonner ces vues cosmologiques trop humaines ? Aristote, dans sa théorie des quatre causes, traite les phénomènes en œuvres d'art, l'univers est une grande statue. Mais n'avons-nous pas abandonné ces pensées, n'avons-nous pas « déshumanisé » l'univers ? Sans doute ; mais, si nous pouvons épurer « l'humanité » de notre image du monde, nous ne pouvons la supprimer, sans la vider de tout contenu réel. C'est ainsi que certaines doctrines religieuses ont voulu délivrer Dieu de toute figure humaine, et même de toute personnalité. A ce point d'épure, il semble que l'idée se volatilise. De même, nous pouvons choisir entre une science purement symbolique et une science réelle. Mais si elle est réelle, elle sera de forme humaine ; et ce qu'il y a de plus fort et de plus essentiel en elle, c'est la trame spatio-temporelle absolue du monde.

En pratique, il faut bien en convenir, la différence des deux attitudes finit par être purement verbale. Leibniz et les cartésiens disputaient pour savoir s'il fallait attribuer une réalité métaphysique à la force vive ou à la quantité de mouvement et la querelle nous semble aujourd'hui bien vaine. Mais ne tombons-nous pas dans la même illusion quand nous cherchons si les mesures propres d'un phénomène sont physiquement réelles, ou si elles ne sont que des intermédiaires algébriques ? Le problème n'aurait de sens véritable que si le métaphysique pouvait être immanent au physique, l'être réel au monde objectif du physicien. Mais celui-ci ne peut être qu'une figuration indirecte de celui-là, il lui répond, plutôt qu'il ne mène vers lui.

Pourtant, nous voudrions qu'il en imitât la forme. Mais comment celle-ci est-elle connue ? Avouons-le franchement, l'idée transcendante de la réalité ne prend corps que dans l'hypothèse d'une conscience, ayant une unité intuitive semblable à la nôtre ; alors les lois de notre imagination prennent une valeur allégorique, et peuvent servir de norme au monde physique. Si M. Le Roy a pu dire que Dieu devait être cherché dans la direction de la personnalité, nous dirons corrélativement que l'univers du physicien, en tant qu'il est une allusion au réel, doit être cherché dans la direction d'une unité spatio-temporelle absolue des phénomènes.

Par là nous sommes conduits à considérer la pluralité des espaces-temps comme une vue précieuse sur l'expérience, mais non comme un terme définitif de notre analyse du monde physique, pas plus que ne constituent une explication dernière les lois de Maxwell ou les lois d'action à distance, comme celle même de Newton. S'il en est ainsi, comme l'avons admis, sommes-nous engagés à rechercher le réseau des causes profondes, à décrire une structure plus fondamentale de l'expérience, en appliquant le principe classique de relativité suivant lequel le mouvement ne peut être considéré comme la raison suffisante d'un phénomène nouveau ou d'un changement des lois ? Il le semble. Alors nous dirons que les altérations de relativité sont des phénomènes d'apparence globale, sinon macroscopique, nous les appliquerons aux corps, non à l'espace ou au temps, et les raisonnements

de Lorentz (1) nous sembleront non pas une analogie utile nous mettant sur la voie des transformations géométriques véritables, mais une explication des phénomènes, imparfaite d'ailleurs, mais d'un type nécessaire. Les formules de transformation nous indiqueraient alors si certaines grandeurs peuvent se réduire à d'autres; l'invariance de la charge montrerait qu'elle désigne simplement un nombre de charges élémentaires, succédant à la masse dans le privilège d'être une quantité de substance; la variation parallèle de la masse et des autres énergies nous révélant au contraire leur unité foncière, et nous incitant à la mettre en lumière.

Mais à supposer même que l'explication fût radicalement condamnée, qu'il nous fallût admettre une action inanalysable du mouvement, nous ne devrions pas plus abandonner l'espace et le temps absolus que ne l'ont fait les disciples de Newton, échouant à expliquer physiquement la gravitation. La théorie de la Relativité restreinte étend aux faits électromagnétiques les caractères de relativité des actions à distance que considérait la théorie classique. C'est dire que les mêmes raisons pour et contre l'espace et le temps absolus s'y trouvent transposées. Dans la mesure où l'obscurité des concepts permet de prendre parti autrement que pour des formules, nous croyons que la théorie traditionnelle rend la nature un peu plus intelligible dans sa forme.

(1) Il faut avouer, d'ailleurs, que la théorie électromagnétique devient ici singulièrement abstraite; nous constatons que la déformation de l'électron est exigée, plutôt que nous ne comprenons comment elle se produit.

CHAPITRE III

La relativité générale

A) LES PROLÉGOMÈNES PHILOSOPHIQUES.

§ 1. — Généralités.

La théorie de la Relativité restreinte est d'origine expérimentale. Les formules fondamentales de transformation, celles qui constituent le groupe de Lorentz, se sont introduites, soit pour expliquer l'expérience de Michelson, soit pour coordonner les théories de l'électromagnétisme; elles avaient un sens purement physique, avant d'être généralisées et d'être considérées comme inexplicables en soi, c'est-à-dire avant de prendre un caractère géométrique. L'interprétation philosophique, le remaniement, plus ou moins illusoire d'ailleurs, des notions d'espace et de temps ne sont venus qu'ensuite.

Au contraire, la théorie de la Relativité générale procède d'une vue dès l'origine philosophique, d'une critique des notions de force, d'inertie, d'une généralisation du principe d'équivalence qui constitue véritablement une théorie de l'expérience. Nous voudrions examiner brièvement ces principes, et essayer de démêler ceux qui correspondent à des idées durables, et ceux qui n'ont que l'intérêt rétrospectif d'avoir excité l'effort technique qui a permis de formuler les lois de la Relativité générale. Il y a dans les « attendus » de cette théorie une part de philosophie solide et une part de mythe.

On associe souvent à l'idée de la Relativité générale le principe d'équivalence. Mais c'est à tort, semble-t-il. Il est indépendant même de la Relativité restreinte, en tant que celle-ci est liée à la transformation de Lorentz; il coïncide avec le principe d'expression tensorielle des lois : caractériser les phénomènes par des équations invariantes dans tout système de coordonnées, les éléments covariants étant rassemblés dans les grandeurs assujetties à ces équations. Nous avons montré d'ailleurs ce qu'il y avait d'artificiel dans cette idée, dans cette distinction de la forme et de la matière des lois. Tant que nous n'avions en vue que des transformations linéaires, comme celle de Lorentz, nous pouvions choisir des expressions très proches des expressions courantes, ainsi nous pouvions exprimer le principe

d'inertie par la loi $\frac{d}{dt} \left(m \frac{dx^i}{dt} \right) = 0$, ou le second système d'équation de

Maxwell par $\frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = J^\mu$. Si nous considérons des transformations plus générales, il est facile de vérifier que, les grandeurs x , t , $F^{\mu\nu}$, J^μ , étant

données directement, ainsi que leur loi de transformation, les lois citées ne sont plus vérifiées, il ne suffit pas de substituer x' à x , $F'^{\mu\nu}$ à F^{μ} , etc. Par contre, il est possible de les écrire d'une manière invariante, dans tous les systèmes de coordonnées; par exemple, nous poserons pour la première $\oint ds=0$, qui exprime la propriété des droites d'être des géodésiques, pour la seconde $F^{\mu\nu}_{\nu}=0$, l'indice inférieur exprimant une opération plus com-

pliquée, fonction des coordonnées, que l'on nomme dérivation covariante. Tout cela ne nous apprend rien de nouveau; si un phénomène est déterminé dans un système de coordonnées, il l'est dans tout autre, et on peut toujours trouver une forme commune aux lois qui le déterminent dans les deux cas, comme on peut toujours trouver un genre commun à deux espèces: il suffit de vider la forme de tout contenu précis (1). Mais il y a à cette expression un intérêt dérivé: les expressions primitives cessent d'être valables quand le changement de variables introduit des coefficients du ds^2 qui ne sont pas des constantes, c'est alors qu'il faut les généraliser. Or, les coefficients du ds^2 peuvent être variables dans deux cas: parce qu'ils procèdent d'un changement de variables effectué sur un ds^2 euclidien, parce qu'ils correspondent à des coordonnées prises dans une multiplicité non euclidienne. Si nous voulons transposer sur une telle multiplicité les lois des phénomènes, nous devons prendre celles-ci non sous la forme simplifiée qui correspond aux coordonnées cartésiennes et au ds^2 à coefficients constants, mais sous la forme qui correspond aux coordonnées les plus générales. C'est ainsi, comme nous l'avons vu, que la définition du déplacement parallèle ou des géodésiques sur une surface ne peut *raisonnablement* (il n'y a à cela aucune impossibilité logique) être inspirée de la définition cartésienne, mais qu'elle doit plutôt reproduire la définition relative aux coordonnées généralisées, toutes ces définitions pouvant rentrer dans le cadre d'une formule commune. Pour prendre le cas le plus simple, rien ne nous empêche d'appeler droite sur une surface une courbe vérifiant par rapport à un certain réseau de coordonnées une équation linéaire. Mais cette définition est malheureuse, et il vaut mieux tirer de la droite plane, par abstraction, son caractère de géodésique, qui, lui, se transcrit commodément sous la forme $\oint ds=0$.

Seulement, il est évident que cette aptitude à inspirer des définitions

(1) Les physiciens distinguent parfois les lois covariantes et les lois invariantes, parce qu'ils explicitent l'expression des lois. Ils diront, par exemple, que $F^{\mu\nu}_{\nu}=0$ est une loi covariante. En ce sens, la transformation de Lorentz laisse seule invariantes les équations de Maxwell. C'est là un peu une question de point de vue, et presque de langage.

On distinguera alors deux sens du principe d'équivalence. L'un est très général. Les lois de la nature doivent s'exprimer par des équations covariantes, nous permettant de caractériser les phénomènes dans tous les systèmes de coordonnées. Dans la mesure où nous les écrivons sous forme d'égalités, elles doivent associer des tenseurs de même nature. Cette assertion généralise le fait que les propriétés essentielles des figures géométriques doivent s'exprimer dans tout système de coordonnées, le fait que les équations de la physique sont homogènes, c'est-à-dire n'associent que des grandeurs ayant mêmes dimensions. Elle prend un intérêt particulier quand on convient de traiter les changements de systèmes de référence comme de simples changements de coordonnées spatio-temporelles. — L'autre sens est plus spécial. Les équations doivent être invariantes dans le passage d'un système à un système en translation uniforme, pourvu que les coordonnées physiques adoptées soient de même nature dans les deux.

dans la géométrie de Riemann n'influe en rien sur la nature propre de la théorie.

La théorie de la Relativité générale est avant tout une théorie géométrique de la gravitation, à laquelle s'appliquent d'ailleurs parfaitement le principe d'équivalence (au premier sens du mot), et, localement, le principe d'équivalence (au second sens du mot), ainsi que la théorie de la Relativité restreinte. A quoi succède-t-elle ?

La théorie classique de la gravitation, celle de Newton, est très simple. Elle admet que deux corps ayant des masses m et m' s'attirent suivant la loi

$$F_r = m \frac{a^2 r}{dt^2} = -k \frac{mm'}{r^2}, \text{ l'un des corps étant pris pour origine.}$$

Le potentiel $\frac{kmm'}{r}$ vérifie l'équation de Laplace-Poisson.

De là dérivent toutes ses propriétés. Les avantages de cette théorie sont immenses : elle peut être représentée intuitivement d'une manière très simple ; elle a son analogue dans la loi de Coulomb ; elle permet d'écrire immédiatement les équations différentielles du mouvement dans le cas général. A vrai dire, il reste à les intégrer, ce qui est possible dans le cas d'un ou de deux corps, et présente des difficultés insurmontables dans le cas général. Cette théorie est si féconde et si exacte que H. Poincaré a pu dire que la mécanique céleste revenait à chercher si la loi de Newton expliquait tous les phénomènes.

Elle présente cependant quelques difficultés d'ordre technique ou philosophique, les unes réelles, les autres illusoirs :

1. — Le mouvement du périhélie de Mercure semble ne pas s'accorder exactement avec elle. Et l'on a proposé des formules empiriques qui rendent compte de ce mouvement. Mais les lois de force correspondantes n'ont plus les propriétés analytiques si intéressantes du potentiel newtonien ; c'est pourquoi elles n'ont joué que le rôle effacé des équations empiriques d'état semblables à celle de M. Daniel Berthelot, qui n'ont pas de sens bien satisfaisant pour l'intelligence (1).

2. — La gravitation ne semble pas se propager avec une vitesse appréciable. D'anciens raisonnements tendent à prouver que si elle se propage avec une vitesse finie, cette vitesse dépasse énormément celle de la lumière. Pratiquement, nous pouvons donc parler d'action à distance. Or, cette notion est bien peu satisfaisante, car toutes les actions que nous connaissons se propagent à une vitesse inférieure ou égale à c . Il y a donc là une dissymétrie assez surprenante. A vrai dire, les raisonnements en question ne sont pas absolument probants : la preuve en est que la nouvelle théorie admet des ondes de gravitation se propageant avec une vitesse c (2).

3. — Le mécanisme de l'action gravifique nous est complètement inconnu. La tentative de Lesage a échoué, et on ne voit pas qu'une entreprise semblable puisse être de nouveau tentée.

(1) Il faut ajouter une anomalie minime et seulement probable dans le mouvement de Vénus. Voir Chazy, *La théorie de la Relativité et la mécanique céleste*, t. I. On y trouvera une étude des corrections proposées pour la loi de Newton.

(2) Poincaré indique, dans son mémoire *Sur la dynamique de l'électron* que le raisonnement de Laplace comporte des hypothèses arbitraires. Cf. Chazy, *ib.* t. II, 132.

4. — Les équations de la gravitation ne se mettent pas naturellement sous forme quadridimensionnelle ; le potentiel scalaire n'a pas d'homologue spatial. A vrai dire, cet argument, est presque de simple esthétique. Mais il est conforme à l'esprit de la Relativité restreinte.

5. — Le coefficient k n'est pas une constante universelle.

6. — La proportionnalité de la force à la masse du corps entraîné, en d'autres termes la valeur commune de l'accélération pour tous les corps, est un scandale logique. Beaucoup d'auteurs se sont tourmentés rétrospectivement à la pensée qu'ils avaient pu supporter pendant de longues années d'admettre ce fait sans explication. Comme il faut bien admettre quelque chose, nous avouons ne pas comprendre cette indignation particulière. C'est un peu l'attitude d'esprit qui a fait parler du paradoxe des objets symétriques. Mais nous pourrions tout aussi bien considérer comme un défi à la raison le fait que les corps électrisés s'attirent proportionnellement à leur charge, et que l'accélération varie avec le rapport $\frac{e}{m}$. Cela aussi est

inexplicable. Sans doute, le propre du sage est de s'étonner ; encore y faut-il une raison particulière. Sans doute aussi des étonnements étranges sont à l'origine de découvertes fécondes, mais une pensée capable d'inspirer n'est pas toujours digne d'être retenue en elle-même. D'ailleurs l'histoire nous apprend le caractère relatif des paradoxes : il suffit, en général, d'une nouvelle classification pour les éliminer. Il y eut autrefois un paradoxe des nombres irrationnels, un paradoxe du calcul différentiel.

7. — D'une part, la force gravifique semble s'appliquer à toute masse. Mais d'autre part, cette action n'est claire que dans le cas de masses associées à des corps étendus. Or, nous admettons en Relativité restreinte que toute énergie a une masse. Ainsi un rayon lumineux transporte de l'énergie et est soumis à la gravitation. Comment se représenter la chose, dans l'hypothèse ondulatoire ? Le schéma des forces centrales perd tout son prestige de clarté et de distinction. (La question se simplifie évidemment si l'on admet l'existence de quanta de lumière sur lesquels une force peut agir directement.)

A ces raisons scientifiques s'en ajoutent d'autres d'apparence plus philosophique, c'est-à-dire à la fois plus générales et plus arbitraires ; elles se ramènent au fond à la critique de la notion de force, dans le cas général ou dans le cas particulier de la gravitation, la conclusion de cette critique étant qu'il faut chercher un cadre plus rationnel et plus géométrique à la théorie de la gravitation.

§ 2. — La critique de la notion de force.

La notion de force est-elle satisfaisante pour l'esprit ? Ceci peut être considéré du point de vue de la mécanique abstraite, du point de vue de l'intuition immédiate, du point de vue enfin de l'usage expérimental.

A. — En tant que concept mécanique, elle est évidemment légitime. Voici le divers sensible où s'exercent des influences de toute nature. Nous convenons de le remplacer par un monde abstrait de points, auxquels des masses, c'est-à-dire des coefficients numériques, sont attachées. Ces points se meuvent en ligne droite s'ils sont libres, suivant des trajectoires incurvées

s'ils sont contraints. Nous nommerons forces les expressions qui doivent caractériser ces incurvations, et qui nous permettront de définir les trajectoires correspondantes au moyen d'équations différentielles. La mécanique classique nous propose de prendre comme expressions caractéristiques des

expressions du type : $m \frac{d^2x}{dt^2}$ ou forces newtoniennes. En un mot, elle nous

propose d'étudier des courbes définies par un certain type d'équations. Elle ajoute d'ailleurs d'autres forces qu'elle définit par des équations de liaison, et qu'elle ramène aux précédentes par d'ingénieuses fictions. Se demander si ce point de vue est admissible, c'est se demander si la géométrie euclidienne est plus vraie que la géométrie riemannienne, les coordonnées de droites plus vraies que les coordonnées ponctuelles, l'expression paramétrique des courbes plus vraie que leur expression en fonction directe des variables, explicite ou implicite.

Pourtant, on peut dire que, même du point de vue théorique, une véritable désaffection s'est marquée, depuis d'assez longues années, à l'égard de cette définition de la force. Quelles en sont les raisons ?

Tout d'abord, ce sont celles qui procèdent de la conception quadridimensionnelle de la mécanique. Si le temps constitue une dimension semblable à celle de l'espace (moyennant l'emploi de la variable $x_4 = ict$), les équations classiques de la dynamique sont dissymétriques. La dynamique de la relativité restreinte, nous l'avons vu, n'établit pas tout d'abord une symétrie parfaite au niveau des forces; la chose est surtout manifeste si l'on introduit dans les équations de la dynamique analytique la masse variable au lieu de l'énergie. Mais si l'on emploie les forces de Minkovski, le tenseur impulsion-énergie et son contracté, la symétrisation est parfaite. Toute disparité dans l'expression des forces ou des potentiels résultera non du langage abstrait, mais des circonstances physiques.

Mais, ce qui est plus important, c'est le fait que dans la mécanique classique elle-même, les lois de forces avaient déjà perdu l'essentiel de leur prestige : elles n'apparaissaient plus comme le procédé fondamental pour décrire l'action d'une circonstance déterminée sur la trajectoire d'un corps. Le potentiel a pris une apparence plus objective que les forces qui en dérivent, et nous écrivons plus volontiers le laplacien sous la forme $\nabla^2\varphi=0$ que sous celle $\nabla F=0$, encore qu'elles soient exactement équivalentes. Avec le développement de la dynamique analytique, la distribution des énergies, la variation de l'action ne sont plus apparues comme des artifices de calcul, mais comme l'essentiel des phénomènes, et les lois de forces ont semblé le reflet d'équations plus fondamentales portant sur des grandeurs moins immédiatement mesurables, mais plus significatives.

C'est ainsi que l'équation fondamentale de la dynamique a fini par être celle de Hamilton-Jacobi, $\frac{\partial S}{\partial t} + H\left(q_i, \frac{\partial S}{\partial q_i}, t\right) = 0$; c'est elle que nous tenons désormais à généraliser, quitte à identifier ensuite les q_i . Peut-être viendra-t-il même un temps où nous chercherons dans les lois de la nature des conditions portant sur certains invariants intégraux, susceptibles, directement ou indirectement, d'une interprétation physique (1).

Au fond, nous avons ici un processus analogue à celui qui nous porte, en analyse, à considérer la sphère, en raison de sa structure et de sa forme,

(1) On songera aussi à la forme que M. Appell a donnée aux équations de la dynamique.

comme plus remarquable que le plan. Mais nous voulons faire ici une remarque : nous ne croyons pas qu'il y ait progrès à mettre au premier plan des lois intégrales, dans la mesure où nous entrevoyons une interprétation physique possible. Il y a toute une fausse métaphysique des principes d'action stationnaire. Or, s'il est vrai que toute action physique a lieu de proche en proche, il s'ensuit que toute loi véritable doit être définie de préférence en termes différentiels.

B. — Maintenant, la notion de force a-t-elle un contenu intuitif clair et distinct? Assurément non, mais qu'importe? Les concepts physiques les plus familiers en sont là, et avant tout la matière elle-même. L'étendue n'est qu'une intuition confuse, assemblée d'éléments tactiles, visuels, moteurs dont l'unité, quelque peu artificielle, ne nous décrit que la surface des objets, non leur volume. Nous savons bien d'ailleurs qu'elle ne peut nous représenter directement la substance des choses, puisque le monde objectif n'est pas au fond de notre perception ; celle-ci n'en étant qu'un reflet, qu'un symbole. Il en est de même de la masse, de l'énergie : quand Ostwald demande gravement si celui qui reçoit un coup de bâton perçoit le bâton ou l'énergie, on se demande quel sens il peut bien attribuer au mot percevoir. Et qu'est-ce que la lumière, pour les physiciens, sinon la variation régulière d'un champ purement abstrait, formé de vecteurs irréprésentables? Pourquoi voudrions-nous donc imposer à la notion de force une clarté intuitive particulière? C'est que nous essayons toujours de découvrir, immanents au monde sensible, les thèmes les plus généraux du monde réel : nous admettons que le divers apparent soit une invention purement mentale, mais nous voudrions, par dépouillement des accidents sensibles, arriver enfin à la structure foncière de la réalité ; nous établissons ainsi une série de degrés, par ordre d'objectivité et d'abstraction croissantes, qui vont de la matière au champ de forces et au milieu spatio-temporel. Mais il en est du second comme de la première, et même, comme nous le verrons, du dernier. La force est un symbole abstrait, un simple vecteur, dont nous orons l'emploi symbolique à l'aide d'images plus ou moins illusoire, plus ou moins heureuses, qui tantôt nous aident, tantôt nous déroutent dans nos raisonnements abstraits.

C'est ainsi que nous commentons par un effort à demi virtuel, à demi réel, non seulement les forces au sens véritable, mais encore les forces d'inertie, de liaison, en nous inspirant parfois de véritables jeux de mots. Dans les cas les plus authentiques, d'ailleurs, que nous donne l'intuition? une image des forces s'exerçant? Aucunement, mais simplement les conséquences matérielles de leur action ; ou certaines circonstances qui l'accompagnent ; aucune force n'est, même par allégorie, objet d'expérience directe, et il en est ici comme du dynamisme mental, dont nous avons dit qu'il était insaisissable en tant que tel. Le sentiment d'effort ne nous révèle que des modifications principalement périphériques de notre corps ; se sentir repoussé, voir un corps déformé ou accéléré, c'est percevoir des effets physiologiques ou mécaniques, et celui qui se sent entraîné brusquement soit d'une manière latérale, comme dans un virage brusque, soit verticalement, comme au départ d'un ascenseur, ne ressent pas la force accélératrice, mais la déformation de son corps, et le trouble qui en résulte. Ce ne sont là que des signes artificiels.

De tels effets ne se produisent d'ailleurs que si l'action des forces est sélective, que s'il y a déplacement relatif des parties du système d'obser-

vation. La gravitation ne peut être perçue directement par le corps auquel elle s'applique. Au départ ou à l'arrivée d'un ascenseur, que nous représente le vertige qui nous saisit? uniquement la compression ou la décompression brusques dues au mouvement du plancher de l'appareil, et le trouble viscéral qui en dérive. Or, quelle est ici la force sélective? cette pression même, qui s'applique à la plante de nos pieds, et provoque une certaine tension de nos muscles internes. C'est pourquoi l'effet est le même que si nous supprimions brusquement la pesanteur. Quant à savoir si, objectivement, la cause de la pression est la pesanteur du corps ou la résistance du plancher, c'est une simple affaire de mots.

C. — Reste à déterminer la valeur expérimentale, phénoménologique, du concept de force. Mais que veulent dire ces mots? Simplement ceci : l'incurvation des trajectoires mécaniques des corps, et plus généralement leurs déformations, dépendent de circonstances physiques définissables intrinsèquement : par exemple, la présence de masses ou de charges; est-il commode de rattacher ces circonstances aux phénomènes mécaniques qu'elles déterminent par l'intermédiaire des forces newtoniennes, et les lois correspondantes sont-elles à la fois exactes et simples? Convient-il, au contraire, d'introduire comme premiers intermédiaires des expressions comme l'action, ou simplement d'autres expressions de la force, comme celles de la relativité restreinte? Jusqu'au début de ce siècle il avait semblé commode, et presque nécessaire, de définir l'influence des données physiques à l'échelle des forces, et d'introduire l'expression newtonienne, où la masse est invariable. La Relativité restreinte a conduit à changer celle-ci; les physiciens, en particulier ceux qui comme Lorentz développaient la théorie électromagnétique, se sont, d'autre part, accoutumés à mettre en évidence des principes variationnels, aussi bien en physique générale qu'en mécanique pure, suivant ainsi une tradition ancienne, qui vient de Maupertuis, et qu'on peut même rattacher à Fermat. A vrai dire, il s'agissait là surtout d'un procédé d'exposition, sans portée expérimentale. La Relativité générale donnera un sens nouveau à cette expression des lois de la nature, mais il ne peut être question de déclarer irrationnelle l'ancienne notion de force.

D. — La notion traditionnelle de la force implique-t-elle quelques conséquences touchant l'existence d'un espace et plus généralement de grandeurs absolues?

Il est clair, nous l'avons déjà vu, que l'accélération d'un mobile ne s'entend que par rapport à un repère donné. D'autre part, si deux corps agissent l'un sur l'autre, le sens est indéterminé intrinsèquement; il faut une hypothèse physique pour le préciser. Les lois sont établies dans des systèmes de référence massifs et généraux, comme la terre, ou, pour les phénomènes astronomiques, les axes galiléens; elles sont ensuite transposées en termes absolus, c'est-à-dire que nous admettons qu'elles s'appliquent exactement dans un système libre de toute influence physique.

En ce qui touche la grandeur absolue des forces, nous savons aussi ce qu'il en est. Nous convenons de mettre en évidence, dans les changements de coordonnées, l'adjonction de forces nouvelles, au lieu d'admettre la modification des forces anciennes. C'est une simple règle d'écriture et de langage. L'expérience prouve, par ailleurs, que dans certains systèmes de référence, les forces se simplifient. Les valeurs correspondantes peuvent être dites privilégiées, et même absolues.

Enfin, l'hypothèse des forces exige-t-elle qu'on admette un milieu semi-matériel, support du champ, et dont les parties seraient en repos les unes par rapport aux autres ? Deux cas se présentent ici : s'il existe des actions à distance, nous sommes exactement dans les mêmes conditions que si nous n'avions affaire qu'à des mouvements uniformes. Nous avons les mêmes raisons, et celles-là seules, d'accepter l'idée d'un espace absolu. Dira-t-on que l'action à distance est un concept irrationnel ? Une telle condamnation surprend, si l'on songe que des générations entières n'ont vu là nul scandale. Influences instantanées, corps rigides, sont des concepts schématiques parfaitement cohérents. Tout ce que l'on peut dire, c'est qu'il semble raisonnable, conforme à ce que nous savons des pressions hydrodynamiques, du champ électromagnétique, d'admettre que toute influence s'exerce de proche en proche, à vitesse finie, par l'intermédiaire d'un milieu quasi-matériel. L'existence de celui-ci et celle de l'action transitive sont corrélatives, et l'on ne peut dire que l'une démontre l'autre. Quant à savoir ce qu'est le champ de forces, comment il est attaché au milieu, nul n'y songe plus, à ce qu'il semble, ni pour la gravitation, ni pour l'électricité.

§ 3. — *L'idée d'explication géométrique.*

Les observations précédentes nous montrent que l'expression des phénomènes et de leurs influences réciproques au moyen des forces, et en particulier des forces newtoniennes, est sinon nécessaire, au moins très satisfaisante. Mais que veut-on mettre à la place ? Une explication purement géométrique, dit-on volontiers. Cherchons donc ce que signifie géométriser un phénomène physique.

Ce terme peut être pris tout d'abord d'une manière très large, capable de plusieurs sens. En un sens purement formel, il signifie représenter par des expressions mathématiques empruntées à la théorie géométrique proprement dite. Cette idée a pour corollaire la suivante : le phénomène physique doit pouvoir être représenté par un schéma géométrique intuitif. C'est ainsi que la transformation de Lorentz correspond à une rotation hyperbolique, le principe d'action stationnaire à celui des géodésiques dans l'espace de configuration de Hertz, etc.

En un sens tout limitatif, une théorie est géométrique lorsqu'elle renonce à faire intervenir des hypothèses de structure destinées à en expliquer les lois élémentaires, à imaginer un mécanisme sous-jacent. Le principe d'inertie est géométrique en ce sens, de même la transformation de Lorentz.

Voici maintenant un sens beaucoup plus caractéristique et qui procède directement de l'esprit relativiste. Un phénomène est géométrisé si nous le rattachons directement à une modification de son système propre d'espace-temps, cette modification étant elle-même géométrique au second des sens précités ; en d'autres termes, si nous rattachons son apparence nouvelle au fait qu'il suit les lois ordinaires non pas dans le système où nous l'observons mais dans un système propre. Ainsi les lois particulières de l'électrodynamique des corps en mouvement sont géométrisées quand on montre que, dans le système propre du mobile, elles se réduisent aux lois de l'électrodynamique des corps en repos.

Enfin, ce terme peut être pris en un sens à la fois plus étroit et plus profond, qui s'enchaîne au précédent. C'est un sens cartésien, peut-on dire,

et c'est à lui que M. Meyerson se réfère d'ordinaire : une théorie est géométrisée si les grandeurs sur lesquelles elle porte sont foncièrement géométriques, c'est-à-dire se réduisent en dernière analyse à de l'espace et à du temps. C'est ainsi que Descartes ramène la matière à l'étendue, et le devenir au mouvement. Il s'agit là d'une réduction non seulement formelle, mais substantielle. Entreprise toujours déçue et toujours vivace pour éliminer toutes les qualités sensibles de la réalité physique, pensée souvent confuse, qui se manifeste quand on dit que la nature de l'espace explique l'inertie des corps. C'est ainsi que dans la Relativité restreinte l'énergie devient masse et l'action temps propre. Ce qui fera le caractère géométrique de la Relativité générale, ce n'est pas seulement l'expression géodésique de la loi de gravitation, mais la valeur de temps propre du ds , la valeur d'espace et de temps de ses différents éléments. A cet égard, l'introduction d'une pluralité de temps et d'espaces multiplie nos instruments de géométrisation.

Observons encore que, prise en ce sens, la division du physique et du géométrique est fort arbitraire, et qu'il s'y glisse beaucoup de verbalisme. Elle a un sens très important si l'on admet que les notions géométriques sont connues par une intuition spéciale et claire de l'esprit (ainsi pensent Descartes et Kant). Au contraire, si nous n'y voyons que des êtres de discours, semblables aux autres concepts, si nous admettons que physiquement elles sont définies par des mesures canoniques, mais sans privilège de simplicité ou d'objectivité, l'opposition perd beaucoup de son intérêt. Elle bénéficie d'un prestige ancien et désormais immérité.

A. — INERTIE ET FORCES PHYSIQUES.

On a dit parfois que l'inertie exprimait la nature profonde de l'espace et du temps ; M. Meyerson associe volontiers la réduction de la matière à l'espace et celle des lois physiques à l'inertie. On peut dire, en effet, que les propriétés des géodésiques définissent en grande part la structure spatio-temporelle de notre univers. Mais, d'une manière plus directe, nous pouvons dire tout d'abord que les faits d'inertie sont géométriques en leur cause, parce qu'ils ne dépendent pas des circonstances physiques extérieures. La chose est vraie par définition, mais il est clair que si nous ramenons par quelque artifice la gravitation à l'inertie, elle cessera de l'être, puisque nous savons que le champ gravifique dépend des masses matérielles. Nous pouvons dire ensuite qu'ils sont géométriques en leurs lois et en leurs éléments. Un corps inerte décrit une géodésique d'espace-temps ; le ds correspondant est formé avec les seules différentielles d'espace et de temps locaux, et il a la signification d'un temps propre. Si l'on préfère exprimer la même loi en termes différentiels, nous dirons que l'élément de temps propre vécu par le mobile garde en chaque point les mêmes composants d'espace et de temps locaux. Nous pouvons même prendre l'inertie comme type des faits géométriques et dire que géométriser un phénomène, c'est en ramener la loi à la forme inertielle, c'est-à-dire à un principe de temps propre stationnaire.

Rattacher l'action des forces aux faits d'inertie est une entreprise toute naturelle. La mécanique classique n'y manque pas, puisque la loi de l'inertie n'est rien d'autre que l'équation fondamentale de la dynamique, quand on admet que les forces sont nulles ; le principe d'action stationnaire

dégénère, quand le potentiel est nul, l'énergie cinétique constante, en un principe de trajet minimum. Mais il n'y a là qu'un enchaînement formel. On peut chercher à associer d'une manière plus profonde loi des forces et loi d'inertie. C'est ce que traduit en mécanique ordinaire la notion de forces d'inertie.

Cette notion a deux sens : l'un est purement formel. D'Alembert a montré qu'en appelant force d'inertie l'expression $m \frac{d^2x}{dt^2}$ on pouvait représenter

les équations de la dynamique comme des équations d'équilibre statique, et que le parallélisme des formules pouvait aller assez loin. Mais c'est là un simple artifice d'écriture, les forces d'inertie n'ont aucune existence propre, et l'invention de d'Alembert, si elle a permis de formuler quelques énoncés élégants, a favorisé des confusions auxquelles le langage courant n'inclinait que trop. Nous avons en effet tendance à rattacher l'inertie à la présence d'une sorte de force, entraînant les corps à travers l'espace, sans prendre garde que l'emploi de ce mot contredit ici formellement la définition newtonienne. Ce qui renforce cette pensée, c'est l'existence d'une énergie cinétique, alors que nous sommes accoutumés à associer une énergie à un champ de forces. À cela s'ajoute l'idée que l'inertie des corps peut être ressentie exactement de la même manière que l'action des forces : la pierre qui tend à s'écarter du cercle tire sur le bras qui la retient comme le ferait un ressort ; la balle de caoutchouc qui se déforme en heurtant un mur inerte s'échauffe, comme si nous la comprimions par la force de nos muscles. Mais cette remarque n'a aucune espèce de portée ; ce que nous ressentons, ce n'est ni la force, ni l'antagonisme de la force mécanique et de celle d'inertie, mais la déformation produite par l'action de la force. Demander si notre bras tire sur la pierre ou si la pierre tire sur notre bras, si la force éprouvée est centripète ou centrifuge, c'est ne rien dire, car la force n'est pas, comme nous l'avons vu, objet d'expérience directe ; et si nous la considérons abstraitement, nul ne doute que l'accélération ne soit dirigée vers le centre du cercle. Ainsi, dans la théorie classique, il est tout à fait vain de masquer, par un langage symétrique, la dissymétrie foncière qui existe entre forces d'inertie et forces mécaniques. Rien n'est aussi dangereux que d'introduire des grandeurs fictives, que l'on a tendance ensuite à hypostasier, à considérer comme objectives ; la même remarque s'appliquerait tout aussi bien à des notions comme la « contrainte » qui figure dans les expressions variationnelles de la mécanique, ou comme « l'énergie utilisable » de la thermodynamique.

La théorie de la relativité restreinte apporte des arguments plus sérieux en faveur d'un rapprochement entre lois d'inertie et lois de forces.

Tout d'abord, il est bien difficile de ne pas lier à l'action des forces certaines conséquences proprement géométriques : un corps accéléré change de vitesse, son temps propre élémentaire doit donc varier, semble-t-il, par rapport au temps local correspondant ; mais le temps propre vécu entre deux points de la trajectoire n'est pas stationnaire en principe. N'est-il pas naturel de fonder la loi déterminant le mouvement par une extrémale et celle déterminant la variation du temps propre ?

D'autre part, l'idée que les forces peuvent déterminer directement, en dehors des variations de la vitesse prise en valeur absolue, une modification géométrique des espaces et des temps s'introduit à l'occasion de certains

problèmes de conditions aux limites. Nous avons déjà rencontré celui du disque tournant.

Enfin, on peut montrer par un exemple simple comment l'application d'un principe des géodésiques spatio-temporelles peut donner l'équivalent d'une loi de forces. Si nous rapportons les géodésiques d'un espace-temps ordinaire à un système en mouvement accéléré, par exemple à un système tournant, l'expression du ds varie, mais le principe $\delta \int ds = 0$ définit encore le mouvement naturel des corps. Or, il est clair que ces corps, dans le nouveau système, seront accélérés et sembleront obéir à l'action d'un champ de forces. De même on peut dire que les géodésiques d'une surface ne se projettent pas en général sur le plan en suivant des droites. Point n'est besoin d'ailleurs de toutes ces images pour vérifier que les équations d'Euler d'une extrémale formée d'éléments géométriques donnent des lois de forces plus ou moins compliquées.

B. — INERTIE ET GRAVITATION.

Ce qui caractérise les mouvements d'inertie, c'est qu'ils ne dépendent pas de la masse des mobiles ; or, c'est également le cas des actions gravifiques : l'accélération prise par un corps ne dépend pas de sa masse : une pierre ou une planète suivent la même trajectoire autour du soleil, pourvu que leurs vitesses en un point donné soient les mêmes. Il est donc naturel de chercher à assimiler ces deux sortes d'actions.

Cette propriété fondamentale de l'accélération gravifique peut être illustrée par des exemples intuitifs simples : ainsi l'on dira que si un corps en mouvement vient s'écraser contre une paroi fixe, l'effet produit est le même que si ce corps, étant au contact, était soumis brusquement à une attraction très violente, la paroi ne l'étant pas. M. Einstein fait observer que si un ascenseur descend brusquement, les effets d'inertie et les sensations des occupants sont exactement les mêmes que si un champ de gravitation se développait brusquement en sens inverse, en laissant immobile l'ascenseur. La chose est exacte, mais tout ce qui est mis en lumière par là, c'est que la gravitation n'a pas d'effet sélectif sur les corps. Pour le reste, n'importe quelle force jouit des mêmes propriétés : si un morceau de fer est placé sur un support élastique dans la cage de l'ascenseur, tout se passera comme si un aimant agissait brusquement, et pour un instant très court. La vérité est que le seul phénomène senti est un phénomène de décompression. Ce qui est évident, c'est que, puisque la gravitation agit également sur tous les corps, un système isolé en chute libre ne peut savoir qu'il est tel, si ce n'est par des mesures extérieures : il en est ici comme dans le cas du mouvement d'inertie : l'accélération est essentiellement relative. Mais, comme nous l'avons vu, alors même qu'un champ sélectif introduirait des déformations intérieures au système, nous ne saurions pas de quel côté s'exerce réellement la force.

A l'argument en faveur d'une théorie géométrique de la gravitation et que l'on peut tirer de l'indépendance de l'accélération vis-à-vis de la masse, la Relativité restreinte ajoute le suivant : nous devrions trouver une expression de la force gravifique invariante dans un changement de système de référence lié à une translation uniforme. Or, si la propagation par ondes de vitesse c satisfait à cette exigence, il n'en est pas de même pour le champ, et nous ne voyons aucun moyen d'y remédier directement,

Géométriser l'action des forces gravifiques, ce sera donc la rattacher à une altération des repères d'espace-temps, et, d'une manière plus précise, la réduire à la loi d'inertie dans un système obtenu par changement de variables.

On distingue parfois deux sortes de forces, deux sortes de champs. Les uns, dit-on, sont proprement géométriques; un simple changement de coordonnées les annule, et les mobiles qui semblaient contraints redeviennent tous inertes. Les autres sont physiques, et un changement de coordonnées ne peut les annuler que localement. Nous pouvons les géométriser, mais d'une manière indirecte.

S'il s'agit de montrer qu'un changement de variables enlève en général aux géodésiques leur caractère linéaire, la chose est évidente. Mais il n'existe aucune accélération expérimentale qui soit ou puisse être géométrique. Le type du champ physique est, dit-on, le champ gravifique : si l'on adopte un système de référence lié à un mobile en chute libre, celui-ci est évidemment inerte par rapport à lui, tandis que les autres corps, suivant leur position par rapport au centre gravifique, paraissent plus ou moins accélérés. Mais il en est toujours de même. Ainsi les étoiles semblent tourner autour de la terre, et être attirées par celle-ci : il suffira de les rapporter à des axes fixes, et de considérer la terre comme tournant sur elle-même, pour éliminer ce champ de forces. Sans doute, mais nous faisons *ipso facto* apparaître un autre champ de forces, celui des forces de cohésion qui empêchent la terre de se disperser dans son mouvement. Dès qu'une accélération est observée dans un système réel, elle ne peut être éliminée qu'en en faisant par ailleurs apparaître une autre. Tout ce que l'on peut dire, c'est que l'on peut remplacer une force invraisemblable d'un certain type par une force plus vraisemblable d'un autre type. Quand deux charges s'attirent, il n'y a aucun intérêt à admettre que l'une plutôt que l'autre est réellement accélérée; par raison de symétrie, on admettra même que toutes deux le sont. Au contraire, il est plus raisonnable d'admettre la cohésion de la terre que celle de la voûte céleste.

Il n'y a donc aucune opposition possible de forces géométriques à des forces proprement physiques, et l'on peut reprocher à certains d'avoir laissé subsister à cet égard quelques ambiguïtés. Nous pouvons même dire en principe que toute élimination d'un champ de forces réintroduit un champ de forces *de même nature*, appliqué au système de l'observateur lui-même. La géométrisation ne peut être que locale, elle simplifie, mais ne résout rien. A cet égard, nous marquons un progrès analogue dans la théorie de la gravitation lorsque nous cessons de rapporter les accélérations des planètes à la terre, pour les rapporter au soleil. Mais reste le problème des accélérations par rapport au soleil.

Aucun changement d'ensemble des coordonnées ne peut donc éliminer le problème de la gravitation, si ce n'est localement. Mais on peut essayer de définir un changement purement local. Il y a deux manières de présenter les choses, qui sont d'ailleurs équivalentes. L'une consiste à définir en chaque point, à l'instant où le mobile y passe, un système de référence infinitésimal par rapport auquel le mobile reste en inertie, c'est-à-dire garde son impulsion-énergie primitive. Il est clair que ce système ne pourra être défini indépendamment du temps, car un corps immobile le resterait indéfiniment; il ne pourra l'être explicitement en fonction du temps, qui prendrait un sens absolu, et qui admettrait des origines absolues. Il faudra

done le définir de proche en proche, par une liaison non holonome : tel est le procédé de M. Cartan. Ce procédé ne serait qu'un artifice d'exposition, s'il ne nous amenait à associer à la loi de gravitation une déformation proprement géométrique de l'espace et du temps. L'autre méthode est celle de M. Einstein lui-même : elle consiste à admettre un changement de la structure métrique de l'espace et du temps. En chaque point d'un champ gravifique le repère métrique tangent aux axes de coordonnées est déterminé suivant une loi particulière, et le mobile suit la loi fondamentale de l'inertie; il décrit une géodésique d'espace-temps de loi $\delta \int ds = 0$. Si nous préférons le langage riemannien au langage cayléen, nous dirons que la multiplicité spatio-temporelle s'est incurvée, et que la projection des géodésiques sur l'espace-temps euclidien tangent, n'étant pas rectiligne, donne l'apparence d'un champ de forces. Hertz interprétait déjà le principe d'action stationnaire comme un principe de géodésiques dans un espace de configuration non euclidien où l'action élémentaire jouait le rôle de ds (1). M. Schrödinger se servira d'un artifice semblable pour construire ses fonctions caractéristiques. M. Einstein identifie l'espace-temps de configuration de Hertz et l'espace-temps réels; la définition de l'action, au lieu de dériver de celle des forces, reviendra à celle de l'espace-temps. On peut dire que le procédé adopté prolonge celui de la relativité restreinte : dans celle-ci, l'action élémentaire est formée avec la masse et le temps; les masses ne jouant aucun rôle dans la gravitation, le temps subsiste seul.

On voit moins nettement ici le raccord avec la théorie des champs « géométriques » ; mais on peut unifier aisément le langage et dire : dans les deux cas l'apparence des forces résulte de ce que les g_{ik} ne sont pas constants ; dans l'un, leur variation naît d'un changement général de coordonnées, dans l'autre elle naît d'un changement local infinitésimal.

C. — INÉRTIE ET MATIÈRE.

Si nous ramenons ainsi la loi de la gravitation à une loi d'inertie, nous serons amenés à dire que l'inertie par l'intermédiaire de la structure spatio-temporelle du monde physique est liée à la présence de la matière. Y a-t-il là un paradoxe, ou, au contraire, une hypothèse naturelle? On cite volontiers, en faveur de la seconde idée, l'opinion de Mach suivant laquelle l'inertie classique elle-même est relative à la présence de la matière. Faut-il donc parler d'un champ d'inertie comparable au champ de gravitation? La formule est curieuse, mais quand on l'examine de plus près, elle perd beaucoup de son prestige.

D'abord que se passera-t-il dans l'espace vide? Quelle loi les mobiles y suivent-ils? S'arrêteront-ils brusquement? Tout mouvement y sera-t-il impossible?

Dira-t-on que l'hypothèse est irréalisable? Alors c'est qu'on appelle matière ce que l'on nommait autrefois espace absolu, milieu gravifique. Il est bien évident que si, dans le langage ancien, l'espace absolu se déplace, les mobiles le suivent. Mais ce déplacement même, par définition, n'a pas de sens. Si, au contraire, matière est pris au sens courant, l'expérience

(1) F. Klein a bien mis en lumière cette analogie de la dynamique analytique et de la géométrie des espaces riemanniens. Il y revient à plusieurs reprises, dans ses « *Leçons sur la Géométrie supérieure* ».

prouve qu'il y a des espaces vides. Il est impossible de comprendre en quel sens la présence de matière détermine, conditionne l'inertie.

Veut-on dire plus simplement que l'inertie d'un corps est modifiée par la présence de matière? Ceci ne peut avoir qu'un sens; la présence de corps matériels modifie l'un des termes de l'équation de Newton, soit le champ de forces, soit la masse et les grandeurs géométriques (sans modifier corrélativement les forces).

La première hypothèse n'est pas absurde. Si une sphère matérielle énorme tourne sur elle-même, il est possible qu'elle produise une force agissant sur un corps placé en son centre, une sorte de champ gravifique supplémentaire (par exemple, un couple, d'axe dirigé suivant l'axe de rotation), que l'intensité de ce champ dépende de la densité de la sphère, de sa masse totale, de sa vitesse de rotation. Ainsi un corps solide exercerait sur un corps unité une attraction liée à sa vitesse; l'hypothèse est gratuite, mais elle n'infirme pas la loi d'inertie.

Considérons la seconde : rien ne nous interdit de croire que la masse d'un système varie avec la présence des masses matérielles voisines. La relativité restreinte nous accoutume à l'idée que la masse d'un corps peut être liée à sa vitesse, et il en est de même pour la grandeur. A l'action géométrique du mouvement nous pourrions joindre celle de la position.

Nul doute d'ailleurs que si ces faits, entièrement indépendants de la notion d'inertie, étaient réels, il ne fallût les rapprocher de la gravitation, et tenter d'associer en une seule loi les divers effets de la présence de masses matérielles. Mais nous ne pouvons considérer comme un guide l'analogie de la gravitation avec un phénomène mal défini et purement imaginaire, qui s'exprimerait indifféremment dans les divers langages théoriques : celui des forces ou celui de l'action géométrique. L'idée de Mach n'a aucun contenu réel, et, en eût-elle un, elle ne pourrait servir à rapprocher les notions d'inertie et de gravitation.

Quelle conclusion tirer? C'est que les deux idées, « l'inertie résulte d'une force analogue à la gravitation », « elles ont toutes deux pour cause la nature de l'espace » ne répondent pas à des pensées distinctes et défendables.

Résumons maintenant l'ensemble des remarques précédentes. La gravitation a des caractères classiques qui lui donnent une place à part au milieu des forces physiques : certains sont illusoire (la propagation instantanée), d'autres sont véritables, et ils se ramènent à un seul : la proportionnalité du champ gravifique aux masses. Tous les efforts pour faire apparaître, par retournements ou comparaisons, un caractère significatif de sa nature sont vains.

Par ailleurs, la gravitation présente une série de ressemblances étonnantes avec les autres forces physiques. Toute tentative pour lui donner une forme géométrique spéciale risque de rendre compte d'un aspect et de rendre les autres incompréhensibles. En tout cas, la méthode de géométrisation est affaire d'intention et de convention.

La Relativité restreinte ouvre la voie à la Relativité générale en proposant certaines attitudes et certaines manières de voir. D'autre part, elle nous affranchit de certains principes traditionnels ou nous incite à nous en affranchir : parce qu'elle supprime le principe de relativité du mouvement (au sens ancien), elle nous incline à supprimer celui de relativité de la position; d'autre part, elle met au premier plan la forme variationnelle et la forme quadridimensionnelle des lois. Enfin, par la

transformation de Lorentz, elle donne dans le cas de l'inertie un sens géométrique au ds (1), ce qui nous incline à chercher un sens analogue à toutes les lois, indépendamment de la transformation propre à la Relativité restreinte.

Dans quelle mesure les considérations générales qui sont exposées plus haut ont-elles chance de rester attachées à la théorie de la Relativité et de conserver une valeur ? Il est difficile de le dire, mais il est probable qu'il n'en restera que très peu de chose, peut-être rien. Elles sont plutôt un document pour l'histoire des sciences qu'une philosophie acceptable de la gravitation. Elles ont une valeur de suggestion et de découverte, mais il ne faut pas y voir sans doute une suite de pensées solides. Sans aller jusqu'à les comparer aux méditations qui ont guidé Kepler vers l'énoncé de ses lois, ou à la philosophie de la mécanique des cartésiens, nous trouvons de nos jours maintes intuitions confuses qui ont inspiré les physiciens et qui sont éliminées ensuite des théories qu'elles ont permis de construire. Même chez M. Schrödinger, l'idée ondulatoire au sens de M. de Broglie a aidé les tâtonnements, les changements de variables par lesquels il est arrivé à son équation fondamentale. Est-ce à dire qu'il faille ne retenir de la Relativité générale que ses formules, et dire qu'elle se réduit à la détermination d'une fonction d'action gravifique à forme géométrique comme on pourra dire que la théorie de Schrödinger se réduit à celle d'une équation de Hamilton à forme ondulatoire ? Cela serait excessif. Mais la philosophie de la Relativité générale doit être tirée, non de ses attendus, mais de son dispositif, que nous allons maintenant considérer.

B) LA THÉORIE PHYSIQUE.

§ 1. — *La courbure de l'espace-temps*

Deux procédés sont possibles pour préciser la loi géométrique qui doit remplacer celle de Newton. Le premier est de caractériser directement les composantes de la connexion affine ; il s'imposerait si l'on mettait au premier plan cette connexion, si l'on adoptait le point de vue de M. Cartan. Le second procédé consiste à déterminer directement le ds^2 . Posons $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$, les x étant les coordonnées courantes qui repèrent la multiplicité. Comment choisir ces g_{ik} , qui ne peuvent être obtenus directement à partir d'un changement de variables fini, autrement dit qui ne peuvent être euclidiens, puisque nul changement du système de référence ne peut faire disparaître le champ gravifique ? Ici encore deux méthodes sont possibles ; l'une est toute empirique : chercher par tâtonnements des expressions simples, satisfaisant à un certain nombre de conditions. C'est ainsi, par exemple, que M. Painlevé présente les choses (2). Parmi les conditions que l'on peut imposer, citons les suivantes : que le ds^2 soit statique, c'est-à-dire que les g_{ik} ne soient pas fonction explicite du temps (principe de relativité, ou plutôt d'homogénéité du temps, que M. Painlevé appelle, par une métonymie regrettable, principe de causalité) ; qu'il n'y ait pas de termes rectangles en dt

(1) Et, au fond, à l'énergie cinétique, qui n'est plus une énergie au sens courant.

(2) Cf. CR. ac. des. sc. 1922 II, 1140.

(principe de réversibilité, qui n'a aucune raison mathématique, mais qui correspond au fait que les équations de la mécanique classique sont réversibles : dans un renversement du temps, l'action change en bloc de signe, mais les expressions élémentaires sont invariables. D'ailleurs on peut toujours éliminer le terme rectangle par simple changement de variables. Or, nous voulons qu'en chaque point, le ds^2 soit de la forme $d\sigma^2 - c^2 d\tau^2$ $d\sigma$ et $d\tau$ étant les composantes locales de l'espace et du temps. Il est donc raisonnable de faire de $d\sigma$ et de $d\tau$ des fonctions séparées du ds spatial et du dt). Nous pourrions aussi imposer que la déformation de l'espace-temps conservât l'élément d'hypervolume. D'autre part, il faut que le ds , réduit au terme en dt qui est de beaucoup le plus considérable, se réduise approximativement à l'action élémentaire newtonienne $\sqrt{2(U-h)} dt$, ou encore qu'en prenant les équations d'Euler correspondantes sous la forme $\frac{d^2 x_\sigma}{ds^2} + \left\{ \begin{smallmatrix} \alpha \beta \\ \sigma \end{smallmatrix} \right\} \frac{dx_\alpha}{ds} \frac{dx_\beta}{ds} = 0$ nous obtenions pour $\left\{ \begin{smallmatrix} 44 \\ 1 \end{smallmatrix} \right\}$, au moins en première approximation, la force de Newton. C'est ainsi que se mêlent les considérations formelles et expérimentales dans l'établissement des lois abstraites : nous pouvons chercher une expression de l'action à forme et sens géométriques, comme M. Schrödinger cherchera une expression à forme ondulatoire de l'équation de Hamilton-Jacobi.

Maintenant, le potentiel newtonien vérifie l'équation de Laplace-Poisson qui joue un si grand rôle dans toute la physique mathématique. Cette loi doit avoir un homologue portant sur les g_{ik} qui jouent le rôle de potentiels; ainsi sera rétabli le caractère quadridimensionnel. Ces équations seront évidemment aux dérivées partielles du second ordre, prises par rapport aux variables courantes x_i elles constituent si l'on veut la loi formelle de la gravitation. Il faut avouer que le sens physique d'une telle loi ne peut guère être que de rattacher l'état stationnaire du champ à sa loi d'établissement et de propagation, le laplacien étant une forme dégénérée du dalembertien.

M. Einstein est parti de considérations à priori, de type géométrique. Comme il croit saisir, dans la structure de l'espace-temps, prise dogmatiquement, la raison profonde du mouvement accéléré des corps, il cherche des analogies dans les lois qui caractérisent les multiplicités riemannniennes : elles portent sur leur courbure, au sens le plus général, et lient les g_{ik} ainsi que leurs dérivées des deux premiers ordres groupées dans les symboles de Christoffel et les tenseurs formés à l'aide de ceux-ci. L'espace euclidien vérifie un système d'équations que l'on écrit symboliquement $R^{\mu\nu}_{\sigma\rho} = 0$. Dans le cas d'un espace vide, M. Einstein a admis la loi plus générale $R^{\mu\nu} = 0$. Elle remplace, si l'on veut, l'équation de Laplace.

Il reste alors à intégrer cette loi : si nous en obtenons une solution particulière, toutes les valeurs des g_{ik} obtenues par changement de variables sur les x_i , et application de la loi de transformation des tenseurs deux fois covariants vérifieront encore la loi dite de gravitation. Schwarzschild a trouvé par tâtonnements et identifications successives la solution bien connue qui vaut dans le cas d'une seule masse ponctuelle déterminant dans le vide un champ géométrique de gravitation :

$$ds^2 = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{2\mu}{c^2 r} \right) - dr^2 \left(1 - \frac{2\mu}{c^2 r} \right)^{-1} - r^2 (d\theta^2 + d\varphi^2 \cos^2 \theta).$$

Cette formule, qui a donné des résultats expérimentaux intéressants, a fini

par représenter en pratique toute la théorie d'Einstein, en tant que théorie physique. On trouvera dans les livres de MM. Chazy (1) et Dar-
mois (2) des indications sur l'intégration des équations gravifiques dans
le cas général. Notons seulement que nous n'avons pas de méthode géné-
rale pour les écrire.

Dans la matière, l'équation de Laplace se transforme en celle de
Poisson, suivant la théorie classique. Nous retrouvons dans la théorie
d'Einstein la même généralisation, mais comme la masse ne représente
au fond que de l'énergie, il faut mettre en évidence les tenseurs d'énergie
liés à la présence du divers physique, $T_{\mu\nu}$ et $E_{\mu\nu}$. L'expression générale
proposée est $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = k (T_{\mu\nu} + E_{\mu\nu})$. Ici se présente d'ailleurs une
difficulté. A l'échelle macroscopique, l'énergie matérielle et l'énergie
électromagnétique se distinguent nettement, mais à l'échelle de l'électron

(1) *La théorie de la relativité et la mécanique céleste*, t. I et II.

(2) *Les équations de la gravitation einsteinienne* (Mémorial des sc. math. xvi).

(3) A côté du ds^2 de Schwarzschild, différents auteurs en ont proposé d'autres.
On en obtient une infinité par simple changement de variable. Mais, on peut
aussi en introduire par approximation qui présentent des propriétés intéres-
santes bien qu'ils ne vérifient pas *a priori* la loi fondamentale $R_{\mu\nu} = 0$.
Rien ne montre mieux, à ce sujet, le peu d'importance qu'attachent bien des
physiciens aux considérations théoriques par lesquelles on arrive à une loi.
La valeur du tenseur de courbure n'ayant pas de sens physique bien défini, la
loi qui le détermine perd beaucoup de son intérêt. Donnons quelques exem-
ples. (Dar-
mois et Chazy - *ibid.*)

H. Weyl obtient par le simple changement de variable : $r = \rho \left(1 - \frac{2c^2 \rho}{\mu} \right)^2$

$$ds^2 = c^2 dt^2 \left(\frac{1 - \frac{\mu}{2c^2 \rho}}{1 + \frac{\mu}{2c^2 \rho}} \right)^2 - \left(1 + \frac{\mu}{2c^2 \rho} \right) (d\rho^2 + \rho^2 d\theta^2 + \rho^2 \cos^2 \theta d\varphi^2)$$

M. Painlevé pose $r^2 = \rho^2 \left(1 - \frac{2\mu}{c^2 r} \right)$ et par approximation $r = \left(\rho - \frac{\mu}{c^2} \right)$

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\mu}{c^2 \rho} - \frac{2\mu^2}{c^4 \rho^2} \right) [c^2 dt^2 - \rho^2 (d\theta^2 + \cos^2 \theta d\varphi^2)] - d\rho^2 \left(1 + \frac{2\mu}{c^2 \rho} \right)$$

M. de Sitter pose $r = \rho + \frac{\mu}{\rho^2}$ et obtient, par approximation

$$ds^2 = \left(c^2 - \frac{2\mu}{r} + \frac{2\mu^2}{c^2 r^2} \right) dt^2 - \left(1 + \frac{2\mu}{c^2 r} \right) (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \cos^2 \theta d\varphi^2)$$

Runge propose $ds^2 = c^2 e^{-\frac{2\mu}{rc^2}} dt^2 - e^{\frac{2\mu}{rc^2}} (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \cos^2 \theta d\varphi^2)$

Ces diverses expressions répondent à des soucis différents, d'ordre formel
plutôt qu'expérimental. M. Painlevé cherche une force correctrice centrale, mais
cette condition n'a guère de sens lorsque la force dépend de la vitesse, non de
la position seule. Les raisons de simplicité jouent, en principe, contre le ds^2 de
de Sitter ou contre celui de Weyl. Par contre, celui de Runge est aussi harmo-
nieux que celui de Schwarzschild, mais l'emploi d'exponentielles traduit en
général l'existence d'actions statistiques. Le privilège de certains de ces ds^2 est
d'être isotropes, c'est-à-dire que l'espace est modifié également dans toutes les
directions ; on peut dire qu'il présente un indice constant de réfraction pour
la lumière et le mouvement.

On a essayé de faire apparaître des ondes par le choix de coordonnées
normées, en ajoutant à la loi $R_{\mu\nu} = 0$ des conditions supplémentaires qui
rappellent curieusement celles de Maxwell. Comme le sens physique des
variables est *a priori* indéterminé, il n'y a là aucun artifice ; on a prouvé
simplement que la déformation de l'espace-temps pouvait se propager par ondes.

le départ est beaucoup plus difficile à faire, puisque nous ne savons pas très bien si la masse même de l'électron n'est pas d'origine électromagnétique. Nous verrons plus loin comment on a essayé de prendre les équation mêmes de la gravitation pour guide dans l'analyse microscopique de l'énergie matérielle.

Imaginons que les tenseurs $T_{\mu\nu}$ et $E_{\mu\nu}$ soient écrits, il reste, lorsqu'ils ne sont pas négligeables, à intégrer la loi de gravitation. Weyl a proposé, dans le cas d'une masse homogène, la forme

$$ds^2 = (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + \frac{(x_1 dx_1 + x_2 dx_2 + x_3 dx_3)^2}{a^2 - r^2} - c^2 dt^2.$$

L'altération du temps serait nulle, l'espace serait hypersphérique, comme on peut le mettre en évidence par l'emploi d'une coordonnée d'espace surabondante.

Il faut avouer que l'intervention, dans la loi géométrique de l'espace-temps, des énergies proprement physiques est un peu déconcertante. En effet, il devient bien difficile de lui attribuer un sens formel très général.

Il reste à préciser le sens physique des coordonnées t , r . Au premier abord, il semble tout naturel de les identifier aux coordonnées polaires qui ont pour origine la masse gravifique ponctuelle. Il nous suffira donc de prendre les coordonnées attribuées aux planètes dans la théorie classique et de leur appliquer la loi nouvelle pour obtenir leur mouvement exact. Mais plusieurs physiciens font observer que ce n'est là, que ce ne peut être là qu'une approximation. En effet, disent-ils, loin d'être un simple artifice de l'esprit, la loi de gravitation est profondément objective ; elle ne peut donc porter que sur des grandeurs objectives. Or, $d\sigma$, $d\tau$ sont bien des espaces et des temps mesurés, mais dx , dt , si vous les interprétez comme vous le faites sont des coordonnées fictives, celles qu'aurait le point dans un espace euclidien sans gravitation. Mais la nature ne se détermine évidemment pas en ayant égard à ces mesures hypothétiques, virtuelles. Il en est ici comme de l'entropie : comme valeur de

l'intégrale $\int \frac{m_1 dQ}{m_0 T}$ elle n'est définie que pour un phénomène réversible, c'est-à-dire irréalisable. En ce sens, elle n'est qu'un moyen ingénieux de classer et de prévoir le sens des transformations ; on peut soutenir que le rayon lumineux cherche à réaliser le trajet de durée minimum, mais pas que les réactions chimiques ont lieu pour qu'une autre réaction purement imaginaire donne tel résultat. De même, diront certains, vous raisonnez sur les coordonnées du plan tangent où la surface est projetée, mais la nature ne considère, dans ses lois, que les grandeurs propres à la surface.

Cette thèse peut paraître étrangement ontologique, dogmatique, mais elle est spécieuse. Malheureusement, à la réflexion, elle s'effrite quelque peu, comme celle de Mach sur l'inertie. Tout d'abord, que nommons-nous grandeurs objectives ? Celles qui sont construites à partir d'expériences simples, au moyen de constructions régulières ? Alors les coordonnées en question sont telles. Elles seraient telles même si nous ne les obtenions que par application de la loi de Newton, qui est, après tout, une méthode systématique de détermination. Sans doute, on voit mal la nature procéder par approximations successives et calculer ses actions par la règle de fausse position ; mais nous avons des moyens plus simples. Ces coordonnées de l'univers tangent correspondent à une construction expéri-

mentale : nous ne connaissons le monde des corps célestes que par d'immenses triangulations, faites sur des bases assez étroites, au moyen de la géométrie euclidienne ; nous localisons les événements dans l'univers tangent, où nous ne définissons en réalité que leur projection. Mais on répondra que la nature ne se réfère pas à nos constructions erronées pour déterminer les mouvements objectifs, et sans doute il y a là quelque chose de singulier. Seulement, quand nous tentons de préciser ce que seraient ces coordonnées intrinsèques, auxquelles s'appliqueraient naturellement les lois objectives, nous nous heurtons à un véritable paradoxe. Prenons le cas d'une simple surface d'espace : si nous partons du centre gravifique, nous lancerons des géodésiques dans toutes les directions, et sur chacune d'elles nous établirons une échelle métrique par report d'un segment congruent à lui-même. Nous aurons ainsi des coordonnées intrinsèques de type polaire, θ et r .

Malheureusement, il est évident que le ds^2 de Schwarzschild n'a plus aucun sens possible : par définition, le coefficient de dr sera nécessairement 1. Si l'on veut que r soit pris dans la multiplicité elle-même, il faut commencer par abandonner la formule en question, et avec elle toutes les formules comme celles qui donnent un espace isotrope, et qui correspondent à un g_{11} variable. Naturellement le ds^2 de Schwarzschild n'a aucun privilège a priori ; mais si on l'accepte, il faut se résigner à l'appliquer à des coordonnées extrinsèques. Inversement, on peut poser en principe que, le champ ayant une symétrie sphérique, des coordonnées de forme polaire s'imposent. Alors on ajoutera aux conditions empiriques citées précédemment la suivante : le ds^2 doit être de la forme $dr^2 + g_{12} dr d\theta + g_{22} d\theta^2 - g_{44} dt^2$.

Considérons maintenant les variables de temps : $d\tau$ a certainement un sens physique, mais il faut que dt en ait un. Ici la solution est plus simple ; nous dirons, par exemple, que le temps cosmique, ou temps de l'univers tangent, est obtenu de la manière suivante : nous envoyons à intervalles égaux des signaux lumineux d'un point très éloigné de la masse gravifique vers cette masse. Quelle que soit la structure de l'espace, dès l'instant qu'elle est statique, ils passent en chaque point à des intervalles réguliers, qui définissent en ce point des durées égales entre elles et aux durées origines. Quant au réglage des simultanités, il suffit d'envoyer de A (point très éloigné) en B (point plus proche) un signal qui s'y réfléchit. Nous marquerons 0 en B au moment où le signal arrive, et 0 en A au milieu de l'intervalle qui sépare l'émission du signal de son retour. Nous vérifierons alors qu'un atome transporté de A en B change de fréquence par rapport au temps ainsi défini, ou que la vitesse de la lumière varie suivant les lieux.

Prétendra-t-on maintenant que la nature ne saurait avoir égard à une définition aussi artificielle du temps ? Où s'arrêtera-t-on dans cette voie ? S'il y a deux temps $d\tau$ et dt , ils ne peuvent avoir la même réalité physique, puisqu'ils ne peuvent être obtenus par les mêmes mesures. Au fond, ce réalisme de l'espace et du temps est tout à fait illusoire. On peut soutenir que la nature se réfère à l'espace et au temps objectifs quand on les imagine uniques et absolus, mais la chose n'a plus aucun sens quand ils se dédoublent. Il n'y a pas de coordonnées vraiment objectives, il y a des méthodes de mesure inégalement simples, qui sont à la fois naturelles et artificielles. La science consiste à les coordonner, et la justification de

telles mesures consiste justement dans le fait qu'elles peuvent être associées les unes aux autres par des lois simples. L'exploration rationnelle de l'univers géométrique est un mythe, comme les idées claires et distinctes de Descartes. Les concepts se forgent avec les lois, les mesures d'espace et de temps en sont au même point.

§ 2. — *La jonction avec les autres forces.*

Dans la théorie classique, nous ajoutons purement et simplement, d'une manière algébrique, les diverses forces qui s'exercent sur un corps. Le champ électromagnétique se superpose au champ gravifique, de même les énergies correspondantes. Or, nous pouvons raccorder, par un procédé semblable, la gravifique einsteinienne et les autres types de champ. Il nous suffit de tirer, par exemple, de l'expression du ds^2 , considéré comme une différentielle d'action, les équations d'Euler qui le rendent stationnaire. Nous aurons ainsi une loi de forces du type classique, où s'introduit un terme correctif, et nous traiterons cette force comme nous faisons pour celle de Newton. De même, nous tirerons une expression de l'énergie, qui sera géométrique d'origine, d'intention, de nature si l'on veut, mais que nous traiterons comme une énergie classique (1). En d'autres termes, nous appliquerons les corrections de relativité comme nous ferions intervenir des perturbations, retranscrivant toutes les grandeurs géométriques de la théorie en grandeurs physiques de type ancien, après en avoir simplement amélioré l'expression.

Ce procédé, qui en pratique est celui qu'on emploie, dans les cas exceptionnels où cela peut présenter un intérêt, est peu conforme à l'esprit dogmatique de la théorie. Aussi bien M. Einstein et les théoriciens de la Relativité générale ont-ils trouvé une solution formelle tout à fait élégante : les lois de la nature peuvent être formulées d'une manière invariante dans les divers systèmes de coordonnées pourvu que dans leur expression nous fassions intervenir les g_{ik} , coefficients des termes du ds^2 correspondant aux nouvelles variables ; elles sont alors mises sous forme tensorielle fondamentale (il ne suffit donc pas qu'elles soient données comme des équations entre tenseurs ; celles-ci pouvant n'être que des formes tensorielles dégénérées, il faut que les opérateurs eux-mêmes soient généralisés). Or, il nous suffit d'introduire dans ces expressions les g_{ik} correspondant à la structure riemannienne de notre espace-temps pour que l'effet de gravitation soit superposé aux autres effets. C'est ainsi que sur une surface la loi des géodésiques s'exprime de la même manière que sur le plan, en coordonnées générales ; seuls les g_{ik} sont changés, et ne vérifient plus les mêmes conditions. Naturellement, une multiplicité riemannienne étant donnée, une forme particulière des g_{ik} doit s'appliquer à un système de coordonnées physiquement déterminé, et c'est la donnée simultanée de ce système et des g_{ik} correspondants qui permet d'attribuer une structure à la multiplicité.

Ainsi, nous introduirons des opérateurs tensoriels adaptés aux multi-

(1) C'est d'ailleurs le procédé que nous employons en relativité restreinte quand nous considérons $m \cdot \frac{dt}{ds}$ comme une masse, quand nous traitons l'énergie cinétique comme une véritable énergie.

plicités riemanniennes, qui se réduiront aux opérations ordinaires quand les $g_{\alpha\beta}$ redeviendront euclidiens et dont le plus simple est la dérivation covariante. C'est eux qui interviendront désormais dans l'expression générale des lois naturelles. Par exemple, au lieu d'écrire la seconde loi de l'électromagnétisme $\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = J_\mu$, nous poserons $F^{\mu\nu}_{;\nu} = J^\mu$. La loi d'inertie s'écrira toujours $\oint ds = 0$, mais l'équation différentielle des géodésiques ne sera plus $\frac{d^2 x^\sigma}{ds^2} = 0$, mais : $\frac{d^2 x^\sigma}{ds^2} + \left\{ \begin{matrix} \alpha \beta \\ \sigma \end{matrix} \right\} \frac{dx^\alpha}{ds} \frac{dx^\beta}{ds} = 0$,

Le principe d'équivalence est-il vérifié? Au sens large, il l'est assurément : il est possible de donner des expressions symboliques uniformes caractérisant les phénomènes en un point quelconque de la multiplicité. Au sens étroit, il ne l'est pas, car, sous cette unité symbolique superficielle, les lois, comme les grandeurs, sont covariantes, elles dépendent des coordonnées, et suivant les cas se simplifient ou se compliquent. Ce n'est que localement qu'elles peuvent être, par un changement de variables, ramenées à la forme euclidienne, qui est à la fois dégénérée et simplifiée.

§ 3. — Les caractères d'ensemble de l'espace-temps.

A. — LA STRUCTURE.

La loi de gravitation nous apprend que l'espace-temps cesse d'être euclidien au voisinage d'une masse matérielle, mais si nous adoptons le ds^2 de Schwarzschild, nous voyons qu'à distance infinie du centre gravifique, l'espace-temps reprend sa structure euclidienne. Mais imaginons que la densité moyenne de la matière ne soit pas nulle dans l'espace indéfini; nous n'avons aucune raison de ne pas généraliser la solution de Weyl : le ds^2 serait celui d'une hypersphère spatiale, le temps restant inaltéré : un corps immobile ne prendrait donc spontanément aucun mouvement, mais, une fois mû, il ne suivrait pas une ligne droite. Cette idée d'une densité moyenne et uniforme suppose d'ailleurs un ensemble de postulats physiques : attribuerons-nous une énergie latente à l'éther, comme le font certains physiciens audacieux, pour lesquels l'éther est un immense réservoir d'énergie obscure? Disons-nous, au contraire, que cette densité n'est qu'une vue macroscopique, et que les masses en jeu sont les masses matérielles ordinaires prises dans leur ensemble?

Même si l'espace est vide de matière, rien n'empêche d'admettre qu'il subsiste une courbure naturelle de l'espace-temps, et que la loi de gravitation devient $R_{\mu\nu} = \lambda g_{\mu\nu}$, λ étant un scalaire de courbure. Nous sommes donc en face de multiplicités à courbure constante. On sait que M. Einstein a proposé la solution

$$ds^2 = c^2 dt^2 - [dr^2 + U^2 \sin^2 \frac{r}{U} (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)].$$

M. de Sitter a proposé la suivante

$$ds^2 = c^2 dt^2 \cos^2 \frac{r}{U} - [dr^2 + U^2 \sin^2 \frac{r}{U} (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)],$$

La première donne un espace sphérique, la seconde un espace-temps sphé-

rique. N'importe quel ds^2 déduit des précédents par changement de variables vérifie évidemment la loi initiale. C'est ainsi que nous pouvons écrire, ce qui équivaut à représenter les points de la sphère par leur projection sur un plan tangent (1) :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{r^2}{U^2}\right)^{-2} \left[dr^2 + r^2 \left(1 + \frac{r^2}{U^2}\right) (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right] \quad (\text{cas d'Einstein}),$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 \left(1 + \frac{r^2}{U^2}\right)^{-2} - \left(1 + \frac{r^2}{U^2}\right)^{-2} \left[dr^2 + r^2 \left(1 + \frac{r^2}{U^2}\right) (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right]$$

(cas de de Sitter).

Si $r=0$, nous retombons sur le ds^2 euclidien en coordonnées polaires. Si r tend vers l'infini, les $g_{\mu\nu}$ tendent tous vers 0, sauf, dans le premier cas, le g_{44} correspondant au temps, qui reste égal à 1. La raison de ce fait est évidente : si l'on représente, par projection centrale, une demi-sphère sur un plan tangent à son sommet, le rapport de la distance qui sépare deux points sur la sphère à celle qui sépare leurs homologues sur le plan tend vers 0 quand ceux-là s'approchent du cercle frontière, quand ceux-ci s'éloignent indéfiniment de l'origine. En l'absence d'arguments expérimentaux, on peut discuter indéfiniment pour savoir si le ds^2 d'Einstein est préférable à celui de de Sitter ou inversement. M. Winter préfère le second, parce que la symétrie de l'espace et du temps est, au moins dans le cas limite, plus parfaite, et que la raison incline à une expression plus conforme à l'esprit « quadridimensionnel ». Nous avouons que ces considérations nous touchent assez peu.

On peut tirer bien des conséquences curieuses de ces hypothèses algébriques, qui, prises en elles-mêmes, sont parfaitement cohérentes : quelle contradiction peut-il y avoir, en effet, dans l'idée d'une hypersphère à quatre dimensions ? ou dans celle d'un cylindre à base hypersphérique ? Mais ces conséquences n'ont d'intérêt que dans la mesure où elles mettent en jeu le temps et l'espace, et non des variables t ou r . Quel sens physique devons-nous donc attribuer aux paramètres en jeu, et aux propriétés du ds^2 ?

S'il s'agit de l'espace seul, l'image du plan tangent reste acceptable : r , θ , φ seront des coordonnées déterminées en appliquant à des bases locales les méthodes euclidiennes de triangulation. Nous pourrions considérer que r est une distance, et si nous constatons, par exemple, que la lumière, ou qu'un mobile inerte semblent changer de vitesse, nous attribuerons ce fait à la présence de forces physiques, à un indice de réfraction croissant ou décroissant indéfiniment, à partir de l'origine admise. Ainsi nous aurons localisé le monde physique dans un espace euclidien. Il y aura d'ailleurs réciprocité des apparences.

La chose est plus délicate pour le temps ; on voit malaisément la grandeur physique qui pourrait correspondre à la variable t , en respectant le principe de réciprocité des apparences, c'est-à-dire, puisque le ds^2 est statique, l'homogénéité de l'espace. Nous voudrions que, dans l'espace vide, il n'y eût aucun moyen de déterminer une origine privilégiée des mesures. Or, nous nous heurtons ici à l'argument que l'on invoquait à tort contre la relativité restreinte (où l'on ne tenait pas compte de la dislocation des simultanités) : la possibilité de comparer les durées d'un même phénomène en divers points de l'espace. Si le temps t est défini

(1) BECQUEREL, *Le principe de Relativité*, p. 300.

à partir d'une origine par une suite régulière de signaux lumineux, il est possible de comparer les fréquences de deux atomes de même nature, et l'on ne voit pas comment une réciprocité serait possible. Dans le cas du ds^2 de Schwarzschild, il n'y a aucun inconvénient à ce fait, car l'existence du corps gravifique est une raison suffisante pour que l'espace cesse d'être homogène. Mais dans le vide, cette existence d'un repère absolu semble incompréhensible. C'est ici que se manifeste justement la nature foncièrement distincte de notre intuition et de notre expérience de l'espace et du temps.

Le problème qui se présente ici a un grand intérêt philosophique, parce qu'il nous oblige à préciser le lien des exigences logiques et des exigences physiques. Il n'y a aucune contradiction logique à imaginer une sphère spatio-temporelle, c'est-à-dire où l'une des coordonnées se nomme x , l'autre t . Il n'y en a pas davantage à dire, axiomatiquement : en chaque point de l'univers les événements lointains paraissent ralentis par rapport aux événements proches. On dira qu'il y a un effet de perspective géométrique, qui engendre, par exemple, l'équivalent d'un effet Doppler. Où donc est la difficulté? C'est d'associer cette notion du temps à l'idée d'une propagation, en particulier d'une propagation lumineuse, qui permet, elle aussi, de définir une certaine espèce de temps, c'est en un mot, ici comme en Relativité restreinte, de concilier la pluralité des temps avec l'action transitive, surtout si l'on admet le caractère statique du ds^2 .

B. — LA FORME.

Ajoutons quelques mots touchant la forme d'ensemble de l'univers, telle qu'elle résulte de la structure admise par M. Einstein. Faut-il croire que l'univers demeure fini parce qu'il a un ds^2 non-euclidien? Qu'il doive avoir la forme d'une sphère parce qu'il en a localement la structure? Il ne le semble pas.

Physiquement parlant, la chose est évidente : si la vitesse de la lumière semble décroître indéfiniment quand elle s'éloigne de l'origine, nous ne pouvons conclure ni qu'elle tend indéfiniment vers 0, et que l'univers optique se comporte comme s'il était ouvert et limité, ni que le rayon lumineux rebrousse chemin, comme s'il se réfléchissait aux bornes du monde, ni qu'il revient par une autre direction au bout d'un temps fini. S'il revient, nous ne pouvons dire ni par où, ni comment, ni après quelle durée; l'expérience seule peut nous instruire à cet égard : or, les physiciens n'imaginent guère qu'elle soit possible ; la structure locale seule peut être ainsi déterminée, la forme est imaginée par extrapolation et analogie.

Mais quelle est la loi véritable de l'espace? Ce n'est évidemment pas l'expression du ds^2 , qui est liée au choix de certaines coordonnées. C'est la loi même de gravitation qui exprime une propriété des courbures locales. S'il en est ainsi, nous ne saurions considérer comme objectives des conditions liées à une représentation analytique particulière, d'autant plus contingente que nous ne savons pas à priori ce que signifient les variables qui entrent dans le ds^2 . Or, nous savons que des surfaces de formes différentes peuvent avoir les mêmes propriétés locales, par exemple à côté de la sphère existent des surfaces ouvertes ou fermées ayant en tout point une courbure positive donnée. Si le ds^2 n'était défini que pour

certaines de ces surfaces, ou certaines de leurs régions, il nous faudrait simplement le prolonger par un procédé analytique quelconque; mais les restrictions accidentelles dues à l'intégration ne peuvent avoir un sens objectif.

Tout ce que nous pouvons dire, à la rigueur, c'est que, si nous nous donnons à la fois la forme et la structure de la multiplicité, l'étendue en est déterminée (par rapport aux unités adoptées dans la définition de la structure) : il n'y a qu'une sphère de courbure donnée (1). Ceci nous permet, le cas échéant, de parler d'une manière univoque du rayon de l'univers, de son volume. Nous saurons ainsi que la sphère et le plan elliptique n'ont pas même surface, parce qu'ils n'ont pas même forme. Conclusion intéressante, mais qui ne répond pas du tout au problème si considérable de la forme de l'univers; elle exprime le lien entre la finitude et la forme, et l'existence d'une unité absolue de grandeur, s'agissant ici bien entendu de la finitude métrique. Ainsi l'argument suivant lequel le monde pourrait être rendu fini ou infini par simple changement de coordonnées repose sur une vulgaire *ignoratio elenchi*.

Il semble donc que le problème de la forme, et par là même celui de la finitude, soient théoriquement tout à fait indéterminés. La théorie relativiste ne nous apporte aucune raison particulière, nécessitante ou simplement inclinante, d'admettre que l'univers soit fini : seule l'exploration expérimentale de la nature peut nous instruire à cet égard; elle seule nous apprendra si une géodésique revient sur elle-même au bout d'un temps fini, si les directions de l'espace sont équivalentes non seulement localement, mais encore du point de vue de la forme et de l'étendue, autrement dit si l'homogénéité en est radicale.

Mais ne pouvons-nous affirmer à l'avance cette homogénéité? Ne sommes-nous pas décidés à l'avance à rejeter toute forme où l'espace aurait des directions privilégiées topologiquement, comme nous rejetons l'univers d'Épiqueure, parce qu'il possède un haut et un bas? Contentons-nous ici de deux remarques : l'une est l'indépendance complète de ces idées à l'égard des théories einsteiniennes; l'autre en est le caractère confus et aléatoire. Nous avons déjà signalé le danger qu'il y aurait à user normativement du principe de dualité; il n'est pas moindre à dire que l'espace doit admettre des mouvements d'ensemble comportant six degrés de liberté, ou plus généralement autant de degrés de liberté qu'en ont les déplacements locaux. Au fond, nous subordonnons la nature à des images fragmentaires, et le postulat précédent a juste la valeur de celui que nous avons désigné sous le nom de postulat de l'agrandissement, et guère plus que la correspondance des corps élémentaires avec les polyèdres réguliers, telle que nous la trouvons au Timée.

Ce que nous nommons ainsi « raison » est fait d'un ensemble d'exigences ou simplement de préférences intuitives, qui donnent seules un

(1) Rappelons ici que le théorème de Weyl n'est établi que pour une surface de l'espace ordinaire. En supposant qu'il fût vrai, des multiplicités à quatre dimensions dans un espace à dix ou même à une infinité de dimensions, il reste, comme l'a observé M. Winter, qu'il suppose évidemment la surface simplement connexe. Si tout espace à ds^2 localement euclidien et simplement connexe est homéomorphe et équivalent à l'espace euclidien, la relation entre forme et étendue, telle qu'elle est énoncée au texte, est évidemment fautive dans le cas général. Il y a une infinité de tores à métriques euclidiennes homéomorphes les uns aux autres et d'étendues différentes,

corps à des principes de symétrie naturellement indéterminés; mais dès que nous voulons les préciser, nous apercevons le caractère conventionnel et formel des conditions ainsi explicitées, et nous voyons combien le langage introduit de fausses symétries ou de fausses dissymétries, qu'un simple changement de variables suscite ou élimine : une sphère privée d'un de ses points, et même une demi-sphère, sont des images bizarres, mais le plan elliptique nous semble tout naturel; la surface de révolution de la tractrice est étrangement dissymétrique, mais quoi de plus simple qu'une sphère de rayon imaginaire? Souvent, pour nous représenter le monde, nous procédons dynamiquement, nous nous représentons d'abord la multiplicité euclidienne, et nous essayons de voir comment elle pourrait s'incurver. Mais l'intuition déjà est inadéquate, car elle introduit une dissymétrie immédiate : nous ne pouvons penser un espace que dans un autre espace, et toute incurvation a lieu, sans raison imaginable, suivant un sens seulement des deux qui sont possibles.

En résumé, nous ne pouvons imposer au monde extérieur pris en sa totalité les lois de nos symboles algébriques ou celles de nos images intuitives, dont la légitimité n'est établie, approximativement d'ailleurs, que pour la région très limitée de notre expérience. Si l'application à l'univers du principe de Carnot est aléatoire, celle des hypothèses de finitude ou de fermeture reste purement conventionnelle.

C) LES CONSÉQUENCES ÉPISTÉMOLOGIQUES.

Que nous enseigne la théorie de la Relativité générale, touchant la nature de l'espace et du temps? Le problème ici encore est double : tout d'abord, en tant que cadres d'ordination, en tant que mesures de phénomènes, doivent-ils être dits absolus ou relatifs? Et en quel sens? En second lieu, considérés comme choses, peuvent-ils nous rendre raison, par leur structure, des lois et des concepts physiques? En quel sens la théorie d'Einstein géométrise-t-elle, et par là rationalise-t-elle le devenir? Ce point ne peut être étudié que dans un examen plus général de sa valeur épistémologique.

§ 1. — *L'espace et le temps absolus.*

Conservons-nous alors le principe d'un espace et d'un temps universels ou retrouvons-nous ici le problème de la pluralité des espaces et des temps tel que nous l'avons rencontré en Relativité restreinte?

1. — Ce qui faisait la grande difficulté en relativité restreinte, c'est que chaque système de référence nous donnait un repérage d'ensemble de l'univers, et que, tous ces repérages étant également simples, et légitimes, il n'y avait aucune raison de choisir entre eux. Seule une décision mentale, sans fondement empirique, nous permettait d'affirmer qu'un seul de ces repérages est réel. En est-il de même ici? Aucunement, surtout dans l'interprétation réaliste de la courbure spatio-temporelle. Nous pouvons dans tous les cas définir une méthode canonique de repérage qui nous permet, quel qu'en soit le point de départ, de mesurer d'une manière univoque l'intervalle d'espace, la simultanéité de deux événements, et

même l'intervalle de temps qui les sépare. En effet, nous pouvons concevoir tout le repérage spatial comme effectué à l'aide d'un mètre étalon qui est transporté successivement en tous les points du champ gravifique. La mesure d'une grandeur infinitésimale en un point sera naturellement effectuée au moyen des mètres locaux. La mesure de l'intervalle spatial entre deux points à distance finie sera obtenue par transport progressif de l'unité, elle est la même dans les deux sens, le champ étant statique.

La simultanéité de deux événements est aussi quelque chose d'absolu. En effet, puisque le champ est statique, un mouvement quelconque met un temps égal à parcourir l'intervalle AB et l'intervalle BA. D'où possibilité de corrélation univoque.

L'intervalle de temps entre deux phénomènes qui ont lieu au même point est naturellement défini en fonction de l'unité locale. Mais dans deux systèmes, deux couples d'événements respectivement simultanés n'ont évidemment pas même intervalle. La chose est naturelle; le caractère absolu des simultanéités exclut la réciprocité des apparences; si un atome en B semble à A vivre plus vite que l'atome identique en A, l'atome de A semble à B vivre plus lentement que le sien propre.

Reste le problème de l'intervalle de temps entre deux phénomènes qui n'ont pas lieu au même point de l'espace. Il est plus délicat, parce que nous retrouvons une dissymétrie très nette, liée au fait que les coefficients du ds^2 sont fonction de la position dans l'espace, et d'elle seule. Soient deux événements A_1 , A_2 qui ont lieu respectivement à distances r_1 et r_2 du centre gravifique, A_1 a un simultané en r_2 , soit A'_1 , de même A_2 a un simultané A'_2 en r_1 . Mais A_1 , A'_2 mesuré en r_1 n'a pas même valeur que A'_1 , A_2 mesuré en r_2 . Ainsi l'intervalle de deux événements n'est défini que si l'on dit avec quelles horloges on le mesure. Il y a donc pluralité des temps assignés à un même intervalle. Sans doute, nous pourrions définir un intervalle absolu qui serait, par exemple, le temps marqué par une horloge allant d'une vitesse uniforme de A_1 en A_2 . Mais cette horloge subirait une altération de relativité restreinte, ce qui complique la question. Il faudrait prendre alors le nombre de trajets effectués par un rayon lumineux entre les deux événements, en supposant qu'il soit réfléchi par des miroirs placés en r_1 et r_2 . Observons en tout cas ceci : c'est que, la simultanéité étant quelque chose d'absolu, la variation des repères temporels n'étant pas réciproque, il est toujours possible de définir d'une manière absolue l'intervalle temporel moyen de deux événements. Mais la chose est sans importance, car les phénomènes n'ont jamais lieu que dans un certain système local. C'est seulement au cas où nous admettrions une action à distance qu'elle serait indéterminée, et c'est une raison de plus pour en rejeter l'idée. Par ailleurs, la pluralité bien localisée des temps que nous propose la Relativité générale n'a pas l'apparence paradoxale de celle que nous présente la Relativité restreinte.

Maintenant, que penser de la dualité de repérage qui apparaît lorsque nous posons $d\phi^2 = g_{11} dr^2$, $d\tau^2 = g_{44} dt^2$? Elle est purement superficielle.

Si nous adoptons l'hypothèse réaliste, seuls $d\phi$ et $d\tau$ ont un sens physique, r et t sont des coordonnées fictives, celles de l'univers tangent. La seule difficulté, c'est qu'on se demande pourquoi les variables fictives figurent dans l'énoncé des lois.

Si nous adoptons l'interprétation cayléenne, $d\phi$ et $d\tau$ sont des expressions purement algébriques, seuls dr et dt ont un sens réel. Naturellement,

nous ne comprenons plus, cette fois, pourquoi ρ et τ jouent le rôle de variables d'espace et de temps.

Dans cette hypothèse, il peut s'introduire une difficulté; notre univers tangent (que nous admettons être le véritable) peut être construit à partir de n'importe quel point-événement. Il y a donc une série de représentations différentes de l'espace-temps. Sont-elles équivalentes? S'il en est ainsi, s'il est impossible de choisir entre elles, nous retombons sur la pluralité des espaces-temps, considérés cette fois sous une autre face. Dans le cas de la gravitation, il n'en est rien. Les divers systèmes de cordonnées ne sont pas équivalents, et l'origine même n'en est pas arbitraire.

2. — Considérons des systèmes de coordonnées de même type, mais attachés en divers points, et diversement orientés (c'est ainsi que nous considérons en relativité restreinte des systèmes semblables, en mouvement uniforme relatif). Alors que dans l'espace euclidien nous avons un type privilégié de repères, les axes cartésiens, qui sont équivalents entre eux quelles qu'en soient l'origine et l'orientation, dans l'espace riemannien, au contraire, nous n'avons pas de repères semblables : suivant leur orientation et leur origine, les coordonnées de même type donnent des ds^2 très différents; l'espace n'est ni isotrope, ni homogène. Ceci est vrai des coordonnées fictives comme celles qui correspondent à la projection sur un espace tangent, et des coordonnées intrinsèques que l'on peut construire par report de segments congruents sur des géodésiques. Comme corollaire, nous arrivons à ceci : il existe des systèmes privilégiés par leur origine ou leur orientation, qui simplifient le ds^2 et les lois physiques en général. C'est ainsi que, le champ étant sphérique, nous serons conduits à prendre des coordonnées, de type polaire, extrinsèques comme celles qui figurent dans le ds^2 de Schwarzschild, ou bien intrinsèques, ayant leur origine au centre gravifique. L'espace-temps a un centre en quelque sorte absolu, héritant ainsi des propriétés attribuées auparavant à la matière. Ce repérage définit, en un certain sens, des mesures absolues des phénomènes, comme r ou t .

Cette remarque ne vaut pas dans le cas d'un univers sphérique, comme celui d'Einstein dans le cas du vide. Toutes les origines, toutes les orientations sont équivalentes.

3. — Si nous rapportons les phénomènes à un univers euclidien tangent, nous sommes conduits à abandonner le principe de relativité du lieu, et à admettre que, indépendamment de toute action physique à mécanisme analysable, la simple position spatiale suffit à altérer les grandeurs et à modifier les lois. Cette apparence est très nette en ce qui touche le temps, que nous ne pouvons guère définir que comme tangent. Nous avons ici l'homologue du fait que, dans la relativité restreinte, le mouvement cesse, dans un système de référence donné, d'être sans influence géométrique.

4. — En mécanique classique, lorsqu'un point est attiré par un autre point, il est impossible de dire, intrinsèquement, lequel attire l'autre. Seule la considération des masses nous permet de le faire, en appliquant la loi de Newton, et cette loi elle-même n'a été introduite que pour simplifier l'ensemble des équations relatives à tous les corps. Dans la théorie

relativiste, la présence d'une masse entraîne des altérations géométriques. Or, voici que la fréquence d'un atome semble diminuée par rapport à celle d'un autre atome; à priori, je ne sais pas si le temps du premier s'est ralenti, ou si celui du second s'est accéléré, mais la théorie me dit que le seul effet possible est le ralentissement. J'en conclus que l'atome ralenti est le plus proche du centre gravifique, et, s'il n'y a que deux corps en présence, je saurai quel est celui qui attire l'autre. J'aurais donc là un moyen de décélérer l'action gravifique absolue, qui équivaut, en langage classique, à l'accélération absolue. Cela est un peu surprenant. Mais voici un cas plus curieux encore.

5. — Considérons maintenant le mouvement absolu des corps. Dans tout ce qui précède, nous avons supposé les corps en jeu immobiles dans l'espace, nous avons considéré la gravifique einsteinienne indépendamment de la relativité restreinte avec laquelle elle se raccorde, qui procède en bien des points de pensées semblables, sans qu'on puisse dire pourtant qu'il y ait solidarité essentielle. Or, la Relativité restreinte pose un problème de pluralité des espaces-temps qui est très difficile à résoudre : tous les systèmes en translation uniforme sont équivalents, encore qu'ils ne donnent pas aux phénomènes les mêmes mesures. Comme la comparaison immédiate de deux horloges n'est jamais possible deux fois de suite, si l'espace-temps est ouvert à l'infini, nous échappons à toutes les contradictions qui avaient été signalées au début. Mais la présence d'un champ de forces permet de ramener deux horloges l'une vers l'autre et l'on est obligé de dire alors que le phénomène d'accélération est trop complexe pour qu'il soit permis de tirer des conclusions. La Relativité générale nous donne une théorie de la gravitation qui est solide et définie, nous pouvons donc cette fois l'appeler à notre aide pour départager, s'il se peut, les divers systèmes en translation uniforme qui peuvent être comparés les uns aux autres en un domaine infinitésimal de l'espace-temps, c'est-à-dire en un point et un instant donnés.

Considérons donc ce système immobile A (ou que nous prendrons comme tel) à une distance r du centre gravifique O, et représenté par une horloge, par exemple un atome. Soit un autre système B, mû avec une vitesse normale à r et choisie de telle sorte qu'il décrive un cercle autour de O. Il porte une autre horloge atomique, identique à la précédente. A voit B ralenti, et inversement. Mais quand B aura fait le tour de O, et reviendra croiser A, il sera possible de voir quelle est l'horloge qui retarde réellement sur l'autre, et celle-là définira un mouvement absolu, dans l'espace non euclidien. Nous serions donc conduits à admettre que, dans le cas général, il y a un mouvement absolu, et que l'équivalence des systèmes en translation uniforme relative n'est qu'une indétermination expérimentale.

Il y a là, semble-t-il, quelque chose de plus que dans le résultat classique de l'expérience de Foucault. L'existence d'altérations proprement géométriques paraît nous donner un moyen de déterminer dans certains cas le mouvement absolu. Dans l'ordre statique, nous pouvons explorer le champ gravifique avec une horloge, et nous voyons bien que dans certaines directions il y a un ralentissement du temps, dans d'autres accélération, par rapport à une origine fixe. Dans l'ordre cinétique, nous voyons bien, après retour à l'origine, laquelle des horloges retarde sur l'autre, il n'y a plus réciprocité. Sans doute, à priori, je ne sais si l'une

avance, où si c'est l'autre qui retarde. Mais la Relativité restreinte et la Relativité générale m'apprennent que jamais le mouvement ne fait avancer une horloge. Je sais donc, d'après l'amplitude du retard, la valeur du mouvement absolu. La théorie de la Relativité joue ici le rôle des hypothèses physiques, qui seules, dans la théorie classique, nous permettent d'interpréter le mouvement relatif comme absolu; si je vois deux masses, l'une énorme, l'autre minuscule, prendre un mouvement accéléré relatif, je dirai qu'il y a un mouvement absolu de la petite vers la grosse, et non inversement, parce que j'admets la loi de Newton et les équations de la mécanique.

Ainsi l'espace absolu nous apparaît non plus comme un réquisit général, un thème de pensée et de figuration, mais comme une donnée géométrique. La chose est un peu étrange, car, dans ces conditions, si la Relativité générale respecte l'esprit quadridimensionnel, tensoriel, variationnel, de la Relativité restreinte, elle nous mène à en rejeter radicalement l'interprétation dogmatique, en lui fournissant un cas limite qui paraît décisif, elle nous amène à rétablir l'espace et le temps absolus, et par là même à considérer que la contraction de Lorentz, le ralentissement des horloges sont choses réelles, et à mettre au premier plan les équations de Maxwell et leur invariance.

Mais il faut avouer qu'une certaine incertitude demeure qui s'accorde avec notre répugnance à l'égard du mouvement absolu. En effet, l'expérience seule pourrait nous dire si les horloges se comportent comme il est prévu, ou plutôt entrevu. Mais de telles épreuves sont purement théoriques et hors de toute détermination physique. Ne suffit-il pas, cependant, de les imaginer pour tirer des conclusions rigoureuses! Il ne le semble pas; en effet, elles supposent des éléments encore complexes, qui laissent toujours une échappatoire. Dans l'exemple cité, nous supposons un système immobile dans le champ de gravitation, il n'est donc pas libre, puisqu'il ne tombe pas; c'est donc que s'exerce sur lui une force de liaison, dont le mécanisme et les effets géométriques sont inconnus. Normalement, il ne nous viendrait pas à l'esprit que la présence d'une force pût altérer l'espace et le temps, mais, si nous admettons qu'il en est ainsi pour la gravitation, l'hypothèse cesse d'être absurde dans le cas général. Il se peut en particulier que la force de liaison ajoute à l'action déformante du champ une action exactement équivalente à celle de la Relativité restreinte pour le mobile tournant.

Il y a bien un cas où les forces de liaisons peuvent être éliminées: c'est celui où les deux systèmes se déplacent en sens inverse, avec des vitesses opposées. Mais, par raison de symétrie, les retards des horloges doivent être égaux à chaque croisement.

Cette hypothèse peut s'appliquer au cas du disque tournant. En effet, les points du disque mobile doivent être maintenus par une force de cohésion, qui se manifeste comme force centripète, et qui peut agir géométriquement. En valeur absolue, les résultats de cette hypothèse s'accordent parfaitement avec la contraction de relativité restreinte, si l'on

suppose un coefficient d'altération de type $\sqrt{1 - \frac{2\tau^2}{c^2}}$ Malheureusement,

c'est le signe qui est ambigu. Nous retrouvons exactement les mêmes difficultés que rencontrent ceux qui veulent rattacher le ds^2 de Schwarzschild à la force de Newton par l'intermédiaire de la Relativité restreinte.

Que conclure de tout ceci? D'abord que la théorie de la Relativité générale ne se suffit pas à elle-même, qu'elle ne forme pas un tout achevé; ensuite qu'elle semble, en gros, incliner vers un retour à l'espace et au temps absolus et universels (non euclidiens). La possibilité de caractériser des accélérations, voire des mouvements, par leurs conséquences géométriques absolues paraît correspondre à l'existence d'une sorte de milieu spatio-temporel, capable d'informer le divers physique en dehors de tout mécanisme représentable.

6. — Que nous enseigne, que nous suggère la Relativité générale touchant la substance de l'espace et du temps?

Nous avons déjà dit ce qu'il fallait penser de la nature riemannienne de l'espace-temps. Il est possible que Dieu voie clairement la parenté de l'espace et du temps, et leur courbure, mais pour nous, rivés avec toute notre raison à notre nature d'hommes, si nous voulons penser autre chose que des nombres sous les noms d'espace et de temps, nous devons renoncer à leur trouver une essence commune, nous ne pouvons leur attribuer une structure non euclidienne que sous la forme cayléenne d'une altération des repères matériels locaux, qui en est l'effet. Nous nous demanderons maintenant ce que deviennent ici les notions de temps et d'espace absolus, entendant par ces mots, au sens que nous avons déjà dit : s'il est possible de déterminer des coordonnées par rapport auxquelles les lois de la nature prennent une forme privilégiée, elles sont nommées absolues et il est naturel de supposer que leur existence révèle celle d'un milieu immobile et sous-jacent à tous les événements, leur donnant un lieu et une date.

Il n'est pas douteux que le langage par lequel nous attribuons à l'espace et au temps une sorte d'action directrice sur les phénomènes nous incline à leur conférer une sorte de réalité substantielle. La chose est d'ailleurs toute naturelle : l'espace-temps einsteinien hérite des propriétés anciennes du milieu électromagnétique (étudié longuement sous le nom d'éther) et du milieu gravifique (dont l'étude parallèle s'impose à partir du moment où l'on admet des ondes de gravitation), c'est une sorte de conducteur, de support mal défini dont tout ce que l'on peut affirmer, c'est qu'il existe et qu'il est immobile. Ce sont précisément les propriétés de l'espace absolu.

§ 2. — La valeur rationnelle de la théorie.

A. — LA VALEUR D'ASSIMILATION FORMELLE.

Laissons ici tout ce qui concerne l'expression tensorielle des lois et des grandeurs physiques, pour ne retenir que la gravifique einsteinienne proprement dite. Marque-t-elle un progrès formel décisif? Intrinsèquement, la réponse est douteuse; tout dépend du niveau formel auquel nous nous référons. Dans le langage des forces, la loi de Newton est infiniment plus simple que celle qui correspond au ds^2 de Schwarzschild, par l'intermédiaire des équations d'Euler. Aussi bien, la trajectoire des corps attirés est-elle beaucoup plus compliquée dans le second cas, et on la détermine par approximations. Dans le langage des potentiels, les g_{ik} sont aussi simples que le potentiel newtonien. Au contraire, si nous nous attachons aux principes variationnels, le ds^2 de Schwarzschild a sur l'action newtonienne un certain nombre d'avantages, il a une structure quadridimensionnelle presque parfaite, il ne comporte aucune constante liée aux conditions initiales. A

vrai dire, il ne faut pas nous méprendre sur la symétrie spatio-temporelle des expressions, qui n'est que relative. Les termes rectangles sont exclus, les g_{ik} sont fonctions de l'espace seul, et il suffit de prendre les équations d'Euler de l'extrémale pour voir reparaitre des différences entre le rôle du temps et celui de l'espace qui correspondent à celles qui se présentent dans la théorie classique. La dynamique de la relativité restreinte est d'ailleurs parfaitement symétrisée. La loi générale de la gravitation est, elle, parfaitement symétrique. Mais l'équation de Laplace peut être rattachée à une équation des ondes qui ne l'est pas moins.

Si maintenant nous mettons en évidence, dans l'interprétation géométrique, non pas les g_{ik} mais les composantes de la connexion affine, autrement dit la manière dont un repère métrique se transporte parallèlement le long de la trajectoire d'un mobile, loi d'Einstein ou loi de Newton ont des mérites analogues. En effet, M. Cartan a montré comment on pouvait géométriser la seconde d'une manière simple et directe, comme d'ailleurs une loi de forces quelconque (1). La gravitation einsteinienne n'est pas plus foncièrement apte à l'expression « géométrique » que ne l'est celle de Newton ; la différence ne dépend que du langage géométrique adopté. Elle ne serait significative que si nous avions des raisons de croire que telle forme des équations de la mécanique est particulièrement objective : si nous attribuons à la courbure de l'espace-temps un sens absolu et semi-intuitif, la définition du ds^2 est logiquement première par rapport à celle du déplacement parallèle ; si nous inclinons vers un réalisme énergétique à la manière d'Ostwald, nous mettrons plus volontiers en évidence les expressions de la dynamique analytique, le devenir sera considéré comme un ensemble de temps propres qui cherchent à être stationnaires, la nature ne sera plus qu'un effort pour résoudre des équations hamiltoniennes. Mais ce ne sont là que des fictions, et rien ne nous autorise à déclarer objective telle forme du langage, et à départager, de ce point de vue, les lois physiques possibles. On peut dire, si l'on veut, que la mécanique classique atteint son maximum de simplicité au niveau des forces, la mécanique de la relativité restreinte au niveau des énergies et des moments, celle de la relativité générale au niveau de l'action et des principes de variation. Mais il ne faut voir là que des accidents d'expression.

Enfin, dès que nous sortons du cas privilégié et fictif du corps unique, il faut avouer que la théorie relativiste perd beaucoup de sa simplicité formelle. Alors qu'il est facile d'écrire, sinon de résoudre, les équations différentielles du mouvement dans le cas de Newton, quel que soit le nombre des corps interagissants, nous n'avons aucune méthode générale pour construire le ds^2 correspondant ; il faut procéder actuellement d'une manière empirique ; encore le problème des deux corps n'est-il résolu que dans des cas très particuliers, et par des expressions extrêmement compliquées et peu utilisables : que l'on considère, dans un cas pourtant très simple, l'expression du ds^2 de Chazy. A cet égard, on ne peut dire que la théorie relativiste constitue un progrès formel, loin de là.

Reste le fait que l'application de la loi de gravitation est indépendante de la nature du phénomène, onde ou mouvement, sur lequel elle agit, alors que la théorie ancienne ne s'applique naturellement qu'aux mouvements de masses matérielles. C'est ainsi que la dérivation des rayons lumineux est

(1) Il a même montré l'univocité de cette géométrisation, si l'on impose à l'espace d'être sans torsion.

prévue indépendamment de toute hypothèse sur la nature de la lumière. Mais ceci n'a qu'un intérêt pratique restreint, si l'hypothèse des photons est admise, car il est normal de les assujettir à la loi commune des masses matérielles ; et nous ne sommes évidemment pas dispensés par là de réfléchir sur la structure de la matière ou des radiations ; la chose serait importante si nous raisonnions d'un point de vue strictement énergétique, ce qui n'est pas le cas, en général, pour les physiciens relativistes.

En tout cas, la définition d'un ds^2 suppose que le corps gravifique est assimilable à un point matériel, sans que nous puissions le démontrer comme dans l'ancienne théorie dans le cas d'une sphère homogène. Quant à la loi fondamentale de la gravitation, elle est indépendante de toute hypothèse sur la nature de l'énergie, mais il en est de même pour l'équation de Laplace-Poisson, où la densité ρ peut être aisément généralisée.

Considérons maintenant le lien de la gravitation et des autres types de forces. Dans la théorie ancienne, la symétrie était à peu près parfaite : toute la différence entre l'attraction gravifique et l'attraction électrostatique était condensée dans ce fait que les forces sont proportionnelles aux masses dans le premier cas, aux charges dans le second. Avec la Relativité restreinte, quelques difficultés apparaissaient, en ce sens que la loi de gravitation ne se présente plus comme invariante, la transformation du potentiel et de la force n'étant pas donnée directement, à l'inverse de ce qui avait lieu pour le champ électromagnétique. Il restait, en un mot, à mettre le champ gravifique sous forme tensorielle.

La théorie de la Relativité générale semble introduire d'abord un élément de symétrie nouveau, puisqu'elle admet la propagation du champ gravifique par ondes de vitesse c , comme pour le champ électromagnétique. Mais, cette conséquence est en réalité une adjonction, comme nous l'avons vu, et rien n'empêche d'introduire dans la théorie ancienne des ondes gravifiques : seul le raisonnement de Laplace s'y oppose, mais il repose, d'après Poincaré (1), sur des hypothèses assez arbitraires, et n'arrête assurément personne ; il vaudrait également, observons-le, dans l'interprétation géométrique. Cette loi de propagation commune aux deux ordres de phénomènes, devrait conduire, au premier abord, à marquer plus fortement encore la symétrie formelle de leurs expressions. Or, il faut en convenir, cette symétrie est entièrement détruite dans la gravifique einsteinienne. Le champ de gravitation et le champ électromagnétique sont de nature toute différente. Certes le raccord est possible, par l'emploi de l'analyse tensorielle sur une multiplicité riemannienne ; mais le principe en est tout autre, et la composition des effets ne se réduit pas à une addition de forces. L'énergie de gravitation s'ajoutait aux autres formes d'énergie, étant au fond de même nature. Elle est maintenant de nature très différente, et c'est seulement par un artifice que nous définirons une énergie de gravitation (qui n'est pas un tenseur) t^ν_μ de telle manière que l'énergie totale se conserve dans

l'univers. Les équations tensorielles $(T^\nu_{\mu\nu} + E^\nu_{\mu\nu}) = 0$ s'écriront alors, sous forme dégénérée, $\frac{\partial}{\partial x_\nu} (T^\nu_\mu + E^\nu_\mu + t^\nu_\mu) = 0$, $\frac{\partial}{\partial x_\nu}$ désignant la dérivation ordinaire, alors que l'indice inférieur adjoint ν désigne dans la première équation

(1) Voir aussi CHAZY, *La théorie de la Relativité*, t. II, p. 132.

tion la dérivation covariante, effectuée en tenant compte des g_{ik} caractéristiques du champ gravifique. Nous pourrions même observer que cette énergie est la généralisation de l'énergie hamiltonienne, si l'on prend les g_{ik} comme coordonnées généralisées. Mais ce n'est là qu'une transcription qui prouve combien l'ancienne symétrie nous semblait satisfaisante.

On ne saurait prétendre par ailleurs que, de toute manière, l'énergie cinétique constituait déjà une énergie géométrique de type irréductible (1). En effet, les physiciens s'efforçaient précisément de réduire cette énergie au type électromagnétique, en la considérant comme celle du champ magnétique engendré par l'électron en mouvement, l'énergie au repos étant constituée par l'énergie électrostatique et l'énergie de cohésion de la charge répandue à la surface de cet électron.

En résumé, la thèse de la Relativité générale est aussi satisfaisante intrinsèquement que la théorie newtonienne, mais, dans le cadre général de la théorie physique, elle semble introduire une dualité de langage à laquelle beaucoup répugneront. Aussi bien, ses auteurs eux-mêmes s'en rendent compte; c'est pourquoi après avoir géométrisé la gravitation parce qu'elle s'opposait par certains traits aux autres espèces de forces, ils essaient de géométriser ces dernières, parce qu'elles ont avec la gravitation un ensemble de traits communs. C'est un peu le paradoxe de toute entreprise de ce genre. En tout cas, il faut voir si la gravifique einsteinienne n'apporte pas, au delà d'un progrès purement formel, un double progrès expérimental et rationnel; si elle n'a qu'une valeur restreinte d'assimilation, n'a-t-elle pas une valeur très élevée de découverte et d'explication (2)?

B. — LA VALEUR D'EXPLICATION RATIONNELLE.

Il est bien difficile de dire ce qu'est une explication rationnelle. Dès que nous sortons de la logique pure, toute une philosophie obscure, toute une esthétique formelle se glissent dans notre image de la raison. Dira-t-on que le progrès de cette raison, prise au sens le plus précis, exige la réduction des phénomènes à des notions claires et distinctes, à des actions d'un type simple et intelligible? C'est ainsi que M. Meyerson voit dans la « spatia-lisation » des phénomènes l'idéal des physiciens, que Descartes le premier a défini dans toute sa profondeur. C'est ainsi que plus d'un relativiste croit s'être affranchi de l'obscur notion de force, et avoir réduit la gravitation à l'idée parfaitement claire d'une action de structure de l'espace-temps, semblable à celle qui se manifeste dans l'inertie normale.

A vrai dire, cette pensée est de grande importance, si l'on admet que nous avons une intuition claire de l'espace, apte aux déterminations mathématiques; qu'il y a, derrière l'étendue sensible, une étendue intelligible connue comme telle. Mais nous savons qu'il n'en est rien: l'étendue sensible est une idée confuse, et l'étendue intelligible n'est rien. Notre réduction perd donc son prestige de rationalité. A supposer qu'une intuition semblable existât, ce ne pourrait être que celle de l'espace euclidien; il semble donc paradoxal de conserver aux expressions géométriques une valeur épistémologique qui n'a de sens que dans la mesure où elles correspondraient

(1) Abstraction faite de la relativité restreinte.

(2) Nous laissons de côté le problème de la valeur expérimentale. Elle est provisoirement assez limitée. Voir CROZE, *Revue générale des Sciences*, 1926. pp. 389 et 421.

à des intuitions précises, condition qui, pour deux raisons différentes, est irréalisable. M. Einstein lui-même a fait, sur ce point, des réserves très nettes.

Disons-nous du moins que l'explication de la gravitation par la courbure de l'espace-temps a une valeur intuitive exceptionnelle? Evidemment non : cet espace-temps est doublement irréprésentable. D'abord à cause du temps, joint à l'espace d'une manière purement allégorique ; ensuite parce que la courbure d'une multiplicité n'a de sens intuitif que si on la plonge dans un espace d'ordre supérieur. Tout ce que nous pouvons faire, c'est de nous représenter une surface dans l'espace euclidien. Si nous voulons aller plus loin, nous sommes obligés de recourir à l'image d'une métrique établie sur une multiplicité euclidienne, de revenir au point de vue cayléen. C'est ainsi que procède M. Einstein à la fin du petit livre où il tente de mettre ses idées à la portée d'un lecteur non géomètre. Pratiquement, nous imaginerons des mètres raccourcis, des horloges ralenties sans cause physique perceptible. Le rationnel géométrique se présentera comme un irrationnel physique.

On peut considérer l'inertie comme un phénomène extrêmement intelligible, mais c'est là une pensée bien arbitraire. Descartes considérait le choc mécanique comme tel, et les anciens attribuaient ce privilège au mouvement circulaire. Mais s'il s'agit de l'inertie dans une multiplicité riemannienne, il en est autrement. Je ne puis imaginer un corps mobile sur une surface sans une liaison, sans une réaction normale à cette surface, en un mot sans réintroduire l'idée de force. Aussi bien, dois-je attribuer certains caractères à cette force pour prouver que le mobile suit une géodésique. Si j'emploie le langage cayléen, la définition du mouvement inertial apparaît dans sa nature toute conventionnelle. Si j'imagine des horloges et des mètres déformés, il reste à démontrer que les mesures correspondantes doivent être substituées aux mesures normales dans l'expression des lois, et de celle d'inertie en particulier.

Il est vrai qu'en un certain sens la loi d'inertie est contenue dans la loi même de gravitation qui impose certaines conditions à la structure de l'espace. La chose, au premier abord, semble étrange : comment les équations différentielles qui caractérisent une surface pourraient-elles nous dire qu'un point libre y décrit une courbe de longueur stationnaire? Voici comment on procède en général : un point matériel possède un tenseur impulsion-

énergie $T^{\mu\nu} = \rho_0 \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds}$. Si la divergence de ce tenseur est nulle, si

$T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$, on a nécessairement sur sa trajectoire $u^\sigma \frac{d\mu_\nu}{dx^\nu} + \left\{ \begin{smallmatrix} \alpha\beta \\ \sigma \end{smallmatrix} \right\} u^\sigma u^\beta = 0$, ce qui

est l'équation des géodésiques. Or $T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$, car, d'après la loi de gravitation

$T^\nu_\mu = R^\nu_\mu - \frac{1}{2} g^\nu_\mu R$, et la divergence du second membre est identiquement nulle. Mais, il se glisse ici quelques difficultés. La loi citée détermine les g_{ik} à l'intérieur du tube d'espace-temps que décrit le mobile ; or, les g_{ik} par rapport auxquels on calcule la divergence doivent être ceux du champ extérieur. En d'autres termes, l'énergie de gravitation t^ν_μ qui doit vérifier

l'expression $\frac{\partial}{\partial x} \left(t^\nu_\mu + T^\nu_\mu \right)$ est celle du champ extérieur. Il semble donc qu'on doive dire simplement avec M. Eddington que le caractère conservatif de

l'impulsion-énergie est la condition pour que le corps mobile engendre à son intérieur une courbure conforme à la loi, ou plus simplement encore, avec M. Darmois, que c'est une condition de raccordement du champ extérieur et du champ intérieur. Quoi qu'il en soit, la loi d'inertie est plutôt un réquisit qu'une conséquence de la loi de gravitation, et nous n'avons affaire qu'à une pseudo-déduction formelle.

Quant à la loi de gravitation elle-même, système d'équations aux dérivées partielles de second ordre qui déterminent les g_{ik} , est-il possible de lui trouver un sens vraiment rationnel? Originellement, elle est inspirée par de simples analogies géométriques, elle n'a donc qu'un sens empirique. On a essayé de lui trouver un sens physique, en l'écrivant sous forme d'équations de Lagrange ou sous forme variationnelle. L'entreprise n'est d'ailleurs pas conforme à l'esprit même de la théorie, et n'aurait d'intérêt que si l'on cherchait à faire de celle-ci une théorie physique du type ancien, si les g_{ik} ou les symboles de Christoffel étaient de véritables potentiels. Aucune conclusion vraiment intéressante n'est sortie de là, hors la possibilité de retranscrire tous les faits géométriques dans le langage accoutumé pour les faits physiques. Or, il est certain à priori que cette transcription est possible, puisque dans les deux cas l'armature formelle est faite d'équations différentielles du second ordre à quatre variables quasi symétriques. Les identifications risquent moins d'être impossibles que d'être trop faciles, et par là même indéterminées, surtout si l'on accepte qu'elles ne soient qu'approximatives.

Mais n'est-il pas possible de donner une interprétation purement physique de la théorie relativiste généralisée, et d'éviter ainsi une ontologie géométrique assez peu satisfaisante? La chose est assurément possible, mais elle comporte quelques difficultés. Rien ne nous interdit, en effet, de dire qu'au voisinage d'un champ de gravitation les solides se raccourcissent dans le sens radial, et que les horloges se ralentissent. C'est ainsi que nous pourrions interpréter la transformation de Lorentz en disant que, dans un système en mouvement, les mètres se contractent, et le temps est défini par le trajet de la lumière. Mais deux points restent obscurs.

1. — Pourquoi les solides ainsi déformés jouent-ils le rôle de repères métriques? C'est le corollaire de la question : pourquoi les atomes se ralentissent-ils sur le temps défini par les trajectoires lumineuses? pourquoi le champ se transforme-t-il en conséquence? Une comparaison éclairera peut-être le problème posé : si j'imagine une source thermique très vive au milieu d'une plaque métallique, celle-ci se déformera, se gauchira. Les géodésiques de cette surface ne se projeteront pas sur le plan primitif suivant une droite. Mais si je me contente de dire que les corps se dilatent au voisinage du centre, je ne comprendrai pas à priori qu'une bille inerte décrive une trajectoire incurvée. Il en est de même ici. Je puis dire, il est vrai, au moins dans le cas de coordonnées isotropes, que l'espace présente une sorte d'indice de réfraction; mais pourquoi les masses matérielles suivent-elles la même loi que les rayons lumineux?

2. — Quelle est d'ailleurs la cause de cette déformation des corps? Le principe de relativité physique de la position semble imposer cette recherche, singulièrement malaisée. En Relativité restreinte, la contraction des longueurs, l'accroissement de la masse étaient effectivement prévus par la théorie électromagnétique. Il n'en est rien ici. Tout au plus a-t-on

essayé de composer l'action des forces newtoniennes avec les déformations de relativité restreinte. Il est certain que si l'on considère comme repère normal en chaque point un solide tombant de l'infini vers le centre gravifique sous la seule influence de la pesanteur, sans vitesse initiale, le coefficient de contraction des longueurs radiales et celui de ralentissement du temps, tels qu'ils sont prévus par la relativité restreinte, coïncident précisément avec ceux de dr et de dt dans le ds^2 de Schwarzschild. Mais est-ce là un fait significatif? Faut-il voir dans la force classique un instrument fictif de détermination des mouvements réels, comme l'entropie calculée sur un phénomène réversible? Ceci n'aurait d'intérêt que si nous entreprenions systématiquement de calculer dans le cas général, à partir des forces ordinaires, la déformation « normale » des repères, et d'appliquer, dans ces repères, un principe de temps propre stationnaire; cela reviendrait à former les g_{ik} d'une manière immédiate au moyen du potentiel newtonien, solution qui éviterait de rechercher dans chaque cas, à partir de $R_{\mu\nu}=0$, et d'une manière indépendante, l'expression exacte du ds^2 .

De toute manière, il resterait à justifier mécaniquement ces déformations spatio-temporelles. Mais il faut avouer que cette exigence ne nous trouble guère : nous ne sommes plus au temps où l'on argumentait métaphysiquement contre l'action à distance. Galilée ou Leibniz avaient raison, d'un point de vue strictement philosophique, lorsqu'ils exigeaient que toute action eût lieu par l'intermédiaire d'influences effectives, mais Newton n'avait pas moins raison de défendre une hypothèse admirablement commode. Si les corps se déforment dans un champ gravifique, le savant admettra bien volontiers que ce fait doit avoir un mécanisme physique, pourvu qu'on n'en exige de lui ni la description exacte, ni la mise en évidence directe. D'ailleurs, si on lui affirmait qu'elles sont définitivement impossibles, il est probable qu'il ne s'en affligerait pas outre mesure : le principe de relativité du lieu n'est pas un dogme absolu, mais une convention utile pour ordonner nos connaissances.

On pourrait aussi tenter de rapprocher l'expression du ds^2 de celle d'une action hamiltonienne généralisée, produit d'un quadrivecteur déplacement par le quadrivecteur impulsion-énergie. A vrai dire, comme toute la dynamique est fondée sur l'étude d'expressions différentielles quadratiques des coordonnées, nous pourrions comparer successivement le ds^2 à n'importe laquelle d'entre elles, de même que nous pourrions comparer la loi $R_{\mu\nu}=0$ à tous les systèmes d'équations aux dérivées partielles du second ordre qui interviennent dans les théories de l'électro-magnétisme. Il ne semble pas que ces explications soient jamais vouées à un grand succès. Du point de vue méthodologique, on peut comparer sur bien des points, et en particulier sur celui-là, la Relativité générale et la mécanique ondulatoire de Schrödinger. La première, guidée par les concepts de la Relativité restreinte, cherche une expression de forme et de sens géométriques équivalant à l'action de la dynamique classique. La seconde, guidée par les concepts ondulatoires de M. de Broglie, cherche une expression de forme et de sens ondulatoires équivalant à l'équation de Hamilton Jacobi. Les lois trouvées dans le cas général sont fort indéterminées, et de plus, on ne sait pas très bien à quoi elles s'appliquent. Au contraire, les solutions propres à des cas particuliers ont un sens relativement précis, et possèdent des propriétés singulièrement heureuses. Quant à chercher un lien étroit entre ces théories et celles dont le vocabulaire les a guidées, cela ne semble pas très fécond.

Retrouver dans l'équation de Schrödinger l'équivalent d'une condition imposée à l'action hamiltonienne, c'est s'exposer à prendre dogmatiquement des analogies formelles dont la possibilité est certaine, puisque la théorie a été au début calquée sur la dynamique classique. Inversement, tant que le sens et la raison physiques de la loi nouvelle ne sont pas définis clairement, et d'une manière satisfaisante pour la raison (c'est-à-dire au fond pour l'intuition), le langage est indifférent et les interprétations sont également légitimes, rien ne justifiant telle ou telle manière d'écrire. Nous pouvons poser aussi bien $\delta \int \sqrt{g_{ik}} dx^i dx^k = 0$ ou, ce qui revient exactement au même, $\delta \int \sqrt{g_{ik}} u^i u^k ds = 0$ (somme de 1 à 4) ou encore $\delta \int \sqrt{g_{ik}} \dot{u}^i \dot{u}^k + g_{11} dt$ (somme de 1 à 3); et nous pouvons tout aussi bien écrire la loi de forces que ces expressions admettent comme équation d'Euler : les $g_{ik} u^i$ sont les moments généralisés, le g_{11} joue le rôle de l'énergie. Les conditions de fait imposées aux g_{ik} nous ramènent à des formes tout à fait comparables aux formes normales. La seule chose que nous ne comprenions pas, c'est pourquoi le potentiel classique entre dans les coefficients nouveaux; pourquoi réussit en ce cas une sorte de règle de fausse position. Mais cette difficulté se retrouve partout : dans la mécanique de Schrödinger, l'hamiltonienne doit être déterminée dans chaque cas, d'une manière indépendante, assujettie seulement à donner des résultats pas trop différents des résultats classiques; mais, dans le cas de l'hydrogène, on introduit le potentiel classique, que rien ne justifie à la rigueur. Les résultats sont d'ailleurs excellents.

Il faut donc convenir que la théorie de la Relativité générale n'est pas achevée, en un double sens : intrinsèquement, elle ne nous fait connaître la structure de l'espace-temps que d'une manière accidentelle, dans un cas particulier, qui n'a de sens qu'à une certaine échelle des phénomènes. La théorie classique de la gravitation ne perd pas beaucoup au change, mais la géométrie et la mécanique classiques y perdent beaucoup, ne pouvant plus être définies que relativement à un certain système de concepts physiques, lequel est toujours sujet à révision et à approfondissement.

Extrinsèquement, elle sépare radicalement la théorie de la gravitation de toutes les autres théories physiques, alors que jusqu'ici le parallélisme était parfait sur la plupart des points, et l'on peut trouver, à bien des égards, que le remède est pire que le mal. C'est pourquoi, de même que la Relativité restreinte implique une théorie des mouvements accélérés, la Relativité générale implique une théorie générale des forces et de leurs effets géométriques. Telle est la condition pour que le progrès expérimental corresponde à un progrès rationnel.

§ 3. — La déduction du divers physique.

Avant de conclure, nous devons signaler enfin un mérite éminent que l'on attribue d'ordinaire à la Relativité générale : elle permet, dit-on, de reconstruire toute l'expérience à partir d'un petit nombre de notions et de lois fondamentales. C'est là une entreprise héroïque et toute cartésienne, hégélienne même, pourrait-on dire, et dont le plus illustre protagoniste

est M. Eddington. Que devons-nous en penser? Tout d'abord, il faut que nous précisions le sens des mots réduire et déduire.

Appliquons-les d'abord aux notions :

a) Le type essentiel de réduction est celui qui consiste à supprimer une grandeur considérée comme une substance d'un type séparé, et à la traiter comme un état d'une autre grandeur, ou d'un ensemble d'autres grandeurs. Ainsi les couleurs, les sons ont été réduits à des vibrations de fréquence variable d'un milieu réel ou hypothétique. Ainsi la chaleur n'est plus considérée physiquement comme une chose, mais comme un état de mouvement des molécules. Ce n'est qu'une grandeur abstraite. Ainsi encore l'énergie cinétique de l'électron peut être, suivant certains, réduite à celle du champ magnétique que son mouvement détermine.

b) Nous trouvons ensuite ce que l'on peut nommer réduction par apparemment ou identification. Ainsi la masse d'inertie coïncide avec celle de gravitation; ceci n'a guère de sens que s'il s'agit de grandeurs abstraites, de simples coefficients.

c) Reste ce que l'on peut appeler réduction symbolique ou, par assimilation abstraite. Elle consiste à montrer que deux grandeurs, dont la nature peut être très différente, peuvent être représentées, dans leur usage théorique, par des notations semblables et assujetties aux mêmes lois. Nous rassemblons des éléments physiques dans l'unité d'un concept abstrait. C'est ainsi que nous procédons pour l'énergie, pour le courant électrique que nous représentons par le travail de la force électromotrice le long de son circuit. Ainsi nous associons, sous le même nom, courant de convection, courant de conduction et même courant de déplacement, encore que le dernier tout au moins corresponde à un phénomène nettement différent des premiers.

Qu'est-ce maintenant que réduire une loi à d'autres lois?

Il est des lois qui se déduisent d'hypothèses initiales, appliquées à certains concepts : de l'hypothèse cinétique, nous tirons les équations d'état; de l'hypothèse électromagnétique, les lois de l'optique physique. Le principe de Fermat détermine toute l'optique géométrique.

Il arrive que dans l'énoncé d'une loi se trouvent impliquées, à titre de réquisits, certaines autres lois. Si j'écris $h = rot\phi$, je puis en conclure que $div\ h = 0$; mais cette déduction est purement logique et ne correspond pas à une subordination rationnelle. Nous avons rencontré un fait de ce genre dans le lien de la loi d'inertie et de celle de gravitation. La déduction des lois à partir de considérations de dimensions est partiellement de cette espèce. Le problème qui se présente ici est au fond l'homologue de celui de la définition en mathématiques; et il est très difficile. A quel moment passons-nous d'une définition constructive à une définition déterminative, et à quel moment celle-ci devient-elle illusoire, et implique-t-elle un postulat supplémentaire?

Nous rassemblons souvent plusieurs lois en une formule commune, nous en réalisons l'unité par simple réunion, nous les réduisons à une seule. Ainsi nous associons en une seule formule la conservation de l'impulsion et celle de l'énergie, nous synthétisons par un symbolisme approprié une opération vectorielle et une opération scalaire. Il n'y a là, en général,

qu'une simplification d'écriture, nous tenons une comptabilité en deux chapitres au lieu de tenir deux comptabilités séparées. Mais si les grandeurs qui entrent en jeu dans les deux cas sont apparentées, nous avons le sentiment qu'un progrès purement formel correspond à quelque chose d'objectif.

Beaucoup d'auteurs contemporains déduisent ou croient déduire certaines lois, certaines propriétés des notions, de conditions purement formelles, que celles-ci leur semblent évidentes à priori ou qu'elles soient suggérées par des analogies théoriques ou expérimentales. Le très grave inconvénient de ce procédé, c'est qu'il ne laisse pas de traces, et qu'en fin de compte, surtout s'il est combiné avec le précédent, nous finissons par ne plus savoir du tout ce qui est postulé et ce qui est conclu. Les conditions formelles finissent par être implicites, et d'autant plus dangereuses, elles tiennent presque la place des intuitions cartésiennes, et elles sont d'ailleurs tout aussi arbitraires. Le procédé est d'origine géométrique : les géométries non-euclidiennes classiques sont seules possibles quand on impose la condition que les déplacements forment un groupe fini ; H. Weyl déduit de conditions arbitraires les connexions géométriques possibles. Chaque progrès de la science marque une nouvelle retraite de l'à priori, qui cherche à résister, en se transposant en conditions purement esthétiques, et qui finit par s'évanouir complètement. En physique, il en est de même. Nous nous imaginons avoir rendu compte d'une loi en montrant qu'elle possède certains caractères formels dignes de remarque. A vrai dire, il y a là beaucoup de degrés. Les conditions imposées peuvent traduire des exigences obscures, mais assurées : par exemple la forme quadridimensionnelle des lois, la réciprocité des transformations en Relativité restreinte. Elles peuvent aussi être gratuites. M. de Donder (1) combine des équations suivant des lois purement formelles, quitte à identifier ensuite, plus ou moins arbitrairement, les grandeurs abstraites avec des grandeurs concrètes. M. Buhl (2) considère des grandeurs M_{ik} auxquelles il impose la condition $\iint M_{ik} dx^i dx^k = 0$ l'intégration étant faite sur une multiplicité à deux dimensions de l'espace-temps (par exemple une surface de l'espace ordinaire). Transformant en intégrale triple, il trouve que l'annulation est possible dans deux cas correspondant à deux types. Il faut alors que les M_{ik} satisfassent à des équations qui ressemblent formellement aux équations de Maxwell. Celles-ci sont donc « déduites » ; il suffit d'identifier les M_{ik} et les coefficients de proportionnalité qui s'introduisent, aux grandeurs concrètes de la théorie électromagnétique. Est-il besoin de dire qu'il n'y a là aucune déduction réelle, mais un simple changement dans l'ordre des définitions, qui aurait d'ailleurs un intérêt si l'expression $\iint M_{ik} dx^i dx^k$ avait un sens physique immédiat, et s'il était naturel de l'égalier à 0.

Même quand le principe est acceptable et semble posséder un sens réel, les applications en sont souvent bien irréelles. M. Winter veut imposer aux g_{ik} dans le cas de l'espace vide, de dégénérer à l'infini de la même manière pour l'espace et pour le temps, ce qui exclut le ds^2 d'Einstein ; la condition est parfaitement arbitraire.

En réalité, toutes ces spécifications formelles répondent à l'idée rationnelle : les lois de la nature doivent être simples. Notre choix est nécessaire-

(1) *Introduction à la gravifique einsteinienne*, et toute une série de travaux à ce sujet.

(2) *Formules stokiennes* (Mem. des sc. math. XVI).

ment très restreint; si donc nous éliminons toutes les lois théoriques acceptables sauf une, nous pouvons dire que celle-ci est justifiée rigoureusement, elle est prouvée, déduite. Mais c'est une illusion de croire qu'on peut ainsi délimiter dogmatiquement le champ des hypothèses, et ériger en lois constitutives de l'esprit des principes purement heuristiques et régulateurs.

Enfin, les physiciens ont parfois l'impression de déduire une loi spéciale de la confrontation d'un principe général avec les faits expérimentaux, en montrant qu'elle est inévitable. Telle composante du champ est nulle, parce que l'hypothèse inverse impliquerait l'existence d'un courant qui n'existe manifestement pas. Cette déduction par la méthode des résidus n'est évidemment qu'un appel subreptice à l'expérience.

Or, les justifications que l'on donne des lois particulières de la physique sont rarement d'un type pur; elles sont entrelacées de raisons formelles, de démonstrations, d'évidences expérimentales plus ou moins discutables. Les physiciens se plaisent parfois à des exposés hybrides, et même lorsqu'ils font œuvre purement théorique, la déduction proprement dite se mêle d'arguments de simple symétrie, sous-tendus implicitement par des allusions expérimentales. Sans doute, il y a dans ce procédé quelque chose d'inévitable, tant que la science est en voie de formation. Mais il doit être éliminé d'un exposé véritablement philosophique, afin de ne pas créer alternativement chez le lecteur un sentiment de confusion ou une illusion de rationalité totale.

On peut, semble-t-il, demander que les physiciens, non pas dans les mémoires où ils créent la science, mais dans les livres où ils l'exposent, séparent ce qui a un sens physique solide, précis, vérifiable, et ce qui n'est que jeu symbolique et pseudo-déduction; de même qu'on peut demander au physiologiste de ne pas mêler indéfiniment les faits de parallélisme psycho-physiologique qu'il a observés, avec la thèse générale de l'épi-phénoménisme, en particulier de ne pas transcrire en termes cérébraux entièrement arbitraires les observations mentales qu'il a faites. Beaucoup de livres sur l'âme et le corps deviennent inutilisables, faute d'une discrimination entre ce qui est connu et ce qui est inventé.

En quel sens la théorie relativiste nous permet-elle de reconstruire l'ensemble de l'expérience? Il est bien certain que, dans la mesure où elle présuppose, à l'inverse des théories classiques de la géométrie et de la mécanique, la connaissance des grandeurs et des lois physiques, elle les implique et les résume implicitement, elle permet donc de les retrouver, de les déduire. C'est ici qu'il importe de séparer les divers thèmes relatifs.

Assurément, la Relativité restreinte permet de déduire d'une transformation géométrique générale les lois des phénomènes en mouvement, tout au moins celles des phénomènes électromagnétiques. Mais il faut poser pour chaque grandeur une convention qui en fixe la nature tensorielle et le rôle particulier à l'intérieur du tenseur. Ainsi, nous dirons que le champ (E, B) constitue un tenseur du second ordre $F_{\mu\nu}$, que $E_i = F_{4i}$, que les B_i sont les composantes d'espace de $F_{\mu\nu}$.

Nous rendons compte des phénomènes, non de notions, car ce n'est pas expliquer le champ magnétique que d'en faire la partie spatiale du tenseur $F_{\mu\nu}$. Nous pouvons, de la définition même du champ et de

l'équation $\frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = J^\mu$ tirer $J^\mu = 0$, équation de continuité ou loi de conservation. Nous pouvons, d'autre part, transcrire la loi donnant la force électrodynamique dans la forme $K_\mu = F_{\mu\nu} \frac{\partial F^{\nu\sigma}}{\partial x^\sigma}$. Il y a là une unité formelle extrêmement séduisante, mais qui ne correspond pas à une déduction réelle.

Quant à la relativité générale, le problème est un peu différent. On dit souvent qu'elle permet de rendre compte de l'existence de grandeurs physiques, et ceci en un double sens dont nous prendrons simplement des exemples : M. Eddington écrit volontiers que la matière n'est rien qu'une manifestation, un élément de perception de la courbure de l'espace-temps ; et l'on en conclut que la notion si obscure de matière est réduite réellement à l'espace et au temps, de la même manière que Descartes la réduisait à l'étendue toute nue, c'est-à-dire caractérisée par le seul fait d'occuper une certaine région de l'espace. Aussi bien, ces deux entreprises sont vouées au même sort : ramenée à des formules plus simples, l'idée d'Eddington revient à dire ceci : la matière n'est rien d'autre qu'un centre de gravitation, elle est une singularité du champ, manière de voir qui n'est évidemment pas liée à la théorie relativiste : dans la théorie classique, nous pourrions aussi refuser de compter séparément l'énergie liée à la masse du centre gravifique et celle qui correspond au champ lui-même et transcrire ceci à l'intérieur du principe d'action stationnaire. Mais cela n'aurait de sens que si la matière ne se manifestait que par la gravitation : le champ en serait tout l'élément réel (1). Mais nous savons que la matière est par ailleurs associée à l'électricité, que la masse que nous lui attribuons, et qui en est le seul caractère, bien défini et mesurable, est la même sous ses divers aspects : coefficient de gravitation, coefficient d'inertie, celui-ci se manifestant en présence des forces les plus diverses, électriques, magnétiques, de percussion, d'attraction, etc. Il est possible qu'il faille éliminer l'idée d'une masse entièrement *sui generis*, mais c'est parce que l'énergie électromagnétique des charges qui sont liées à ce que nous nommons un corps épuise toute l'énergie du corps. Il resterait d'ailleurs encore l'hypothèse d'une matière sans masse, simple support de l'électricité qui jouerait un rôle inerte et assez nécessaire, comparable à celui de l'espace absolu dans le mouvement.

C'est une tendance naturelle, d'ailleurs, que de considérer toute équation comme une définition déguisée. Mais elle est assez dangereuse.

Nous pourrions tout aussi bien dire que l'équation $\frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = J^\mu$ est la définition du courant. A la limite, la nature tout entière serait donnée par un seul système de grandeurs, et tous les aspects qui nous la représentent ne feraient que traduire des dispositions de ce champ. Il resterait à expliquer pourquoi nous isolons certains de ces aspects, au milieu d'une distribution homogène (c'est exactement le problème qui se pose pour Descartes). Non seulement il y a une diversité sensible, mais il doit y avoir une diversité physique fondamentale et probablement irréductible. La science

(1) Dans le cas de l'espace-temps vide, la nuance est intéressante à saisir. Elle correspondrait à la distinction entre l'énergie de l'éther et celle de la matière.

montre que les phénomènes d'apparences les plus diverses sont en corrélation directe; c'est donc qu'ils sont équivalents d'un certain point de vue, par exemple énergétiquement, et c'est par là que nous pouvons les associer et leur trouver une commune mesure. Mais s'ils étaient entièrement équivalents, il ne se passerait plus rien.

Voici un second exemple : la courbure scalaire de l'espace-temps est liée, à l'échelle macroscopique, à l'invariant contracté du tenseur impulsion-énergie φ_0 . Or, le tenseur énergie électromagnétique a un invariant contracté nul. On en conclut que l'énergie de la matière n'est pas d'origine purement électromagnétique. Transportons-nous à l'échelle de l'électron : nous pourrions aller jusqu'à dire que la courbure scalaire de l'espace-temps exige, et même définit la pression de Poincaré. Mais il est clair que le mot « définit » est ici absurde : ce n'est pas parce que l'espace-temps a une courbure que la charge de l'électron ne se disperse pas, ce n'est pas la courbure qui constitue le support de cette charge. Nous ne pouvons même pas dire qu'elle en démontre l'existence, mais qu'elle la présuppose, l'équivalence de ces deux termes étant purement logique. La loi de gravitation ne prend telle forme particulière que si le monde physique a telle structure particulière. L'introduction des conséquences géométriques ne joue ici que le rôle d'une variable surabondante, dont l'emploi peut simplifier les raisonnements, mais sans introduire aucun élément nouveau de démonstration.

On trouvera, orientées en des sens très différents, chez M. H. Weyl (1) et chez M. de Donder, des entreprises de déduction du monde physique qui procèdent des mêmes intentions. On peut dire, en un mot, que nous retrouvons toujours la même démarche : nous construisons un schéma purement théorique des grandeurs abstraites et de leurs lois; puis nous identifions un certain nombre d'entre elles avec des grandeurs concrètes; il nous est alors loisible de dire que les équations théoriques définissent et permettent de déduire les autres grandeurs identifiables. Nous n'avons là, au fond, qu'une variante d'un procédé axiomatique bien connu, qui consiste à présenter les définitions par postulats sous forme de définitions nominales : le rationnel n'est qu'un trompe-l'œil.

D) CONCLUSION.

Nous pouvons maintenant essayer de comprendre le sens général de la théorie relativiste.

I. — Dans les thèmes généraux qui lui servent d'« attendus », principes d'expression quadridimensionnelle, tensorielle, variationnelle, elle correspond à une philosophie de l'expérience de type énergétique, qui se raccorde parfaitement à l'esprit des théories du « champ », si chères aux savants allemands.

II. — Dans ses deux applications précises, emploi de la transformation de Lorentz (Relativité restreinte), théorie de la gravitation d'Einstein (Relativité générale), nous trouvons d'abord des conséquences expérimentales.

(1) Voir, par exemple, ce qu'il dit de la théorie de Mie dans : *Temps, espace, matière*. Mie est d'ailleurs revenu à une interprétation physique de la R. G.

tales rares, mais précieuses, soit qu'elles mettent en jeu l'ensemble de la théorie (invariance de la vitesse de la lumière d'une part, effets astronomiques de l'autre), soit qu'elles portent sur un simple fragment (variation de la masse en fonction de la vitesse, effet de déplacement des raies). Nous y trouvons ensuite un instrument de symétrisation et de réorganisation formelle de la physique. L'exposé nouveau de la physique produit une impression extraordinaire par la pureté et la simplicité de ses lignes. Cependant, notre enthousiasme est un peu réfréné quand nous regardons les choses de plus près. En effet, cette symétrie ne nous explique pas la raison des choses; elle ne porte que sur l'électromagnétisme, pour lequel seul la transformation tensorielle du champ est bien définie. En particulier, la dissymétrie du champ gravifique et du champ électromagnétique est au contraire soulignée par la théorie einsteinienne. Et il est vrai que beaucoup d'auteurs s'en sont montrés ravis, mais ils l'auraient été bien plus encore s'il avait été possible de donner une expression tensorielle, et par là invariante, de la loi de gravitation, sans changer de niveau théorique. Nous avons obtenu la forme cherchée, car les g_{ik} sont des tenseurs, mais il n'y a plus de tenseur énergie gravifique, plus de tenseur champ gravifique. Le caractère géométrique de la force gravifique, qui se manifeste par l'altération du temps et des longueurs, est une singularité étonnante. Naturellement, un changement ingénieux du langage peut alternativement souligner ou masquer ces divergences, mais rien ne nous est expliqué par là, et la théorie classique traduisait beaucoup plus simplement les choses en disant : la force d'attraction est proportionnelle aux masses attirées.

III. — La théorie de la Relativité géométrise les phénomènes, mais elle ne les rationalise pas. En effet, au lieu de réduire les propriétés confuses des phénomènes matériels, aux propriétés claires et distinctes de l'espace et du temps (Descartes du moins les croyait telles), elle transfère aux notions d'espace et de temps l'obscurité de la matière, elle nous les rend irréprésentables, si nous les pensons dogmatiquement. L'explication géométrique prend un sens purement symbolique, dépouille tout sens intuitif. C'est dire qu'elle ne mérite plus le nom d'explication.

IV. — Les théories relativistes sont inachevées; les conditions aux limites n'en sont pas définies, ce qui nous interdit d'affirmer dès maintenant soit qu'elles peuvent, soit qu'elles ne peuvent pas nous donner une image cohérente de l'expérience et recouvrir toute celle-ci par leur prolongement.

V. — La théorie de la Relativité restreinte tend à nier le caractère absolu de l'espace et du temps, celle de la Relativité générale tend à en nier le caractère euclidien, toutes deux tendant à mettre au premier plan, comme une chose d'un seul tenant, le continuum d'espace-temps.

Trois attitudes sont possibles ici :

a) L'interprétation dogmatique, et qui veut être explicative. Elle suppose chez nous une intuition à peu près distincte de l'objet que l'on dit être réel. Or, il semble tout à fait impossible de se représenter la

nature commune de l'espace et du temps. Il l'est plus encore d'imaginer la pluralité des espaces et des temps de la Relativité restreinte et d'y accorder une notion acceptable de l'action transitive. Nous pensons naturellement le monde dans l'espace et le temps absolus. Par contre, l'idée d'un espace courbe n'a en soi rien de choquant et d'absurde.

b) L'interprétation géométrique de type cayléen. Elle accepte dans le cas de la Relativité restreinte l'espace absolu (et naturellement euclidien), dans celui de la Relativité générale l'espace euclidien (et naturellement absolu), et elle considère que les altérations des repères d'espace-temps qui peuvent être définies soit en termes finis, soit en termes infinitésimaux, portent sur les corps et les horloges réels. Elle est géométrique en ceci que nous renonçons à expliquer pourquoi les corps et les horloges sont altérés, pourquoi les phénomènes conservent leurs lois par rapport à ces repères altérés. Cette interprétation nous contraint d'abandonner les principes classiques de relativité du mouvement et de la position, qui forment un élément essentiel du principe de raison suffisante.

c) L'interprétation physique, du type de Lorentz. Elle suppose que les altérations physiques précitées doivent être en quelque manière explicables, ainsi que l'invariance des lois naturelles. Elle est facilitée par la séparation radicale de la gravitation, qui ne laisse guère subsister que les forces électromagnétiques, pour lesquelles Lorentz avait déjà donné une sorte d'explication. Ce qui semblait imposer l'abandon de toute théorie de ce genre, c'était la généralisation admise par Einstein au cas de toutes les forces. Mais si, par un autre procédé, on élimine la force la plus encombrante, celle d'attraction qui d'ailleurs se prêtait mal non seulement à la réduction explicative mais même à la réduction formelle, l'espoir d'une théorie physique, électromagnétique, renaît spontanément. Sans doute ne convient-il pas, ici encore, de nous faire trop d'illusions. Les raisonnements de Lorentz, ou ceux de Poincaré dans son mémoire célèbre sur la dynamique de l'électron, ne nous font pas comprendre pourquoi et comment les déformations se produisent. Ils nous montrent simplement dans quelle mesure il faut les admettre pour sauver la relativité des phénomènes par l'invariance des équations de Maxwell. Il en est ici du mot physique comme du mot réel : il correspond surtout à une attitude de pensée.

Le choix entre les interprétations est assez indéterminé. La première est à la fois la plus naturelle et la moins acceptable, car elle ne répond à aucune pensée réelle. Les deux autres s'équivalent à peu près. Et sans doute, si nous les adoptons, on pourra demander à quoi tient le mirage de l'explication géométrique, pourquoi ce schéma symbolique s'accorde si bien avec le monde, s'il n'en révèle pas la nature profonde. C'est le problème toujours vivace du réalisme platonicien, dont on ne peut dire qu'il est absurde, mais auquel on ne peut apporter que des solutions ou inacceptables ou verbales, et qui ne vaut que comme allusion à un inconnaissable, ou plutôt à un au-delà de la connaissance.

VI. — Le principe de relativité expérimentale du mouvement uniforme reste universellement valable, il s'applique à tous les phénomènes, comme il s'appliquait dans la théorie classique aux actions mécaniques. On peut l'étendre, semble-t-il, à tous les mouvements d'inertie, étant admis qu'un

corps immobile dans un champ de gravitation n'est pas inerte. Ce principe qui dérive des formules relativistes ne semble avoir aucun intérêt, aucune certitude propres, bien qu'il ait pu guider les recherches des physiciens. Avant les expériences de Michelson, on ne lui attribuait aucune valeur dogmatique. Il vaut ce que vaut le principe de Heisenberg sur les grandeurs fondamentales de la théorie physique.

VII. — Les théories relativistes concernant la structure d'ensemble de de l'espace et du temps, et plus encore leur étendue et leur forme, sont purement conventionnelles. Elles dépassent actuellement l'expérience, et ont d'ailleurs leurs corrélatives dans la physique traditionnelle.

VIII. — Il n'est plus possible désormais de séparer la théorie de la nature en deux parties, l'une géométrique, l'autre physique. C'est l'ensemble de notre image du monde qui est en jeu, chaque fois que notre connaissance expérimentale se complique et devient plus profonde : non que toute séparation soit inacceptable, mais nous savons qu'elle ne résulte que d'une décision, et qu'elle risque d'entraver dans son progrès notre description des phénomènes.

IX. — Le schéma physico-géométrique des phénomènes ne résout pas le problème de leur nature profonde, ne supplée pas à leur analyse directe. Il prouve seulement que, dans la prévision organisée de certains faits, nous pouvons faire abstraction de cette nature, qui reste par ailleurs objective et non déduite.

CHAPITRE IV

Aspects nouveaux de l'espace et du temps

§ 1. — *Electromagnétisme et géométrisation.*

La théorie de la Relativité générale nous montre que la structure de l'espace-temps peut être liée à certaines circonstances physiques, et déterminer le mouvement accéléré des corps. Plusieurs savants ont essayé de généraliser cette expression des faits naturels, et de géométriser les autres champs de forces. Ceci répond, semble-t-il, à deux intentions principales. La première est de rétablir la symétrie formelle entre les lois de la gravitation et celle des autres forces. Elle est parfaitement réalisée dans la mécanique classique, au moins dans les grandes lignes, puisque les différentes forces vérifient des équations semblables et s'ajoutent purement et simplement. Par contre, l'application de l'analyse tensorielle à une multiplicité non-riemannienne, si elle raccorde parfaitement le champ gravifique et le champ électromagnétique, établit une dissymétrie radicale entre eux, elle les superpose, au lieu de les juxtaposer. C'est contre ceci qu'il s'agit de réagir. Nous retrouvons ici le paradoxe foncier de la théorie relativiste : à peine, en raison des propriétés spéciales de la gravitation, lui a-t-elle fait un sort entièrement distinct, qu'elle s'efforce de remédier à cette singularité et de rétablir l'unité formelle.

Si l'on n'avait égard qu'à cette intention, on la réaliserait facilement, non sans doute à l'échelle des forces, mais, par exemple, à celle des principes d'action. C'est ainsi que Lorentz, Hilbert, Einstein lui-même ont associés dans une même extrême les diverses formes d'action, par là les diverses lois des phénomènes. Mais il s'agit plutôt d'une unification de surface, possible dans toutes les théories. Il y a déjà longtemps que le principe d'action stationnaire a été généralisé par la définition d'une action, d'une fonction de Lagrange électromagnétiques. C'est d'ailleurs là un procédé très général de l'esprit : les électriciens, pour sauver la loi $e = R\dot{i}$, élargissent indéfiniment le concept de résistance, ils élargissent celui de courant pour simplifier les lois générales du champ, ils étendent les notions simples de l'énergétique aux phénomènes de la chimie-physique. Ces procédés ont une valeur mnémotechnique et heuristique plutôt qu'une valeur philosophique.

D'autre part, il y a quelque artifice à mettre au premier plan l'expres-

sion variationnelle des lois. La géométrisation devrait trouver son expression naturelle à l'échelle différentielle, celle des actions de proche en proche.

Ne nous abusons pas, d'ailleurs, sur l'unification qui peut être introduite. Il y a dans les faits une diversité objective que nulle expression formelle n'éliminera : le rôle du rapport $\frac{e}{m}$ dans l'action mécanique du

champ électrostatique est un fait qui l'oppose à celle du champ gravifique, et qui se retrouvera nécessairement dans tout exposé, comme la différence du magnétisme et de l'électricité se reflète dans les équations de Maxwell, comme celle du temps et de l'espace dans la définition de l'intervalle d'univers.

La seconde intention est plus réelle, elle a un intérêt philosophique et physique beaucoup plus considérable. Elle est, d'une part, d'associer à tout champ de forces une altération géométrique de l'espace et du temps, d'autre part d'expliquer par cette altération l'action mécanique du champ en ramenant le principe du mouvement à un principe d'inertie.

Il est à remarquer que le problème a été résolu dans le cas le plus général. En effet, M. Cartan a montré que toute loi de forces pouvait être écrite sous forme géométrique, et qu'elle revenait à définir en termes différentiels et non intégrables l'équipollence des repères métriques attachés aux divers points de l'espace-temps. Il a même montré l'unicité de cette représentation, lorsqu'on assujettit l'espace-temps à n'avoir pas de torsion. Dans ces conditions, il semblerait qu'on eût un cadre précieux pour apprécier les formes théoriques plausibles des diverses forces, et leur composition géométrique. Les physiciens n'ont pas retenu, semble-t-il, cette indication. Peut-être était-ce, justement, qu'elle s'appliquait indifféremment à toute espèce de forces, mais il en est de même du principe d'action stationnaire, auquel ils sont pourtant fort attachés. En fait, ils ont cherché à géométriser, d'une manière plus spécifique, un champ privilégié, le champ électromagnétique.

Le privilège de ce champ est double. D'une part, on peut dire que les forces physiques, en dehors de la gravitation, se ramènent aux forces électromagnétiques. Pensée assez vague et contestable, si l'on entend par là les forces actuellement étudiées, assujetties aux lois de Maxwell. On voit mal comment l'atome pourrait être construit uniquement à l'aide de charges électriques, ou comment, par exemple, un cristal subsisterait sous le seul effet des forces accoutumées (on sait, par exemple, qu'on introduit pour expliquer le maintien des atomes à des distances fixes une répulsion inversement proportionnelle à la neuvième puissance de la distance).

D'autre part, on admet volontiers que les lois de Maxwell, qui règlent l'équilibre du champ électromagnétique, sont parfaitement vraies. Elles s'expriment de la manière la plus élégante sous forme tensorielle, grâce à l'introduction d'une quatrième dimension, elles sont invariantes dans la transformation de Lorentz. La théorie correspondante ne laisse inexplicables qu'un très petit nombre de faits. La difficulté la plus grave est évidemment qu'elle ne semble pas applicable à l'intérieur de l'atome, d'où Bohr l'a chassée, non sans quelque scandale. Si elle n'a qu'une valeur statistique, il semble bien difficile de lui conférer une vérité absolue. Peut-être les lois de Maxwell suivront-elles le sort de celle de Newton.

Ce qui rend malaisée la géométrisation du champ électromagnétique,

c'est le rôle que joue dans l'action mécanique le rapport de la charge à la masse du mobile. Il intervient dans l'équation de Lorentz quadrimensionnelle $\frac{d}{ds} \left(m_0 c \frac{dx^i}{ds} \right) = e u^k F_{ik}$, il se retrouve dans les extrémales correspondantes, par exemple celle-ci : $\delta \int (m_0 c + e \varphi^i u_i) ds = 0$, il se retrouvera nécessairement dans toute expression de forme géométrique. Or, comme il est difficile d'admettre sans autre raison que la structure de l'espace-temps varie avec le rapport de la charge à la masse, il faut trouver un sens géométrique à ce rapport. Une difficulté accessoire naît du fait que le champ électromagnétique intervient déjà par son tenseur impulsion-énergie dans l'expression de la courbure gravifique.

A. — M. H. Weyl s'est attaché à donner aux potentiels φ_i une signification géométrique inspirée de la gravifique einsteinienne. Étant donnée la manière dont le champ dérive des potentiels, l'annulation de ce champ est la condition pour que l'expression $\varphi_i dx^i$ soit une différentielle totale exacte. Reste à trouver un sens géométrique à cette expression : il a pris la longueur d'un vecteur que l'on déplace à travers le champ. Dans la théorie einsteinienne de la gravitation, la connexion affine n'est pas intégrable, mais la connexion métrique l'est : notre étalon de longueur est donc variable, mais il est le même en un point donné, quel que soit le chemin suivi pour y arriver. Supposons qu'il n'en soit pas ainsi, et posons, l étant la longueur du vecteur déplacé $\frac{dl}{l} = \varphi_i dx^i \left(\text{Si } \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_k} - \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} \right) \neq 0$, il y a un champ électromagnétique, et un repère transporté par plusieurs chemins cesse d'être congruent à lui-même; en particulier, il peut avoir changé de longueur en revenant à son point de départ. Si le champ est nul, l est intégrable et ne dépend que du lieu. Enfin, si les φ sont nuls, l est constant. On peut dire, si l'on veut, que le champ électromagnétique est construit dès que l'on se donne la forme différentielle linéaire géométrique $\varphi_i dx^i$, de même que le champ gravifique est construit dès que l'on se donne la forme quadratique $g_{ik} dx^i dx^k$. Ce n'est là, bien entendu, qu'une manière de parler.

Cette théorie, accueillie à l'origine avec une grande faveur, n'a pas donné beaucoup de résultats. Elle ne rend pas compte, semble-t-il, du rapport de la charge à la masse, de l'action mécanique du champ; elle ne donne pas de sens géométrique à l'équation $F^{\mu\nu} = J^\mu$. Si elle devait être reprise, elle entraînerait à croire qu'il existe en outre une troisième espèce de champ capable de déformer plus radicalement les repères métriques, c'est-à-dire de donner une torsion à l'espace-temps.

Il n'est d'ailleurs pas vraisemblable que le champ agisse mécaniquement sur les charges seules, et géométriquement sur tous les objets. D'autre part, on le voit mal agissant d'un côté par ses potentiels, de l'autre, par son tenseur impulsion-énergie. Ajoutons que rien n'oblige à associer l à une unité de longueur spatio-temporelle, plutôt qu'à une unité de masse, ou à toute autre.

Cette tentative curieuse, qui introduit un élément héréditaire dans les grandeurs physiques, n'a donc pas grand intérêt actuel. Elle a une assez grande portée philosophique, car elle nous montre la facilité avec laquelle nous admettrions, le cas échéant, l'abandon d'une nouvelle propriété de l'espace et du temps, et le rôle géométrique d'un nouvel élément physique.

Elle a le mérite de souligner la dissymétrie radicale introduite par la Relativité générale entre le champ gravifique nouveau et le champ électromagnétique ancien, dissymétrie qui se manifeste à tous les degrés, et qui ne pourra être levée que par la modification de l'une d'elles. Il est en effet douteux que l'on puisse associer étroitement des théories qui font intervenir des grandeurs de nature différente, sans analyser dans leur infrastructure les rapports de la matière et de l'électricité et il est douteux qu'on puisse, à l'échelle macroscopique, établir une synthèse autre que purement verbale, ou, si l'on préfère, formelle.

B. — Nous dirons encore un mot d'un autre effort pour géométriser l'électromagnétisme, celui de Kaluza et d'O. Klein dont M. de Broglie a exposé les grandes lignes dans le *Journal de Physique* (1). Ces auteurs veulent avant tout rendre compte de l'action mécanique du champ, laquelle est représentée en notations ordinaires par l'équation de Lorentz :

$$\frac{d}{dt}(mv) = ef = e \left\{ E + \frac{1}{c} [v.H] \right\}$$

ou en notations quadridimensionnelles :

$$\frac{d}{ds} \left(m_0 c \frac{dx_i}{ds} \right) = e \frac{dx_k}{ds} \left(\frac{\partial \varphi^i}{\partial x_k} - \frac{\partial \varphi^k}{\partial x_i} \right) = eu^k F^i_k. \quad [1]$$

De plus, ils ont cherché à la rattacher à une expression quadratique semblable à celle de la gravitation, capable de remplacer l'expression linéaire $L = m_0 c + e \varphi_i u^i$. Il est digne de remarque qu'ils y soient arrivés en introduisant une dimension supplémentaire de telle manière qu'ils aient affaire à un $d\sigma^2 = d\theta^2 + ds^2$ dont les extrémales donnent justement l'équation (1). Cette dimension supplémentaire correspond à la charge, le

rapport $\frac{d\theta}{d\sigma}$ étant proportionnel à $\frac{e}{m_0}$.

Posons en effet : $d\sigma^2 = \gamma_{00} dx_0^2 + 2\gamma_{0i} dx_0 dx_i + \gamma_{ik} dx_i dx_k$ (1-4)

$$\text{avec } \gamma_{00} = \frac{16\pi G}{c^2 \alpha^2}, \quad \gamma_{0i} = \alpha \gamma_{00} \varphi_i, \quad \gamma_{ik} = g_{ik} + \gamma_{00} \alpha^2 \varphi_i \varphi_k$$

Il vient : $\delta \int (\gamma_{00} u^{02} + 2\gamma_{0i} u^0 u^i + [\gamma_{00} \alpha^2 \varphi_i \varphi_k + g_{ik}] u^i u^k) d\sigma = 0$.

d'où des équations de Lagrange qui donnent $\gamma_{00} u^0 + \gamma_{0i} u^i = p_0$

et si le champ de gravitation est nul $g_{ik} \frac{du^k}{d\sigma} = \alpha p_0 \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_k} \right) u^k$

ou, en posant $p_0 = \frac{e}{\alpha m_0 c} = \frac{d\theta}{d\sigma} \sqrt{\gamma_{00}}$ l'équation (1).

C'est là un résultat curieux et qu'il valait sans doute la peine de rappeler. Il établit avec la théorie einsteinienne une analogie beaucoup plus forte que ne le ferait une expression de la forme $\delta \int (m_0 c g_{ik} u^i u^k + e \varphi_i u^i) d\sigma = 0$. Il permet de prévoir une variation de l'espace-temps liée d'une manière holonome à la présence du champ, en particulier une variation du temps liée à la présence du potentiel scalaire.

Malheureusement, on ne peut dire que le gain rationnel soit considérable. Ce que nous pouvons considérer comme intéressant, c'est la possibilité d'associer l'électromagnétisme à une expression différentielle quadratique. Mais l'emploi d'une dimension supplémentaire qui masque

(1) Février 1927, p. 65.

l'introduction du rapport $\frac{e}{m_0}$ est évidemment un simple artifice de calcul dont Mach avait déjà signalé l'utilité. Il est bien clair que si nous nous donnons autant de dimensions qu'il y a de variables indépendantes, nous pourrons géométriser n'importe quelle théorie; il suffira de considérer un espace de configuration adéquat; si le procédé réussit pour la gravitation dans l'espace à quatre dimensions, c'est que ni la masse, ni la charge du corps attiré n'entrent en jeu.

D'autre part, il conviendrait ici encore de trouver un sens géométrique aux équations $F_{\mu\nu}^\nu = J_\mu$. Il faudrait que les φ_i comme les g_{ik} fussent déterminés par voie géométrique, il faudrait même qu'une loi unique déterminât les γ_{ik} et les g_{ik} en bloc, sinon l'association des deux champs aura toujours quelque chose d'assez factice, comme le rapprochement de l'action mécanique et de l'action électromagnétique dans la théorie classique.

Il y a enfin un certain danger, dans toutes ces synthèses formelles, c'est que nous nous éloignons indéfiniment des grandeurs concrètes pour raisonner uniquement sur des grandeurs presque complètement fictives, et cette enveloppe abstraite dont nous enserrons les phénomènes n'en est pas l'explication la plus rationnelle. Est-il opportun, par ailleurs, de chercher uniquement les analogies, et nous révèlent-elles vraiment les affinités profondes; ou n'ont-elles au contraire pas plus de portée que la division des variables d'extension et d'action dans les divers ordres de phénomènes physiques, ou encore l'analogie du son et de la lumière, celle de l'électricité et de l'hydrodynamique? La chose est douteuse. Nous essaierons tout à l'heure de montrer d'ailleurs combien il est difficile de dire quelles sont les grandeurs véritablement expérimentales.

§ 2. — Théories quantiques et géométrisation.

Nous voudrions maintenant dire quelques mots sur des théories nouvelles, obscures et difficiles, et dont nous n'oserions parler si elles n'illustraient pas d'une manière frappante l'ensemble des remarques épistémologiques que nous avons formulées à l'occasion des théories relativistes. Les théories quantiques nous montrent en effet comment l'intelligence des phénomènes passe insensiblement de l'ordre intuitif à l'ordre purement abstrait, comment l'explication physique devient mécanique et tend vers le géométrique. Dans cette extension de la théorie, nous voyons à l'œuvre les procédés mêmes qu'utilisaient les relativistes, la recherche de lois d'un type formel déterminé, l'introduction de variables dont le sens physique n'est pas défini, que nous cherchons à identifier à des grandeurs objectives, anticipant ainsi théoriquement non seulement sur les lois, mais sur la division conceptuelle de l'expérience. Ici encore la solidarité du divers physique et de l'espace se manifeste, et elle entraîne des conséquences curieuses. En effet, nous voyons la description intuitive du réel se défaire progressivement : d'une part, poussant l'énergétisme à outrance, nous avons tendance à représenter des phénomènes complexes par des données purement abstraites, assujetties à des lois particulières (énergies ou autofonctions de Schrödinger, matrices de Heisenberg, etc.), les systèmes

matériels ne sont plus que des variables symboliques que l'on peut rattacher par des conventions de langage à des expériences réelles; d'autre part, nous nous demandons si, du point de vue de la science et même objectivement, les phénomènes élémentaires existent individuellement. Nous finissons par douter que la réalité physique ait la moindre affinité avec la réalité sensible.

Qu'en résulte-t-il, touchant l'espace et le temps physiques? C'est que nous doutons de leur ressemblance au sensible. Non seulement nous imaginons des espaces-temps de configuration dont nous pouvons croire à la rigueur qu'ils représentent mieux que l'espace-temps classique la réalité objective, mais nous finissons par nous demander si l'idée même de l'espace n'est pas une fiction purement macroscopique. La théorie relativiste nous a appris que tout ce qui pouvait être donné à priori du concept physique d'espace, c'était une règle de détermination, l'expérience seule pouvant nous instruire de sa structure et de sa forme. Mais cette règle même suppose des instruments, des mètres, des horloges. Or, à l'échelle microscopique, ces notions cessent d'être définies, la notion d'espace suit le même sort. Elle n'aurait donc aucun privilège de réalité, par là même aucune valeur propre d'explication.

L'objection que l'on peut faire à toute géométrisation de l'électromagnétisme, prise en un sens réaliste, c'est qu'elle rattache une propriété de nature universelle de l'espace et du temps à une circonstance particulière, prise comme telle. Par contre, d'autres lois semblent aptes à être géométrisées : ce sont les lois dites de quantification. Elles se manifestent dans toute leur force à l'échelle moléculaire, et elles semblent valoir pour tous les phénomènes, pour tous les échanges d'énergie. Or, nous avons sur ce point le choix entre trois attitudes :

Ou bien les lois quantiques traduisent simplement une valeur moyenne des échanges, liées à un mécanisme au fond continu, de nature déterminée, et imaginable.

Ou bien elles expriment un fait absolu et irréductible, ayant son origine dans la structure même de l'espace et du temps.

Ou bien enfin, ceux-ci restant continus, les notions mêmes de position et d'instant pour un point matériel cessent d'être définies en dehors de certains nœuds. Il s'introduit une indétermination essentielle.

Essayons de montrer, sur des exemples simplifiés, comment les physiciens passent de l'explication concrète à l'explication géométrique. Prenons le cas de la mécanique ondulatoire. On est tenté naturellement d'associer le caractère quantique d'un phénomène à l'existence d'une onde, d'abord parce que le premier principe de Bohr suppose effectivement l'existence d'une onde, ensuite parce que dans une onde nous trouvons d'avance une sorte de quantification, qui se manifeste par exemple dans les phénomènes de résonance. A vrai dire, la notion d'onde elle-même peut être prise plus ou moins concrètement. Chez certains, il s'agit d'ondes réelles, semblables, identiques parfois aux ondes électromagnétiques (celles-ci, il est vrai, sont devenues bien abstraites, depuis que nous ne prenons plus en grande considération l'image d'un milieu élastique; nous admettons cependant qu'elles constituent un fait concret); chez d'autres, il s'agit d'ondes tout à fait hypothétiques, voire nécessairement fictives. Chez d'autres enfin, il n'y a plus d'ondulatoire que la forme imposée aux

équations, nous cherchons des expressions symboliques de type ondulatoire, dont il restera à identifier les éléments avec des grandeurs plus ou moins directement expérimentales. On peut dire que M. Schrödinger cherche systématiquement à caractériser les phénomènes quantiques par des équations de Jacobi à forme ondulatoire, comme M. Einstein cherche à caractériser les phénomènes de gravitation par des extrémales à forme géométrique. A vrai dire, les équations de la physique mathématique tournent autour de quelques types d'équations aux dérivées partielles du second ordre, auxquelles nous pouvons attribuer, sans trop d'artifice, un sens géométrique ou ondulatoire.

A. — EXEMPLE DE THÉORIE INTUITIVE.

Les théories du premier genre, celles qui constituent une analyse mécanique des phénomènes, se présentent surtout dans le cas du premier principe, et dans son application au rayonnement électromagnétique. Il semble en effet que lorsqu'une onde transporte de l'énergie, cette énergie reste localisée, groupée autour de centres très petits : les photons. Les deux phénomènes principaux qui justifient cette manière de voir sont l'effet photo-électrique et l'effet Compton. Reste à comprendre ce qu'est un photon, comment il est associé à une onde, comment il peut agir et d'où il vient. Or, il faut bien l'avouer, le photon jusqu'ici n'est guère qu'un nom, qui couvre l'emploi de certaines règles de calcul, mais qui ne correspond à aucune idée réelle. Prenons comme exemple la théorie par laquelle sir J. J. Thomson a essayé de nous le rendre intelligible; il l'a exposée dans des articles qu'a rassemblés M. Fric, sous le titre : « La structure de la lumière ».

A côté des ondes lumineuses que l'on peut représenter par des lignes de force fermées s'élargissant indéfiniment avec le temps, de telle sorte que la densité d'énergie associée décroisse indéfiniment, existent des quanta où se concentre l'énergie. Ces quanta sont des tubes de force très déliés, fermés sur eux-mêmes et indéformables en temps normal. Ils peuvent vibrer autour de leur forme circulaire, la vibration ayant une période égale au temps mis par la lumière à parcourir la circonférence. Ils ont une énergie potentielle interne très grande, une énergie cinétique, ou si l'on préfère une masse, égale à $h\nu$; leur vitesse est c , comme il est naturel pour des lignes de force dans le cas de l'électromagnétisme classique. Leur masse est très faible par rapport à l'énergie potentielle, leur masse propre est nulle. A l'intérieur existe un champ intense, à l'extérieur un champ nul. Les quanta liés aux lumières de diverses fréquences ont une forme semblable, mais une grandeur différente. Ils se déplacent suivant le vecteur de Poynting, et constituent les rayons lumineux. L'interaction d'un quantum et d'un électron peut être de deux sortes : ou bien une cession d'énergie cinétique, nécessairement très faible, ou bien une dissociation du quantum avec cession d'une énergie incomparablement plus grande. En gros, l'image de Thomson est celle d'un obus qui heurte une voûte : ou bien il n'éclate pas, et poursuit sa route, en échangeant un peu d'énergie cinétique, ou bien il éclate, et modifie la structure de la voûte, peut-être même en expédie au loin les morceaux, c'est-à-dire les électrons. La théorie de

Thomson considère des interactions plus élastiques, mais la différence n'est pas bien grande.

Ces hypothèses traduisent naturellement les faits expérimentaux, et l'on conçoit qu'elles puissent permettre de retrouver l'effet photo-électrique et l'effet Compton. Reste à savoir si elles sont en elles-mêmes très satisfaisantes, et si elles ajoutent beaucoup à l'idée brute d'un quantum se propageant le long des rayons de l'onde et cédant son énergie.

I. — L'application des principes de relativité est ici assez incertaine. En effet, la masse propre est ici supposée nulle. Mais pour qu'on puisse appliquer les idées relativistes, il faut compter dans la masse l'énergie intérieure, ce que l'on ne fait pas ici.

II. — La notion de tube de forces est bien précaire. A quoi est liée cette singularité dans le champ normal, à quoi est lié le champ intérieur? Tout ceci n'a de sens que si nous attribuons à l'électron une structure interne très compliquée.

III. — Les rapports de l'onde et du quantum sont obscurs. L'énergie du quantum est $E = h\nu$, mais il ne concentre pas toute l'énergie du champ. Comment calculer la partie réservée à l'onde? On renonce évidemment à l'expression classique $\frac{1}{2} (H^2 + E^2)$. J. J. Thomson suppose que dans certains cas (fréquence très grande) les quanta mangent tout, les ondes gardant tout dans le cas des fréquences très faibles. Et cette remarque répond un peu, à l'avance, à la difficulté qu'il y a à concevoir les quanta liés aux ondes hertziennes.

Enfin, comment concevoir le lien de l'onde et du quantum? L'onde est-elle le guide? Alors, les accidents arrivés au quantum ne doivent pas la modifier. Le quantum détermine-t-il l'onde? Alors, les phénomènes propres à la théorie ondulatoire ne devraient pas être perceptibles, tout en ayant lieu objectivement.

La difficulté vient au fond de ce que seule l'énergie rend un objet capable d'agir et par là d'être perçu. Le rayonnement virtuel de Bohr est un rayonnement inexistant au point de vue expérimental.

Il ne suffit pas, semble-t-il, de partager l'énergie pour résoudre le problème. Assurément des esprits audacieux n'hésitent pas à attribuer une énergie séparée à l'onde et au photon, et même à parler d'une énergie relative de l'onde et du photon. Malheureusement, si l'on comprend à peu près comment un atome pourrait absorber uniquement l'énergie du photon en laissant l'onde continuer sa route, on voit mal comment il émettrait à la fois l'énergie de l'une et de l'autre. En réalité, une hypothèse de structure complique dans ces conditions plus qu'elle n'explique. Autant admettre que l'énergie de l'onde est absorbée par quanta, sans en donner de justification. Peut-être d'ailleurs sera-t-on amené à considérer tous les effets proprement ondulatoires comme adventices, et à revenir, pour le squelette de la théorie, à une théorie de l'émission. Tantôt tout se passe comme si le quantum était le fait déterminant, et tantôt comme si c'était l'onde.

IV. — Enfin la production et « l'explosion » des tubes de forces est une image heureuse, mais pas très claire. A vrai dire, il n'est guère permis d'espérer une compréhension claire d'un phénomène de ce genre, tant que

toutes les formes d'énergie ne seront pas supportées par des grandeurs d'un type uniforme, tant que, en particulier, l'énergie cinétique ne sera pas ramenée à une énergie de champ. Car comprendre ne peut être ici que saisir la persistance de certaines grandeurs, concrètes ou abstraites, différemment groupées. Or, il y a, dans la notion même de champ, et dans les grandeurs associées, une ambiguïté fondamentale.

V. — On voit donc l'obscurité qui demeure en une telle hypothèse. Au fond, elle est une traduction imagée d'une manière de voir qui se généralise actuellement. De même qu'il y a une analogie entre la théorie des ondulations acoustiques et celle des ondulations lumineuses, la théorie des quanta de lumière nous incline à un parallèle avec la conception moléculaire des gaz, à l'image d'un gaz de lumière qui peut être, évidemment, un guide précieux. De même que le choc de deux molécules ou le choc contre une paroi est un phénomène complexe dont nous pouvons négliger la structure, ainsi l'interaction des quanta de lumière et des atomes peut être négligée dans son détail, alors qu'il reste possible de formuler directement les lois de la désorganisation de l'énergie lumineuse.

VI. — Il faut ajouter que la théorie de J. J. Thomson, si elle se donne la relation $E=h\nu$ et si elle en déduit, par cette interprétation, plusieurs phénomènes, ne touche pas au problème des niveaux intra-atomiques d'énergie, ne rend donc pas compte du deuxième principe de Bohr (on ne peut d'ailleurs pas dire qu'elle rende compte du premier puisqu'elle le prend d'abord comme définition de quantum de lumière). Elle restreint au minimum la quantification, qui ne porte que sur l'énergie du photon. L'onde se propage d'une manière continue. Nous sommes en présence d'un fait purement physique comparable à l'existence d'une charge élémentaire.

B. — EXEMPLE DE THÉORIE SEMI-INTUITIVE.

Un type de théorie semi-intuitive, mais d'esprit nettement réaliste et physique, nous est fourni par les travaux de M. de Broglie qui sont à l'origine de la mécanique ondulatoire actuelle, encore que celle-ci ait pris une forme purement abstraite et symbolique, et qu'elle ait par là changé totalement de nature. M. de Broglie est parti du problème symétrique de celui de la lumière, il a considéré qu'à tout électron devaient être associés une onde ou un système d'ondes. Cette hypothèse semble intéressante à bien des égards. D'abord elle établit une analogie remarquable entre les deux domaines qui se partagent les grandeurs physiques : celui de la matière et celui du rayonnement. En second lieu, elle nous laisse entrevoir confusément comment l'énergie matérielle de l'atome peut se transformer en énergie de rayonnement : il n'y a pas transformation radicale. Elle nous incline à prévoir dans le cas de l'électron des phénomènes que l'on croyait jusqu'ici propres aux ondulations, par exemple des franges de diffraction. Elle laisse aussi entrevoir si l'orbite d'un électron est fermée, pourquoi certaines conditions quantiques définissent des orbites privilégiées. Enfin, si l'on suppose que l'électron est une certaine singularité liée aux ondes, il se pourrait que les lois de la mécanique électronique fussent en quelque sorte des apparences simplifiées, les lois véritables étant

celles des ondes associées. C'est ainsi, et la comparaison du rayon lumière est si frappante qu'elle risque d'entraîner presque trop loin notre assentiment, que l'optique géométrique est une approximation de l'optique de Fresnel, que le principe de Fermat est une approximation du principe de Kirchhoff. Or, ces approximations ne sont plus valables lorsqu'il s'agit de trajectoires qui s'incurvent fortement dans un domaine de l'ordre des longueurs d'onde. D'où suit que la mécanique classique ne peut s'appliquer à l'intérieur de l'atome et qu'il en faut une autre.

Pour que la mécanique ondulatoire reste en contact avec la théorie des quanta, il faudra introduire la constante h en conservant la relation $E = h\nu$ et en ménageant à l'action qui intervient dans le second principe de Bohr une interprétation physique.

M. de Broglie est parti des cas les plus simples : celui du repos, puis, en appliquant la théorie relativiste, celui du mouvement uniforme, enfin celui du mouvement accéléré dans un champ gravifique ou électromagnétique. Il associe un mobile à un groupe d'ondes qui peut être représenté par une équation de la forme

$$u(x, y, z, t) = A \left(x, y, \frac{z - vt}{1 - \beta^2} \right) \cos 2\pi \nu \left(t - \frac{z}{V} \right)$$

v est la vitesse d'amplitude, égale à celle du mobile, V est la vitesse de phase, et l'on a $vV = c^2$.

ν est donné par la relation $E = h\nu$, E étant l'énergie du mobile, ou si l'on préfère sa masse multipliée par c^2 .

D'autre part, supposons qu'un champ de forces s'exerce sur le mobile. Le groupe d'ondes correspondant doit changer de direction; c'est donc que le milieu présente une sorte d'indice de réfraction. Or, quelle est la loi ordinaire de propagation d'une onde dans un milieu de ce genre, à l'approximation de l'optique géométrique? Elle s'écrit :

$$u(x, y, z, t) = A \cos 2\pi \nu \left(t - \int \frac{dl}{V} \right) \text{ ou encore } = A \cos 2\pi \nu \left(t - \int \frac{n dl}{c} \right)$$

n étant l'indice de réfraction. Si les propriétés du milieu sont indépendantes du temps, alors le principe de Fermat détermine la trajectoire

par la condition $\delta \int \frac{dl}{V} = 0$.

Supposons que cette équation soit encore valable, alors l'indice de réfraction, ou si l'on préfère la vitesse, serait fonction du champ ou du potentiel correspondants. On peut identifier la phase dans son ensemble avec l'action hamiltonienne du point. Alors on aura :

$$2\pi \nu \left(t - \int \frac{dl}{V} \right) = \frac{2\pi}{h} (Et - S_1). \quad E = h\nu, S_1 = h\nu \int \frac{dl}{V}, \quad p = \frac{dS_1}{dl} = \frac{h\nu}{V}$$

On a donc une correspondance entre les diverses grandeurs de la dynamique classique et des grandeurs de types ondulatoires; nous avons affaire à une sorte de transcription, obtenue d'ailleurs à l'aide de maintes hypothèses. A priori, cela ne nous apprend pas grand-chose. Mais, ce

qui est plus curieux, c'est que l'équation de l'optique géométrique correspond à l'équation de Jacobi, sous sa forme relativiste. On a :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \sum \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 = \sum \left(\frac{\partial}{\partial x} \int \frac{ndl}{c} \right)^2 = \sum \left(\frac{\partial S_1}{\partial x} \right)^2 \frac{1}{h^2 v^2}, \quad \sum \left(\frac{\partial S_1}{\partial x} \right)^2 = \frac{h^2 v^2}{V^2}, \text{ et si}$$

l'on a posé $n = \sqrt{\left(1 - \frac{F}{h\nu}\right)^2 - \frac{v_0^2}{v^2}}$ (F est le potentiel classique).

$$\sum \left(\frac{\partial S_1}{\partial x} \right)^2 = \frac{h^2 v}{c^2} \left[\left(1 - \frac{F}{h\nu}\right)^2 - \frac{v_0^2}{v^2} \right] = \frac{1}{c^2} \left[(E - F)^2 - m_0 c^2 \right]$$

Jusqu'ici, nous ne sommes pas arrivés à des conséquences vraiment nouvelles, mais simplement à ceci : on peut imaginer une équation d'ondes ayant pour phase l'action hamiltonienne de telle manière que l'action maupertuisienne corresponde à l'expression $\int \frac{ndl}{c}$, le principe de Fermat à celui de Maupertuis, le principe de l'optique géométrique à celui de Hamilton-Jacobi.

Il y a deux manières d'utiliser cette transcription ondulatoire : l'une consiste à affirmer que l'onde ainsi définie existe réellement, et à chercher les conséquences physiques de ce fait ; l'autre, à chercher dans les formules ondulatoires le principe d'une généralisation nouvelle de la mécanique. M. de Broglie s'est attaché à la première. Les résultats ont été intéressants, mais limités (1). D'une part, la condition de Bohr prend l'aspect d'une condition de résonance. D'autre part, l'existence d'ondes attachées aux électrons a permis de prévoir des phénomènes de diffraction que l'expérience a, semble-t-il, mis par ailleurs en évidence. Cette seconde conséquence est la plus importante, car la première n'explique au fond rien du tout : si l'électron a une réalité et une énergie propres, il faut bien qu'il soit quelque part. Qu'arrive-t-il donc quand les conditions de résonance ne sont pas remplies ? Que l'onde se brouille autour de lui, il n'y a rien là qui bouleverse sa trajectoire. D'autre part, le principe de quantification est désormais très restreint dans son étendue, il ne porte plus que sur les trajectoires périodiques ou quasi-périodiques. Enfin, le sens même de la relation $E = h\nu$ est obscur. Quel rapport peut-il y avoir en effet entre la fréquence d'ondes qui, par elles-mêmes, n'ont pas d'énergie, et l'énergie d'un électron qui leur est associé sans qu'on sache au juste comment. La formule $E = h\nu$ finit par n'être plus qu'une convention d'écriture, dont on voit mal d'ailleurs comment on pourrait la généraliser ; on voit mal comment le fait de souder deux électrons identiques pourrait doubler la fréquence de l'onde associée.

A la vérité, si l'intention de M. de Broglie est tout à fait séduisante, si elle répond vraiment à l'idéal d'une théorie physique, le contenu n'en est pas tout à fait déterminé. Nous retrouvons ici, inversées et accrues, toutes les difficultés d'une théorie comme celle J. J. Thomson. En effet, quelle réalité peuvent avoir des ondes se propageant avec une vitesse énormément supérieure à c ? On devra dire que ce sont des ondes virtuelles, sans énergie. Si elles ne portent pas d'énergie, comment pourraient-elles déterminer une singularité où soit concentrée une telle énergie ? D'autre part, si l'électron existe par lui-même, comment conce-

(1) Il faut cependant signaler l'application si intéressante qu'il a faite de ses idées à la théorie statistique.

voir son interaction avec l'onde? Dans le cas de la lumière, on a essayé de montrer comment l'onde guidait le photon, de manière à sauver les phénomènes caractéristiques de la théorie de Fresnel (interférences, vitesse de la lumière dans les milieux réfringents). Mais dans le cas d'un électron atomique, puisqu'il a une réalité propre, qu'il a une masse, il doit avoir une trajectoire. Il semble bien que, si les propriétés de l'onde transcrivent exactement celle de l'électron, toute hypothèse sur les premières a son équivalent purement mécanique, et peut en fin de compte l'éliminer à son profit.

M. de Broglie a essayé de remanier l'idée de l'électron de manière à pouvoir donner à la dispersion du paquet d'ondes un sens applicable à l'électron lui-même. Il a observé qu'une fonction ondulatoire pouvait représenter un nuage de points identiques entre eux, à condition que le carré de l'amplitude fût pris pour la densité du nuage au point (x, y, z) correspondant. Mais il resterait à expliquer pourquoi dans l'atome tout se passe comme si l'électron restait groupé.

Par ailleurs cette admirable théorie a permis, à l'occasion d'analogies entre formules mécaniques et formules ondulatoires, d'attirer l'attention des physiciens sur le caractère au fond assez arbitraire du schéma de Bohr : l'image précise d'une petite sphère chargée négativement, tournant à une vitesse énorme autour d'un noyau, ne répond peut-être à rien du tout, du moins à rien du tout d'individuel. A vrai dire, comme elle a fait ses preuves d'utilité, on pourrait conclure que, dans la mesure où les expressions ondulatoires se prêtent mal à définir la cohérence de l'électron, elles doivent être abandonnées. Il en serait ainsi assurément si les expériences sur la diffraction des électrons ne suggéraient pas, d'une manière très vive, l'existence de quelque chose d'ondulatoire qui leur est associé, et si les recherches de Schrödinger n'avaient pas permis de rattacher aux propriétés de certaines équations ondulatoires, l'existence des niveaux quantiques de la théorie de Bohr-Sommerfeld.

Ce que l'on peut dire de plus acceptable, c'est, semble-t-il, ceci : moyennant une transcription convenable des grandeurs mécaniques en grandeurs ondulatoires, les lois mécaniques se transcrivent à peu près en lois ondulatoires. Il n'est cependant pas possible de dire s'il s'agit d'une équivalence rigoureuse et définitive (comme celle des équations de Maxwell et de la formule de Kaluza-Klein), ou d'une équivalence approximative (comme celle de la loi d'Einstein et de l'équation de Laplace).

D'autre part, on peut entrevoir des images physiques, groupes d'ondes, nuages de points, qui vérifieraient des équations du même genre. Quant à pousser plus loin l'interprétation intuitive, la chose exige un remaniement considérable de la notion même d'électron, qui ouvre à la physique théorique un domaine nouveau.

C. — EXEMPLE DE THÉORIE GÉOMÉTRIQUE.

Considérons maintenant la seconde manière d'interpréter la traduction ondulatoire des expressions de la dynamique classique, celle qui consiste à chercher en elle un point de départ pour d'autres généralisations. Remarquons bien qu'il peut s'agir ici de deux choses différentes :

ou bien de déterminer, dans le domaine où l'approximation de l'optique géométrique n'est plus valable, la loi exacte des ondes individuelles qui

déterminent, par exemple, l'électron. Nous chercherons alors ce que devient cet électron et comment il se comporte quand le groupe d'ondes correspondant se déforme beaucoup;

ou bien de modifier certaines expressions en s'inspirant de leur forme ondulatoire, abstraction faite de tout domaine particulier d'application et de toute figure intuitive particulière. C'est avant tout ce qu'a fait M. Schrödinger, poursuivant d'ailleurs l'entreprise de M. de Broglie. En effet celui-ci, raisonnant avec les concepts de la mécanique classique, s'était demandé ce que devenait l'équation de Hamilton-Jacobi, lorsqu'on y introduisait la phase au lieu de l'action. Il vient aussitôt,

$$\text{au lieu de } H\left(q_i, \frac{\partial S}{\partial q_i}\right) = E, \quad H\left(q_i, \frac{-h}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial q_i}\right) = E.$$

Pouvons-nous passer maintenant à une équation portant directement sur l'onde? Posons $\psi = e^{i\varphi}$, nous aurons $H\left(q_i, \frac{h}{2\pi} \frac{\partial \psi}{\partial q_i}\right) = E$.

Naturellement il n'y a là qu'un changement de variables qui ne peut rien introduire de nouveau par lui-même. Mais peut-être pourrions-nous modifier cette équation, ce qui nous donnerait directement l'équation de Hamilton-Jacobi, sous une forme nouvelle. C'est ainsi que, passant des équations de la force newtonienne à celles de l'action, et modifiant celles-ci suivant des analogies géométriques, M. Einstein est arrivé à son ds^2 et de là aux équations qui donnent le mouvement. Telle a été l'entreprise de M. Schrödinger. L'onde qu'il considère est unique pour un point, elle correspond donc au groupe d'ondes de de Broglie, elle a d'ailleurs un sens tout à fait indéterminé.

Après une série de tâtonnements, d'ailleurs extrêmement intéressants. et qui sont indiqués dans ses premiers mémoires, M. Schrödinger est

arrivé à considérer une équation de la forme [1] $\Delta \psi + \frac{8\pi^2}{h^2} (E - V) \psi = 0$, qui

se rattache à l'expression symbolique [2] $\left[H\left(-\frac{ih}{2\pi} \frac{\partial}{\partial q}, q\right) - E \right] \psi = 0$, H étant

la forme quadratique correspondant, dans la mécanique normale, à la fonction hamiltonienne propre au système considéré, E l'expression accoutumée de l'énergie. Cette équation possède des propriétés tout à fait remarquables au point de vue physique, qui se rattachent à celles de l'équation des cordes vibrantes. En effet, elle n'admet de solutions finies, continues et nulles à l'infini que par une série de valeurs de E au moins dans certaines régions où peut se trouver E . Or, il se trouve que, dans les cas simples de l'ancienne théorie quantique, atome d'hydrogène, oscillateur harmonique, rotateur, les valeurs de E qui donnent des solutions acceptables sont justement les niveaux d'énergie dont les différences déterminent les sauts quantiques et les radiations observées expérimentalement. On obtient les niveaux de Bohr vérifiés, et même les formules expérimentales où intervenaient les demi-quanta (oscillateur harmonique). D'autre part, M. Schrödinger est arrivé à construire au moyen des autofonctions, c'est-à-dire des fonctions ψ vérifiant l'équation [1], quand E prend les valeurs permises, les matrices de M. Heisenberg qui sont l'instrument d'une autre et utile théorie de la mécanique quantique.

Il n'y a là d'ailleurs qu'un point de départ. Tout d'abord, les physiciens

ont essayé d'adapter l'équation de Schrödinger à la forme relativiste; c'est ainsi que l'on a proposé, dans le cas le plus simple, celui d'un mobile

inerte, une expression du type $\square \psi - \frac{4\pi^2}{h^2} m_0 c^2 \psi = 0$. Ensuite, l'emploi de

la formule symbolique [2] ne peut être qu'un artifice, susceptible de réussir dans des cas particuliers, mais qu'on hésite à ériger en règle générale. Il faut donc, dans chaque cas nouveau, définir l'équation caractéristique, en s'inspirant, d'une manière très indéterminée, de l'équation de Hamilton Jacobi. Tel est le point de départ de la nouvelle mécanique ondulatoire, qui est encore à sa phase d'élaboration. Il ne peut être question d'en donner ici une idée plus précise, mais nous pouvons, semble-t-il, faire à ce sujet quelques remarques épistémologiques, complémentaires de celles qui touchaient la théorie relativiste.

Il est tout d'abord évident que, même du point de vue formel, c'est une grosse régression que de devoir chercher par tâtonnements dans chaque cas nouveau l'équation caractéristique. Une difficulté analogue se présente dans la Relativité générale, où les équations d'un système de masses gravifiques ponctuelles ne peuvent s'écrire immédiatement. Au moins avons-nous en ce cas une condition très générale délimitant les lois possibles : la loi même de gravitation : $R_{\mu\nu} = 0$, dans le cas du vide. Il semblerait donc qu'une loi correspondante dût justifier et guider notre choix d'une expression ondulatoire. En second lieu, en Relativité générale, nous passons tout naturellement de la loi de l'espace-temps à la loi du mouvement, par application d'un principe géodésique. Nous voudrions avoir une règle nous permettant de tirer les lois du phénomène par résolution de l'équation caractéristique comme l'on tire de l'équation de Jacobi, quand on sait l'intégrer, les moments et la variation des coordonnées. Jusqu'ici, les physiciens s'intéressent surtout aux niveaux d'énergie, qui interviennent seuls dans la détermination du rayonnement.

Il serait en second lieu désirable de connaître le sens physique de l'équation elle-même, ou du moins de la fonction ψ . Dans la théorie relativiste, l'analogie des surfaces nous guide : $R_{\mu\nu}$ est la courbure de l'espace-temps, le ds^2 en est l'élément linéaire, et même si cette interprétation dogmatique nous semble inacceptable, le ds reste l'élément de temps propre vécu par le mobile, le principe des géodésiques se ramène à celui de l'inertie, ou encore à celui de Fermat. Ici, au contraire, nous sommes embarrassés : dire que ψ représente une onde ne nous avance guère. A la

formule la plus élémentaire $\square \psi - \frac{4\pi^2}{h^2} m_0 c^2 \psi = 0$, on peut trouver, dans un

cas privilégié, une interprétation simple : si $m_0 = 0$, nous sommes en présence d'un photon dont la masse propre est nulle, et dans $\square \psi = 0$, ψ est simplement l'onde lumineuse elle-même. Mais que dire dans le cas général? Schrödinger a parfois considéré l'électron comme constitué par un paquet d'ondes, conception très proche de celle de de Broglie. Mais Heisenberg a montré que dans le cas général le paquet se dispersait : il n'y aurait plus d'électron. Parfois, il a formé avec ψ une sorte de densité électrique qui pourrait être liée au mouvement d'un fluide conservatif, dont Gordon a donné l'expression. Parfois aussi il a fait de $|\psi|^2$ une probabilité. Nous reviendrons sur ce dernier point. Par ailleurs, s'il s'agit d'un système complexe, nous n'avons affaire qu'à une seule équation, donc à une seule

fonction ψ des diverses coordonnées généralisées. L'onde reste donc unique, elle n'est définie que dans l'espace de configuration correspondant, elle est donc une abstraction. Comment, fictive dans le cas de deux électrons, serait-elle une réalité concrète dans le cas d'un seul? Le nom même d'onde n'est-il pas illusoire?

Il est douteux que la mécanique ondulatoire puisse se substituer à la mécanique ancienne ou à la mécanique relativiste sans autre justification. Elle supposerait un bouleversement radical des concepts élémentaires qui ne peut être effectué, de toute façon, qu'à l'échelle différentielle. La modification des équations extrémales ou de l'équation de Jacobi ne peut que refléter une modification des lois qui régissent les actions de proche en proche, les échanges immédiats. L'emploi des ondes serait un artifice d'exposition qui revêtirait d'une figure intuitive un fait beaucoup plus profond, lié à la structure même du milieu spatio-temporel. C'est ainsi que, l'entraînement partiel de l'éther par la matière traduit une conséquence de la transformation de Lorentz, que l'existence d'un indice de réfraction et d'une anisotropie de l'espace exprime certains résultats optiques de la Relativité générale. Il semble difficile de ne pas suivre Eddington lorsqu'il affirme que la théorie de Schrödinger n'a aucune chance de durer sous sa forme actuelle, d'autant qu'elle met au premier plan, non pas l'existence de quanta d'action, mais celle de niveaux discontinus d'énergie. Plusieurs physiciens : MM. R. Lévy, Ullmo, Proca, ont essayé de faire comprendre comment les équations de Schrödinger pouvaient être retrouvées à partir d'hypothèses très générales sur le caractère foncièrement discontinu de toutes les propagations ou de tous les échanges, et ils arrivent en effet à des équations du même type. Malheureusement, comme le mécanisme intratomique nous est inconnu, il est impossible d'arriver aux équations particulières qui seules sont actuellement susceptibles de vérification expérimentale, et l'on se demande toujours s'il n'y a pas là une entreprise analogue à celle qui consiste à rattacher la Relativité générale à la Relativité restreinte. Il semble pourtant qu'il y ait dans l'intention même un élément essentiel de vérité. Surtout, nous pouvons nous demander si la quantification des échanges physiques n'a pas sa raison dans la structure même de l'espace et du temps, et si les lois quantiques élémentaires ne sont pas, de préférence à toutes autres, géométrisables. Il conviendrait alors d'analyser comment cette structure peut déterminer la variation quantitative des faits les plus simples.

Jusqu'où s'appliquerait d'ailleurs le principe d'action quantifiée? Si nous prenons par exemple la loi de la gravitation d'Einstein, elle se rapporte à l'aspect macroscopique des phénomènes, elle est associée à une conception continue des phénomènes. Faut-il croire que, sous l'aspect microscopique, il en serait autrement, et qu'elle rentrerait dans la loi commune?

On peut essayer d'entrevoir comment un mouvement de ce genre pourrait être quantifié. Ce qui le caractérise, c'est la constante de son impulsion-énergie dans les systèmes parallèles qu'il traverse successivement, et qui, du point de vue d'un système universel, se traduit par une variation de cette impulsion-énergie, le long de sa trajectoire. C'est donc, semble-t-il, dans l'expression même des composantes de la connexion affine, qu'il conviendrait de chercher le principe d'une quantification. D'autre part, le rôle de l'action est ici tenu par le temps propre. On pourrait donc

essayer d'imposer à ce temps propre de ne varier que par multiples d'une unité élémentaire : un mobile sauterait alors sur sa trajectoire d'espace-temps; il n'existerait à proprement parler qu'aux points séparés par des intervalles égaux à un quantum de temps propre.

Nous serions ainsi amenés à concevoir une double quantification. Un mobile dans un champ de gravitation ne passerait pas continûment d'un repère dans un autre infiniment peu différent; il accomplirait un certain quantum de vie propre dans un repère (on pourrait concevoir que sa direction elle-même ne pût varier que par sauts) et passerait ensuite à un autre, dont les composantes se trouveraient ainsi différer des précédentes de valeurs finies. Nous aurions ainsi affaire à une sorte d'espace polyédrique. On pourrait au contraire essayer de rattacher directement la discontinuité de l'espace-temps aux circonstances physiques, par exemple à la distance au centre matériel. Mais la chose semble moins vraisemblable.

Cette manière de voir mènerait d'ailleurs à une conception singulière de l'espace et du temps. En effet, si un mobile décrivait continûment sa trajectoire, on voit mal pourquoi certaines valeurs seraient privilégiées. Il faudrait plutôt admettre qu'il n'existe qu'à de certains intervalles : l'attribut essentiel du mouvement, l'identité numérique du mobile se détruirait. Il n'y aurait pas de transport réel d'un corps à travers l'espace, mais apparition aux différents points d'une apparence semblable, de la même manière qu'un rayonnement déplace de l'énergie, sans en transporter. Or, ceci est de conséquence, même en ce qui touche la définition de l'espace et du temps, car notre idée du transport d'un mètre ne répond plus qu'à un réseau grossier d'apparences.

Dans le cas d'un mobile libre, dans l'espace-temps euclidien, on peut admettre de la même manière que l'identité du corps n'est qu'une fiction, et qu'il n'existe quelque chose sur la trajectoire qu'en des points particuliers, séparés par des intervalles de temps propres égaux entre eux. Un problème analogue se pose pour la prolongation des ondes : y a-t-il en elles quelque chose de foncièrement discontinu ?

La théorie de la relativité a introduit entre les deux types principaux de grandeurs physiques une opposition actuellement radicale, et cette dualité du langage géométrique et du langage physique se traduira nécessairement ou bien par l'opposition de deux types de phénomènes, les uns suivant les lois du continu, les autres assujettis aux lois quantiques, ou bien par deux expressions différentes des principes de quantification, adaptées l'une à la théorie de l'inertie, l'autre à celle du champ. Même si la géométrisation du champ électromagnétique est irréalisable actuellement, on peut espérer qu'il soit possible d'associer dans un même énoncé un double principe de quantification, comme on peut les associer dans l'énoncé du principe d'action stationnaire un champ de type géométrique et un champ de type physique.

On voit en tout cas dans quelles vastes limites peuvent être étendues la subordination de l'espace-temps aux circonstances physiques et l'indétermination de sa structure. Il ne faudrait cependant pas prendre en un sens trop réaliste aussi bien sa discontinuité que son caractère riemannien; il y a là essentiellement ou bien une allusion à un inconnaisable, ou bien une convention de langage destinée à sauver le principe de causalité, en transférant à la structure géométrique du milieu ce que l'on ne peut rattacher à aucune cause physique. L'objectivité même de l'espace-temps

dépend essentiellement de nos notations; celui qui s'en donne la structure en mettant au premier plan le ds^2 pense naturellement à une nature géométrique absolue, préexistante aux corps qui s'y meuvent; celui qui met au premier plan la connexion affine voit naturellement chaque mobile créer autour de lui son espace et se déterminer par lui. Les indications très vagues que nous avons données touchant les autres attributs de l'espace et du temps nous montrent d'une manière un peu plus ample dans quelle mesure on peut imaginer que chaque phénomène construise au passage les repères par rapport auxquels il se déterminera, explicitant une structure préformée dans les circonstances physiques. Mais de telles formules semblent ne répondre à aucune intuition réelle qui puisse être jugée objective.

Si nous admettons d'ailleurs la continuité foncière de l'espace et du temps, nous ne sommes pas conduits à des conclusions moins étranges, au moins dans la mesure où nous cherchons à maintenir l'idée que seules peuvent être affirmées, soit de la matière, soit de l'espace-temps, les propriétés qui sont l'objet d'une expérience au moins théoriquement possible. Faisons tout d'abord deux remarques très simples. La première est que toute expérience pour déterminer un temps suppose une horloge, et qui dit horloge dit phénomène complexe et périodique; l'expérience ne nous donne que des comparaisons, des coïncidences, des relations. Il y a donc nécessairement une limite d'exiguité au temps défini par un phénomène lumineux. Faut-il aussi que l'idée d'un espace infiniment petit ait un sens? Mais il y a une limite aux mètres imaginables; si la division d'un mètre idéal est toujours possible, même théoriquement, il n'en est pas de même de celle d'un mètre physique, alors que le report indéfini d'une longueur a un sens physique au moins possible.

Faut-il donc croire qu'à une certaine échelle les notions d'espace et de temps n'ont plus de sens physique, et qu'en particulier leur continuité n'ait pas de sens objectif acceptable?

§ 3. — *Le principe d'indétermination.*

Cette pensée prend une valeur particulière si on la confronte avec certaines théories récentes, suivant lesquelles la représentation mécanique classique assujettie à un cadre spatio-temporel et à la causalité individuelle n'aurait pas, en dernière analyse, de valeur objective. On confond d'ailleurs souvent, sur ce point, deux principes différents: l'un, d'indéterminisme proprement dit, l'autre d'indétermination, qui est beaucoup plus général.

Le premier procède d'une idée assez simple. Certains physiciens, Bohr en particulier, considèrent que deux atomes identiques peuvent évoluer différemment, qu'il s'agisse de rayonner ou de se désintégrer. Ils ne sont déterminés à cette évolution que statistiquement, il y a en eux une probabilité qui les prédestine, d'une manière aléatoire, à évoluer en tel sens, et qui ne correspond à aucun détail individuel de leur structure. L'idée de trajectoires, de devenir individuels est conservée, le principe de causalité est seul révoqué en doute, il ne s'applique plus que statistiquement. Une

telle assertion, si on la laissait sous cette forme, réintroduirait simplement les qualités occultes, les virtualités sans substrat mécanique. Elle reviendrait, dans l'ordre statistique, à ériger en concepts définitifs, irréductibles, des notions comme celle d'affinité chimique. Il n'y aurait là ni originalité, ni surtout progrès. Aussi a-t-on tenté de l'insérer dans une conception plus générale des phénomènes.

Le second principe procède d'une remarque très simple : toute expérience revient à la notation de phénomènes élémentaires. Si ces phénomènes ne se produisent que par quanta, toute mesure se réduit au fond à compter des grains d'action dans divers ordres d'événements. D'où deux conséquences : l'une, c'est que nous ne mesurons directement que des produits de grandeurs conjuguées, l'autre, que nous ne les mesurons qu'à h près. Entre deux valeurs de l'action distantes d'un quantum, un mobile a peut-être une quantité de mouvement et une énergie, il est en un point à chaque instant, mais les déterminations exactes cessent d'avoir un sens. Ceci revient à dire en gros : expérimentalement, il n'est nulle part, il n'est pas déterminé. Il est d'ailleurs difficile de préciser la nature de cette indétermination.

A cette pensée encore vague, les physiciens, à la suite de Heisenberg, ont ajouté un principe d'indétermination beaucoup plus important, beaucoup plus fort. Le point de départ est le suivant : toute mesure suppose une intervention dans le phénomène, et cette intervention comporte un échange d'énergie qui ne peut mettre en jeu moins d'un quantum. Or, un quantum dérange fort peu la structure d'un phénomène moléculaire, mais il risque de bouleverser celle d'un phénomène atomique, c'est ainsi qu'il risque d'expulser un électron de son orbite. Il semble donc qu'on ne puisse observer individuellement, dans le cas général, les événements qui ne mettent en jeu qu'un très petit nombre de quanta, et qu'on ne puisse ainsi déterminer leur trajectoire. Sous une forme aussi radicale, la conséquence semble un peu extrême, mais on peut nuancer l'affirmation.

Beaucoup de physiciens admettent le principe suivant : toute expérience dont le type permet de déterminer avec précision une des variables caractéristiques d'un phénomène atomique est telle que la variable conjuguée ne peut être déterminée que d'une manière très imprécise. Ils expriment ce fait d'une manière plus précise en écrivant la formule symbolique $\Delta p \Delta q \sim h$ où $\sim$ se lit : « est de l'ordre de » et dont le sens exact est d'ailleurs un peu contesté. D'ordinaire, on considère que Δp , Δq sont les erreurs à craindre dans la mesure de p et de q ; certains voudraient trouver une interprétation où Δp et Δq seraient des probabilités relatives aux valeurs p et q , ce qui peut s'accorder avec l'hypothèse précédente.

Ce principe peut se justifier sur un certain nombre d'exemples particuliers. S'il est vrai, dans le cas général, il faut lui attribuer une valeur du même ordre que celle du principe de Carnot, il n'est possible d'imaginer aucune seule expérience où ne s'introduise une telle indétermination ; il est à la frontière des théorèmes et des faits d'expérience.

On peut le rapprocher du fait suivant : le quantum qui vient troubler le phénomène observé est un quantum d'énergie relatif à la fréquence de la radiation mise en jeu. En vertu de la règle $E=h\nu$, plus la longueur d'onde est courte (et plus de ce côté l'expérience est précise), plus le quantum d'énergie est considérable, et plus il déforme l'expérience et la rend imprécise de l'autre côté. Ainsi l'on peut dire que le pouvoir sépa-

rateur de toute expérience est limité, comme celui du microscope, et qu'à un certain niveau les phénomènes cessent d'être individualisables expérimentalement.

Quelles conclusions tirer de ce principe? Aucune, semble-t-il au premier abord, en ce qui touche la réalité objective. Tout au plus pourrions-nous dire que, à l'échelle des grandeurs quantiques, l'expérience lui est nécessairement inadéquate, et que notre description des phénomènes ne devient exacte qu'à une échelle macroscopique. Plusieurs savants, pourtant, guidés par ce réalisme de l'expérience que nous avons déjà signalé, ont esquissé une véritable métaphysique de l'indétermination. Dans l'ordre des phénomènes élémentaires, la notion de structure et celle de devenir individuels perdraient leur sens. L'indétermination ne serait pas simplement d'apparence, elle serait foncière. M. Bohr, à la suite de M. Heisenberg, avec la même audace qui lui a fait rejeter l'application des lois de Maxwell à l'intérieur de l'atome, rejette dans ce domaine les cadres intuitifs et logiques où le monde était normalement figuré.

On dira que c'est là une manière de voir et qu'il y a bien des atomes réels, et dans ces atomes, des électrons réels. Assurément, et l'expérience nous oblige d'admettre des phénomènes de cet ordre. En quel sens donc est-il impossible de leur prêter des lois individuelles?

Certes il existe des lois du mouvement électronique, mais elles n'ont qu'une valeur statistique, elles portent sur une sorte d'atome individuel moyen, et au fond fictif, comme est fictif le courant de Gordon. L'électron individuel dans l'atome n'est pas ici ou là; il n'a pas telle quantité de mouvement, il a seulement une certaine chance d'être, à un moment donné, ici ou là, avec telles grandeurs caractéristiques, il n'est rien que « probablement ». Dans ces conditions, la science ne commence qu'à l'échelon statistique. Mais il faut bien l'entendre : elle n'est pas réduite aux phénomènes liés à des ensembles considérables d'atomes. Or, si les lois foncières doivent se plier aux conditions de notre connaissance expérimentale, on peut s'attendre à ce que, en même temps que la loi qui détermine une configuration atomique, soit donnée une loi qui règle la probabilité pour qu'un atome y soit. Nous arrivons ici à des idées extrêmement confuses, parce que nous ne savons pas très bien sur quoi porte la probabilité, ni à quelles données elle est liée. En effet, nous ne pouvons guère imaginer de lois de ce genre que si l'on suppose réalisé un certain équilibre statistique, sous l'influence de certaines circonstances. Certains auteurs tendent à considérer le carré de la fonction de Schrödinger normalisée comme exprimant la probabilité pour que le système soit dans l'état correspondant aux valeurs des coordonnées généralisées, l'énergie étant déterminée comme autovaleur (A vrai dire, il serait plus intéressant d'avoir la probabilité de transition à une autre valeur de E , ce qui nous permettrait de calculer les intensités des raies. Mais on ne voit pas comment on pourrait la tirer d'une équation où n'interviennent pas les circonstances qui excitent le rayonnement). On peut dire, semble-t-il, que dans un atome individuel il y a sans doute un électron, mais dont la trajectoire est indéterminable, et, si l'on veut, n'existe pas; que dans l'atome type, il y a bien des éléments déterminables, mais que ce ne sont plus des trajectoires : nous avons affaire à une sorte de nuage de densité variable, suivant la probabilité de présence de l'électron en tel point. L'atome

individuel existe, mais il n'est connu que par sa participation à l'atome moyen.

Il ne semble vraiment pas qu'il y ait là de raison pour rejeter l'idée d'un devenir et d'un déterminisme individuels. Certains diront que toute science et que toute réalité commencent à l'échelle statistique, que la nature ne peut être pensée que sous forme de configurations énergétiques, affectées de coefficients de probabilité. Mais que représentent ces expressions? Elles peuvent être prises en deux sens : au sens faible, elles désignent un parti pris d'employer des lois de tel ou tel type, de choisir des notions premières de telle ou telle forme, d'user de telles méthodes de calcul semblables symboliquement à celles qu'on emploie dans la théorie des probabilités. Nous sommes bien libres en effet de procéder d'une manière purement abstraite, de leur assigner des coefficients que nous nommerons probabilités, de les déterminer par des principes purement mathématiques, de considérer que nous avons expliqué les lois en rattachant les grandeurs expérimentales aux configurations précitées par un dictionnaire purement nominal, que nous avons rendu compte du devenir en montrant qu'il correspond à un passage du moins probable au plus probable. C'est la méthode même de l'énergétique : l'accroissement de l'entropie explique, si l'on veut, le cours des événements (1).

Au sens fort, les formules précédentes supposent l'existence d'un mécanisme intérieur qui détermine les apparences statistiques, une distribution systématique des événements et des situations qui se rattache à une causalité plus profonde. Et c'est à ce prix seulement que l'intervention des probabilités a une valeur rationnelle. Il en est ici comme de l'idée de géométrisation : s'agit-il d'écrire des lois physiques sous forme géométrique, ou de faire intervenir, d'une manière obscure assurément, mais profonde, la causalité de l'espace et du temps? Dans la théorie cinétique des gaz, nous comprenons fort bien la valeur de lois comme celle de Maxwell, parce que nous voyons intuitivement comment l'équilibre peut s'établir, et un raisonnement de Boltzmann nous l'explique d'une manière détaillée. Il doit en être de même ici : un axiome de probabilité doit pouvoir être considéré comme un théorème par rapport à une théorie mécanique plus profonde, ou bien il doit être évident intuitivement, sinon, il ne s'agit que de conventions purement nominales, auxquelles ne correspond aucune pensée réelle. Et il doit en être de même pour les principes complémentaires, règle de sélection, interdiction de Pauli. Cette nécessité d'un mécanisme au moins imaginaire de distribution des faits est valable universellement; elle s'applique aux probabilités géométriques, car, en soi, la probabilité pour qu'un point soit sur un segment ou dans un cercle est une expression privée de sens concret. Et elle doit être retenue dans tous les raisonnements de probabilité des causes, car elle équivaut à l'affirmation qu'il faut toujours faire entrer en jeu au moins le principe d'une probabilité *a priori*.

Il faut convenir d'ailleurs que les théories actuelles sont à l'état

(1) Cette facilité à ramener la nature à des combinaisons de symboles abstraits, dont ceux de Dirac représentent actuellement le type extrême, correspond au goût naturel de certains physiciens pour les modèles intuitifs. Duhem associait déjà chez les Anglais l'amour du symbolisme et celui des images mécaniques. Aussi bien la valeur objective de ces deux procédés de représentations est du même ordre et très faible. Le monde n'est pas plus fait de nombres que de ficelles ou de sonnettes.

d'ébauches vagues et peu cohérentes, chaque savant, par un usage opposé à celui du ^{xviii} siècle, publiant ses résultats sous leur forme presque brute. Dans ce fourmillement d'hypothèses, on arrive à raccrocher ici ou là beaucoup de lois expérimentales. Mais le triage n'est pas fait, et le sens de toutes les formules reste imprécis; ce que l'on peut dire, c'est qu'en les traitant de telle manière, on obtient des expressions analogues aux expressions expérimentales. Peut-être d'ailleurs est-il permis d'entrevoir d'autres interprétations : dans les équations de la physique quantique, $\hbar$ joue le rôle d'une grandeur rigoureusement déterminée, d'un opérateur aussi achevé que le signe i . Le progrès de l'interprétation statistique amènera peut-être à voir dans $\hbar$ non pas un quantum d'action absolu, mais la valeur la plus probable autour de laquelle se groupent des actions correspondant à un événement élémentaire. Il y aurait une discontinuité fondamentale des phénomènes, mais dont le module n'aurait qu'une valeur statistique.

§ 4. — Conclusion.

Si nous avons un peu insisté sur ces théories, si difficiles et si incertaines encore, ce n'est pas qu'elles exigent formellement une révision de nos concepts fondamentaux touchant le monde extérieur, mais c'est que, par l'horizon qu'elles nous ouvrent, elles ont une valeur épistémologique singulière.

D'une part, elles nous montrent une application extrêmement audacieuse du formalisme physique et de la méthode d'identification, et l'on voit combien les savants contemporains procèdent à l'opposé de Descartes, lorsqu'il cherche à partir d'intuitions claires et distinctes.

D'autre part, elles nous conduisent à révoquer en doute, avec le principe de causalité, les propriétés les plus simples de l'espace et du temps lorsque nous les considérons comme le résultat de mesures systématiques entreprises suivant une méthode déterminée. L'espace peut être considéré de trois manières : comme une intuition dont nous croyons connaître clairement les propriétés; comme une suite de valeurs attribuées à des variables, qui a les propriétés que nous voulons bien lui donner, et qui est un repère purement abstrait; comme un ensemble de mesures expérimentales d'un type canonique. Or, nous voyons maintenant que cette dernière définition est au fond aussi relative que la première. Pas plus que nous n'avons d'idée claire à priori des propriétés de l'espace, nous n'avons d'idée claire à priori des propriétés des mètres. Il est très possible que temps et espace n'aient qu'un sens statistique. Aucune expérience ne peut alors nous en donner exactement les propriétés, car si nous la refaisons avec deux mètres ou deux horloges atomiques indiscernables, rien ne prouve que nous obtiendrons le même résultat. Non seulement nous n'avons pas affaire à des données définies par avance d'une manière adéquate, mais nous ne pouvons pas définir d'une manière adéquate la méthode de construction. L'outil même de la connaissance des cadres spatio-temporels se révèle fragile et changeant. Espace et temps ne sont continus et même définis qu'à l'échelle macroscopique.

C'est un sentiment bien singulier que de voir se disperser nos concepts les plus familiers; corps solide, masse, ne sont plus que des fictions,

précieuses d'ailleurs à une certaine échelle, dans certains ordres de raisonnement, mais privés de valeur absolue, et foncièrement humaines. L'énergie même semble n'être qu'un cadre formel permettant d'associer variables géométriques et variables physiques. Plus les savants sont réalistes, plus leurs méthodes deviennent symboliques et formelles; rien n'est plus instructif, à cet égard, que l'emploi des statistiques quantiques, où ils combinent des états énergétiques suivant des principes formels, abstraction faite des mécanismes réels, et où ils se contentent d'identifier, à un certain niveau, les grandeurs abstraites avec certaines grandeurs concrètes comme la température absolue. Or, nos concepts d'espace et de temps physiques se dispersent parallèlement. Sans doute, nous serons toujours obligés, pour représenter les phénomènes, de les associer à un repérage d'ensemble bien déterminé, mais ce repérage n'aura aucune réalité absolue; non seulement nous ne pouvons le rattacher à une intuition d'ensemble du monde et de sa forme, mais nous ne pouvons même pas l'associer à une exploration régulière de ce monde; nous avons beau spécifier les méthodes d'exploration, parce que nous voyons que des méthodes anciennement jugées équivalentes ne le sont pas, il est un moment et une échelle, où l'idée même de détermination et de caractères exacts fléchit. Espace et temps intuitifs sont relatifs à la forme de nos images sensibles, espace et temps physiques sont relatifs à la forme de nos mesures et à leurs lois.

Ceux-ci sont donc, comme le divers physique, de simples concepts, de simples signes, créatures faites de mots, qui n'ont point de similitude aux choses, images que nous assemblons en figures ou en paroles applicables à la nature, suivant les aspects toujours imparfaits et relatifs de notre perception ou de nos expériences. Ils sont de simples matériaux à fabriquer des jugements, et ne nous décrivent adéquatement aucune réalité; ils ne nous permettent pas de nous représenter le monde réel, mais seulement d'en parler. Il n'y a donc pas de raison pour leur imposer à priori de traduire directement les propriétés d'une expérience sensible plus ou moins simplifiée. Les seules conditions qui puissent leur être imposées sont les règles logiques de tout langage.

Mais nous comprenons aussi, par cette conséquence extrême, pourquoi il est légitime de maintenir les notions d'espace et de temps absolus, dans la description de la nature. Nous avons besoin d'une figuration d'ensemble des événements; or, nulle expérience, même idéale, ne peut nous la donner. Si nous maintenions la condition d'objectivité expérimentale directe, nous serions amenés à dire qu'il n'y a pas, au fond des choses, d'espace ou de temps véritables. Mais, si nous la levons, nous comprenons mieux que la requête d'un cadre universel des événements est un juste dépassement de l'expérience, puisque, aussi bien, il faut toujours en venir à inventer au delà d'elle.

CHAPITRE V

Conclusion

Nous sommes, corps et âme, dispersés dans le monde sensible et dans les images matérielles, nous sommes égarés sur les routes du monde extérieur; sans doute, dans cette création, nous pouvons distinguer un cours pacifique, et comme une respiration régulière; elle se prête à notre vie, et, confiants en elle, nous pouvons y poursuivre une industrie. Mais elle n'est qu'apparence, et l'homme inquiet, entreprend, par la science et la philosophie, de rendre ce monde à lui-même et de se racheter de ce séjour étranger; c'est ainsi qu'il invente une réalité extérieure et une réalité intérieure, un règne de la nature et un règne du moi. C'est d'un même et double effort qu'il essaie, dans les deux cas, d'embrasser la réalité comme expérience totale, et de la comprendre comme création; d'en décrire le cours et d'en expliquer le devenir, d'en atteindre les lois et les causes.

Cette entreprise a son signe et son reflet dans notre image même du sensible, que chaque siècle peuple dynamiquement, l'un avec des âmes, l'autre avec des formes métaphysiques, l'autre avec des forces physiques. Mais le changement même de nos croyances nous apprend que c'est là une fausse apparence, une mythologie ingénieuse, mais irréaliste. L'emploi familier des mots nous donne l'illusion de percevoir les choses.

Il faut donc, si nous voulons toucher les vraies raisons du devenir, les chercher au delà du sensible dans le monde reconstruit de la réalité physique. Mais celui-ci est de moins en moins déterminé, sinon en ses concepts matériels, au moins en ses concepts dynamiques. Au fur et à mesure que notre langage mathématique s'enrichit, que nos expressions d'un même phénomène se multiplient, nous nous accoutumons à mettre en évidence tels ou tels éléments abstraits, auxquels nous devons renoncer à attribuer une objectivité physique particulière. Seul un réalisme naïf peut nous porter à déclarer que la véritable raison du devenir est l'existence de forces, ou la tendance d'une action à être stationnaire, ou la variation des longueurs et des durées, ou la nécessité pour l'énergie de ne perdre que des valeurs donnant à une équation un sens bien défini. La nature du déterminisme physique nous échappe radicalement.

C'est pourquoi nous essayons de mettre en évidence une trame claire et invariable, celle de l'espace et du temps, indifférente au divers sensible

ou théorique, par là même immuable, et commune aux deux ordres de réalité; nous en prenons les caractères comme type de l'intelligible, et géométrique devient alors synonyme de rationnel. Or, la conclusion de ce travail, c'est que, dans son éloignement du sensible, dans l'accroissement de sa nature symbolique, le monde physique est solidaire de son cadre spatio-temporel, et s'exile tout entier hors de la perception. Pour que ce fait devînt possible, inévitable même, il fallait que l'unité de ce cadre fût ruinée, et elle l'a été, en effet, non par telle expérience ou telle théorie nouvelles, mais par le progrès de la science et de la philosophie. Si nous tenions beaucoup aux principes classiques, la théorie relativiste ne nous gênerait guère; nous avons vu, en effet, qu'elle s'en accommodait, et même qu'elle nous y ramenait insensiblement. La vérité est que nous n'y croyons plus, ou du moins qu'ils ne nous touchent plus. Il en est ici comme des religions : la science positive n'a que peu d'influence contre les dogmes, à moins qu'on n'interprète ceux-ci en un sens très littéral et très étroit, et ceux qui en appellent contre le miracle aux principes de la mécanique ne songent pas que leurs arguments porteraient aussi bien contre la liberté de l'homme. La critique des textes et l'indifférence sont les véritables ennemies, celles qui rongent les croyances par l'intérieur.

Tout d'abord, les trois aspects de l'espace et du temps se sont disjoints, et nous avons compris qu'ils désignaient en réalité trois choses différentes, n'ayant aucune unité de substance, mais seulement une corrélation allégorique, verbale. La géométrie n'a aucun droit naturel à régner sur la nature par l'intermédiaire de l'espace et du temps, car ces mots désignent, suivant les cas, des objets tout différents. De même, les nombres n'ont, par la mesure, aucune prise directe sur l'élément spatial ou temporel de l'expérience. Or, privé du soutien des autres, chacun des aspects a perdu à nos yeux sa simplicité parfaite et son prestige intellectuel. C'est ainsi que nous avons trouvé dans les notions d'espace et de temps sensibles une singulière obscurité. Héraclite s'étonnait de l'instabilité temporelle des choses sensibles, mais il y a un fait plus étrange encore, c'est que leur nature est insaisissable, qu'elle n'a point de sens absolu, qu'il n'est rien de solide en elles dans l'instant même où nous les percevons. Pensée paradoxale, car nous croyons toucher la substance spatiale des choses, comme la substance temporelle du moi, et le sens commun croit saisir l'étendue et la pensée en leur nature. Mais nous savons qu'il n'en est rien; ces unités d'accoutumance et d'usage sensible se défont à l'analyse; l'espace et le temps se dispersent en une suite d'apparences, comme des masques derrière lesquels il n'y a pas de figure, et l'art des philosophes ne nous aide en rien à comprendre ce paradoxe, car il revient, en général, à renverser les termes des problèmes, à nous présenter alternativement la perception comme une synthèse, ou ses aspects élémentaires, comme l'œuvre d'une analyse.

Tout revient au fond à faire passer les termes d'une équation, tantôt à gauche, tantôt à droite, ce qui ne nous avance guère. D'ailleurs, les sensations mêmes en lesquelles, par une méthode nécessaire et raisonnable, nous analysons l'objet ne peuvent correspondre à la structure interne de la perception, pas plus que les formes fossiles ne peuvent avoir été semblables aux formes embryonnaires des êtres actuels. Ainsi les divers espaces sensibles ne sont pas réellement dans l'espace de la perception, ils y sont en puissance, ou par analogie. D'une part, il n'y

a pas d'élément de l'espace sensible qui soit plus profondément réel que les autres : l'étendue n'est pas une propriété objective des corps, la distance spatiale de deux objets n'a rien de plus foncier, rien de plus réel que leur différence de température. L'analyse détruit donc l'unité de l'intuition sensible, et la montre également relative en toutes ses figures.

D'autre part, la réflexion métaphysique nous prouve que le monde réel ne peut être intérieur et sous-jacent au monde sensible. Le témoignage de l'intuition est ici aussi vain que celui de nos yeux, lorsqu'ils nous montrent le mouvement du soleil et son élargissement à l'horizon. Le monde réel est nécessairement transcendant au monde sensible, par rapport à celui-ci, il est idée.

Mais cette idée n'est-elle pas claire, et connue a priori par la raison ? Celle-ci n'est-elle pas législatrice dans l'ordre intelligible ?

Descartes lui attribuait la faculté de concevoir, par une intuition claire et distincte l'étendue, qui définit la matière, l'espace où elle est logée, le temps où elle se meut, et les lois qui en règlent le mouvement. C'est l'effort le plus audacieux pour déterminer a priori la structure du monde physique, et le penser du point de vue de Dieu même. Et c'est au fond ce rêve d'une raison législatrice que Kant reprend, dans sa critique, en le dépouillant de son prestige métaphysique, en lui conférant une objectivité purement humaine : la trame du monde physique, trame de notions et de lois, si différente qu'elle soit du schéma cartésien, reste a priori et prédétermine la construction scientifique.

Or, c'est justement cette idée de la raison qui s'est effacée; dans son usage géométrique, ou dans son usage physique, elle a perdu son prestige de droit divin, et ses préceptes sont déchus de leur a priori. La chose était inévitable, au fond, dès que l'on abandonnait le réalisme platonicien, ou du moins l'intuitionnisme cartésien : comment, en effet, une vérité pourrait-elle être a priori si les termes qu'elle associe n'ont pas de sens antérieur à l'expérience, si elle ne porte pas sur des idées, connues adéquatement en tant que telles, dans l'univers qui leur est propre ? Telle est l'objection inévitable à l'admirable système kantien des principes de l'entendement pur.

Avec la critique des axiomaticiens, la géométrie est descendue du ciel sur la terre. Il ne lui a point servi d'abandonner l'élément intuitif et de s'arithmétiser. Les propriétés des nombres sont plus sûres, mais elles ne sont pas d'un autre ordre que celles des figures continues. Toute science mathématique est une combinatoire de signes, une algèbre d'images, qui se raccorde à l'algèbre de la logique. Science des phénomènes, collatérale aux autres sciences, ce n'est pas la moindre des ironies de l'histoire de voir cette logistique que les Grecs méprisaient, parce qu'ils en connaissaient la nature, supplanter la théorie orgueilleuse et illusoire des figures idéales. C'est pourquoi, comme nous sommes libres d'assembler des objets suivant les règles qui nous plaisent, nous sommes, dans l'abstrait, libres de choisir nos conventions géométriques. Il n'y a pas d'a priori. C'est pourquoi aussi la géométrie n'impose plus de lois à l'expérience, mais elle lui propose des formules, des expressions symboliques. Elle ne s'en dégage point passivement, mais elle va au devant d'elle, et la méthode d'identification qui nous a semblé si caractéristique dans l'étude des théories récentes nous représente, d'une

manière typique et poussée à l'extrême, la méthode fondamentale des géomètres; les expressions mathématiques des phénomènes sont aussi indéterminées dans leurs notions que dans leurs lois, nous choisissons parmi elles celles qui ont avec l'expérience le contact le plus étendu.

Mais cette défaillance métaphysique de la géométrie n'est pas isolée, et tous les principes rationnels ont subi un sort analogue : au lieu de prédéterminer notre connaissance du monde, ils nous proposent simplement des instruments de discours, d'expression symbolique et verbale des phénomènes. La chose est presque évidente des principes proprement logiques, qui se réduisent à des conventions de langage ou d'écriture. Mais elle est vraie aussi des principes déterminants de l'expérience, qui rayonnent autour du principe de causalité. La relativité du mouvement, par laquelle nous affirmions que l'état de mouvement n'est pas une raison suffisante d'altération des grandeurs géométriques, celle de la position, suivant laquelle l'espace ne peut agir que comme support d'un champ physique, pour n'être pas nécessairement abandonnées, ne nous en apparaissent pas moins comme conventionnelles. Rien ne nous prouve qu'un corps, après déplacement dans l'espace redevient semblable à lui-même. Allons plus loin, rien ne dit que deux corps phénomènes indiscernables à l'origine, évoluant dans des circonstances indiscernables, seront encore indiscernables à l'arrivée. Entendez par là que nous ne considérons plus comme un devoir rationnel impérieux d'expliquer des événements aussi singuliers par la présence de circonstances physiques, et de tâcher de mettre celles-ci en évidence. Sans doute, rien ne nous contraint dans la physique contemporaine à des affirmations aussi rigoureuses, et la métaphysique du principe d'indétermination est dogmatiquement plus faible encore que celle du déterminisme individuel. Mais, ce qui est définitif, c'est que nous avons douté, que nous pouvons douter. Le principe n'a donc aucun signe intérieur qui le justifie et il n'est pas non plus la condition nécessaire de toute science, car il suffit, pour qu'une science soit possible, d'en déterminer une loi statistique. Ainsi la raison, qu'elle soit géométrique ou physique, ne se définit point a priori par un système de principes nécessaires auxquels la nature doit se plier. Que reste-t-il d'elle? Une ingéniosité naturelle de notre esprit, une aptitude indéfinie à forger des images, des schémas symboliques ou verbaux, à développer ces jeux d'algèbre et de discours auxquels, ensuite, nous savons faire correspondre des faits extérieurs : l'intelligence est avant tout une ouvrière habile de formules, la raison un art de parler. Mais il n'y a rien là qui préforme et prédétermine la connaissance du monde, il y a une bonne volonté vide de comprendre, comme il y a chez Kant une bonne volonté vide d'accomplir le devoir.

Faut-il nous en réjouir ou nous en affliger ? On sait qu'un philosophe qui fait à juste titre autorité voit dans cette plasticité infinie de la raison le signe le plus sûr de la grandeur propre à l'homme ; il la voit se modelant à l'image de l'expérience, apprenant d'elle non seulement les réponses, mais la forme même des questions qu'il est permis de lui poser, renonçant, par une compréhension plus juste de sa nature, aux problèmes qui lui sont transcendants, arrivant par une sorte d'ascèse intellectuelle et par un progrès perpétuel à réaliser sa forme parfaite et en quelque manière éternelle. Elle justifierait exactement la formule célèbre : faire, et, en faisant, se faire, car elle se construit et se réforme elle-même, tandis

qu'elle construit et réforme son image du monde; et c'est ainsi qu'elle tend à définir, sous sa forme dernière l'ensemble des problèmes et par là même, à quelques coefficients près qui restent indéterminés, l'ensemble des solutions qui sont tout l'idéal intelligible de la science humaine.

Nous sera-t-il permis d'être ici moins confiants? Est-il sûr que cette raison tende, par approximations successives, vers une forme idéale déterminée? Mais surtout quelle sorte d'intelligibilité introduit-elle dans l'expérience, quelle sorte d'emprise a-t-elle par la science sur le devenir? Si la science n'est pas, comme le veulent les nominalistes, un simple tableau des phénomènes, elle en est la reconstruction explicative : elle les réinvente et les prédétermine idéalement : lorsque Aristote attribue au sage de connaître la nécessité des choses, il songe assurément à une nécessité intérieure et a priori, non à celle des phénomènes, pris dans leur enchaînement empirique.

Or, il n'est pas douteux, quelles que soient les intentions des physiciens, que les concepts scientifiques qui définissent l'extrême objectivité deviennent de simples symboles, qui n'ont plus rien de commun avec les notions sensibles qui leur sont parfois homonymes. C'est seulement par jeux de mots que nous croyons les apercevoir à l'œuvre dans le monde sensible; entre l'énergie, la force, le potentiel, l'électricité ou la matière elle-même et les images que ces termes évoquent en nous, il n'y a pas plus d'unité qu'entre le corps velu de Pan et l'idée kantienne de Dieu. Les objets de la physique théorique ne sont plus que des nombres ou des vecteurs, assujettis à des lois conventionnelles, groupés en expressions parfois harmonieuses. L'abstrait ne s'applique plus au concret par l'intermédiaire d'une intuition, mais il symbolise avec lui au moyen d'un dictionnaire de jugements. C'est le sort même, nous l'avons vu, des concepts géométriques, et c'est en raison de cette nature commune qu'ils sont échangeables les uns avec les autres; c'est pourquoi, dans l'assimilation du physique et du géométrique, ce qui est gagné en unité formelle est perdu en puissance explicative, et le perfectionnement du langage ne traduit pas une emprise plus profonde de la raison sur la nature.

S'il est possible de faire passer la gravitation d'un domaine à l'autre, c'est que les théories doivent être considérées comme de simples assemblages de signes abstraits, de grands schémas algébriques jetés sur l'expérience, des modèles agencés d'équations et de nombres, symboles en eux-mêmes privés de sens, comme les indéfinissables de Hilbert, et dont l'application à la nature est purement allégorique et formelle. Et l'on peut dire que l'exposé axiomatique est la forme idéale de toute science, en comprenant par là que le monde du savant se réduit en dernière analyse à une architecture de signes privés de signification intrinsèque et immédiate, que la physique pure doit être, comme la mathématique, une science où l'on ne sait pas a priori de quoi l'on parle. Nous sommes évidemment très loin du vieil idéal : refaire un monde avec des natures simples auxquelles les nombres s'appliquent à priori. Les grandeurs physiques, l'espace et le temps eux-mêmes ne sont plus l'étoffe du monde, mais la commune mesure abstraite, la monnaie fiduciaire des phénomènes. Elles nous permettent de les prévoir, comme l'étude de la balance des comptes d'un pays nous permet de prévoir l'avenir de sa monnaie, sans que nous puissions toujours dire où est la cause et où est l'effet.

Cette nature purement symbolique de nos théories entraîne une double conséquence. Nul principe ne règle a priori la nature et les lois des concepts physiques ou géométriques; la structure de l'espace et du temps ne peut donc ni être posée directement, ni être obtenue, comme par résidu, à partir de l'expérience : nos instruments de mesure ne pourraient définir la trame géométrique de l'univers que si nous connaissions certaines lois réglant leur comportement physique. Or, ces lois ne sont définies que par convention. L'indétermination du physique et du géométrique est donc foncière, elle subsisterait, avec la dualité du langage, alors même que toute la science empirique serait achevée. Au fond, prises séparément, l'idée d'une structure géométrique, l'idée même d'un espace et d'un temps n'ont aucun sens. Ce sont là des mots, des signes qui ne sont utilisables que corrélativement à d'autres mots, à d'autres signes. Espace et temps sont des concepts corrélatifs des concepts de matière, de champ, sans qu'aucun d'eux puisse être d'ailleurs nommé relation plutôt que chose. .

Une autre conséquence est la suivante : il devient impossible de définir les problèmes relatifs à la forme et à l'étendue du monde; au moment où nous arrivons à réunir celui de la finitude du monde matériel dans l'espace, et celui de la finitude de l'espace lui-même, il devient manifeste que nous ne pourrions jamais leur trouver de sens objectif. Kant avait montré que cette antinomie n'avait pas de solution déterminée, nous voyons maintenant qu'elle n'a même pas de signification déterminée. En effet, s'il y avait une intuition distincte de l'espace géométrique et de son infinité, nous pourrions la transférer à l'espace physique, en la matérialisant, nous définirions le sens du problème en en donnant la solution. Si, d'autre part, il y avait une méthode physique fondamentale, canonique, irréfutable pour définir les propriétés de l'espace à partir de l'expérience, le problème aurait un sens effectif et univoque. Mais il n'en est rien. Par le fait même que nous n'avons plus d'axiomes a priori fixant l'interprétation géométrique ou physique, nous ignorons si diverses expériences considérées d'ordinaire comme équivalentes donneront le même résultat, quel sera le résultat, ni ce qu'il signifie. Kant avait tout à fait raison d'associer l'antinomie de la finitude du monde à celle de la liberté; en effet, leur sort est identique. Tous les arguments logiques ou scientifiques pour ou contre la liberté sont également arbitraires : le nœud véritable du problème, c'est que nul n'a jamais pu définir et penser ce qu'était la liberté psychologique. Nous agençons des formules où entre le mot libre, en nous inspirant de telles et telles analogies, mais ce qui nous fait défaut, c'est le sens même du mot. Il en est de même touchant l'infini et plus encore touchant l'infini temporel. La philosophie moderne en posant, avec raison, le problème de l'essence avant celui de l'existence a indéfiniment accru le domaine des incertitudes.

Ainsi l'indétermination radicale qui frappe la structure de l'espace et du temps en frappe plus nettement encore la forme et l'étendue.

Entendons bien, d'ailleurs, cette nature abstraite de la réalité physique : elle n'est aucunement idéale, au sens platonicien ou même cartésien du mot. De même que notre expérience intuitive est d'un seul tenant, et que celle du moi est entrelacée à celle des choses, notre intelligence est d'une seule et terrestre nature : rien ne fait accéder l'homme à une connaissance plus haute ou plus intime du devenir; tout, en lui,

procède de cet obscur instinct d'imitation et de figuration qui se révèle aux plus anciennes époques de sa race; quand l'*homo faber* devient l'*homo pictor*, la raison se détache de l'existence brute, mais dans ses démarches les plus abstraites elle ne pense jamais que par figures sensibles : assembleuse de mots, constructrice d'algèbres, elle n'est pas foncièrement autre que lorsqu'elle guide le sculpteur, et l'instruit à pétrir l'argile à la ressemblance des visages. Comme inventions libres, comme jeux purement esthétiques, comme description directe de leur objet, le dessin, les mathématiques sont des arts; comme symboles de la nature extérieure, ils sont science et explication, et les équivalences formelles ne sont pas d'une autre nature que les allégories intuitives. C'est ainsi que notre raison n'est que l'effort pour représenter le monde sur une partie de lui-même, et il n'y a dans ses préceptes rien de plus absolu, aucune autre nécessité que dans les canons de la peinture ou de la sculpture.

Si ces remarques sont exactes, et si les schémas les plus abstraits de l'énergétique statistique ou de la Relativité générale ne procèdent pas d'un autre esprit, ne correspondent pas à une autre forme du comprendre que les modèles mécaniques de l'atome ou du système solaire, si la différence des théories abstraites et des théories intuitives n'est pas d'un autre ordre que celle de la peinture et de la sculpture, une conséquence importante nous apparaît : notre idéal ne peut être, désormais, d'atteindre une connaissance d'un type plus haut, mais seulement de rendre la plus humaine possible notre image des phénomènes. Qu'est-ce à dire, sinon la plus adéquate à ce qu'il y a en nous de déterminé, à notre imagination sensible et à ses lois? Abstrait et concret, disions-nous, ne caractérisent pas deux sortes de pensées, mais deux sortes de signes, deux sortes d'éléments figuratifs. Loin d'être un idéal, l'expression purement algébrique des événements n'est donc qu'un pis aller; il nous faut la revêtir d'un corps intuitif, appréhendable dans notre imagination. Or, que sont les lois de celles-ci? Celles mêmes de la perception brute, et nous sommes incapables de nous arracher à notre nature sensible, qu'il s'agisse de la forme ou de l'étendue de notre représentation. Nous ramenons tout à l'échelle de notre expérience primitive, et cette condition, étant inévitable, doit nous servir de norme. C'est pourquoi la continuité des phénomènes, l'existence d'un espace et d'un temps absolus et euclidiens nous semblent les réquisits les plus raisonnables d'une théorie physique idéale.

*

**

Quels sentiments métaphysiques de telles pensées doivent-elles éveiller en nous? Il fut un temps où l'homme se sentait en repos, dans un univers fini, sphérique, équilibré, où il dénombrait les étoiles, les ayant clouées sur une sphère obscure, dont il croyait connaître la nature. Il fut un temps où l'esprit inquiet se penchait sur le prolongement infini de la création, et s'en voyait accablé. Ainsi Pascal se tourmente du double infini où nous sommes perdus : c'est qu'il croit apercevoir, comme un fait non équivoque, l'enchaînement toujours renouvelé des demeures du temps et de l'espace. Pourtant, il ne s'agit là que d'un accident, d'une disposition fortuite de l'univers. Mais qui ne trouvera un motif plus

grave d'inquiétude dans ce qu'il y a d'insaisissable au sein même de l'expérience, dans ce que notre emprise sur elle a de superficiel, dans notre impuissance à définir, hors du domaine des choses tangibles, l'idée même de réalité ?

Le monde qui nous entoure est incertain, car il est à demi sensible et à demi rêvé, agencé de perceptions et de mots. Le vulgaire croit toucher à l'intérieur même du sensible le réel que les mots évoquent; mais ils n'évoquent rien, ils sont une allusion à un objet qui n'est pas pensable.

Certains croient que l'esprit devient adéquat à la nature, parce que la science prend corps dans la perception; ils croient percevoir les astres dans leur nature et leur éloignement réels. Mais outre que ce réel est relatif à notre esprit, cette transfiguration intellectuelle du sensible est fictive; nous n'y prenons pas garde d'ordinaire, car la sensation n'est guère plus pour nous qu'une occasion de discours. Tantôt nous éveillons par le son de nos phrases le peuple obscur des souvenirs et des émotions, et tantôt nous les charpentons en assemblages logiques. Il appartient au philosophe de se délivrer de la légende et des mots, de revenir aux données primitives de la sensation. Il doit chercher à retrouver le monde dans sa figure encore brute, telle qu'il apparaissait aux anciens astronomes de Chaldée ou aux paysans des bords du Nil. L'enfant se croit habile parce qu'il sait que la lune est un globe à peu près sphérique et de telle grandeur, ou parce qu'il sait la décrire en formules littéraires. Il ne sait plus la percevoir comme proche de lui, et presque tangible, tandis que sa lumière tombe en silence comme par pulsations, et nous baigne de son amitié. Le langage nous enveloppe, et nous détourne du monde vrai, il nous empêche de sentir le contact et le souvenir de l'expérience directe des choses, et c'est la tâche de la philosophie de nous y ramener.

Non d'ailleurs que nous puissions atteindre par là quelque chose de plus réel, de plus intérieur que par la science. Pour l'homme, les choses n'ont pas d'intérieur. Pas plus qu'il n'y a d'objet appréhendable derrière les diverses grandeurs abstraites de la physique, il n'y en a derrière les diverses figures sensibles. Puisque nous sommes condamnés à vivre toujours du même côté de la vitre, tâchons seulement de ne rien laisser perdre dans ce qui nous apparaît, et ne laissons pas échapper la légende sensible de nos yeux pour la légende verbale de notre science.

Ce que nous disons ici du monde extérieur et de l'espace n'est pas moins vrai du monde intérieur et du temps. Le moi est lui aussi tissé d'épreuve réelle et de récit. Il est épreuve au moment où il se disperse, présent, dans le monde extérieur, il prend corps dans les apparences sensibles, il est, en un sens pseudo-Aristotelicien, la forme même du monde sensible. Il est aussi la légende de l'expérience ancienne, qui commente la sensation; l'ordre architectural de nos discours et de nos raisons. Il est donc assemblé de récit et d'action. Mais, pas plus qu'il ne peut se reprendre aux formes du monde sensible, et maintenir avec les images qui sont à la fois son œuvre et sa substance un lien personnel, une emprise directe, il ne peut retenir près de lui son propre passé; notre vie ancienne nous quitte, et rejette notre tutelle; la nature profonde du temps nous échappe comme celle de l'espace; il sont un ordre d'affleurement des images sensibles, ils ne nous font comprendre ni comment le monde physique pourrait exister au delà des phénomènes,

ni comment l'esprit peut exister au delà du présent; la légende du monde et celle de l'âme sont au fond de même nature.

Ne forçons pas d'ailleurs le pessimisme. Faut-il nous désespérer parce que toute connaissance est par figures, parce que toute intuition du réel ou de ses lois est illusoire ?

Certains thèmes philosophiques sont propres à émouvoir : tel est celui de l'impermanence du monde dans la philosophie bouddhique, celui de la déchéance tel que nous le trouvons chez Empédocle, celui de la misère humaine auquel Pascal a donné la forme la plus dramatique. Tantôt ils expriment des exercices littéraires, tantôt ils nous révèlent l'aventure véritable d'une âme; toujours ils occupent l'homme et le poursuivent. Mais, pour qu'ils atteignent et troublent notre cœur, il faut qu'ils se fixent en des sentiments plus précis, et moins métaphysiques, qu'ils nous suspendent à une espérance ou à une crainte, il faut qu'ils revêtent un corps temporel. Or, nous n'en sommes pas là. Sans doute, le monde réel s'étend devant nous, sinon comme une paroi où l'intelligence se brise, au moins comme une région vide, où elle se perd. Sans doute, nous sommes esclaves de l'expérience, et celle-ci l'est de notre nature. Pleurerons-nous donc sur l'exil de l'intelligence, parce qu'elle doit se jouer toujours à la surface commune de l'âme et des corps, semblable à un rayon de soleil ? nous plaindrons-nous que, dans l'image qu'elle nous donne, nous ne saisissons ni la nature de la lumière, ni celle des objets ? Mais nous n'avons là rien à regretter, rien ne doit nous y épouvanter, et cet état, puisqu'il est nécessaire, ne justifie ni plainte ni indignation. Aussi la vie courante s'en est-elle accommodée, elle a lié amitié avec cette expérience étroite et sans profondeur, elle n'est point douloureuse en elle-même. Que servirait d'y joindre des paroles dramatiques ?

Pourtant, de cette étude, de notre impuissance à atteindre objectivement les notions les plus pauvres, le tissu le plus rudimentaire de l'expérience, à définir et à comprendre, en nous ou hors de nous, la nature du temps et de l'espace, il subsiste un sentiment qui peut être durable, une nuance de cette sensibilité métaphysique dont l'enrichissement est au fond la seule œuvre durable de la philosophie : sentiment de relativité, d'appartenance à l'ici et au maintenant, appartenance définitive, car le monde se disperse lorsque nous le prolongeons, même idéalement. Nous nous inquiétons parfois en songeant que la lumière d'une étoile est celle d'un temps déjà vécu, et déjà révolu; n'avons-nous pas sujet de le faire plus encore, si nous songeons que son lieu-même, et sa distance, n'ont pas de sens absolu, que cette grande demeure des corps célestes est au fond une invention humaine, jetée sur une nature indistincte, invention toujours indéterminée en soi. Nous ne sommes pas moins égarés dans cette brume à demi-lumineuse de la connaissance que nous ne le serions dans les ténèbres; nous ne sommes plus en face de l'abîme de Pascal, mais nous ne sommes pas réaccueillis dans l'univers fini des anciens, comme dans une maison natale et familière.

Le plus puissant des chefs d'Etat, le plus absolu des souverains est prisonnier de sa propre puissance et de ceux qui l'entourent, rien ne lui parvient que déformé, plus il est obéi en paroles et de près, moins il est

sûr de l'être au loin et en actes, si bien qu'il y a, dans l'isolement d'une telle grandeur, beaucoup de mélancolie. Tel est, un peu, le sort de l'esprit, quand il s'est affranchi de la contrainte et de la protection de l'a priori.

Faut-il dire que ces sentiments viennent d'une fausse exigence du transcendant et que si l'esprit sait s'en affranchir, il peut prendre une conscience plus exacte de sa nature, et, par une sage limitation de ses desseins, atteindre en quelque sorte la connaissance du troisième genre? Nous ne le croyons pas, et cette pensée d'un philosophe dont l'autorité est grande, nous semble révéler comme un troisième aspect de l'orgueil propre à la raison philosophique. L'un était, disions-nous, la reconstruction en idée du monde réel, dont nous croyons saisir la nature et la raison par une suite d'intuitions intellectuelles. L'autre est l'affirmation d'une emprise directe sur le moi, la perception complète et adéquate de notre racinement temporel. Voici la conséquence extrême du relativisme kantien : l'existence d'un monde transcendant à celui des phénomènes n'est pas seulement abolie comme objet positif du connaître, elle l'est même comme concept limitatif, comme inquiétude. C'est l'esprit même, guidé par la résistance de la nature qui, se réformant lui-même, invente la réalité; et l'objectivité a pour signe dernier l'accord de la pensée avec elle-même. Qu'importe alors la ruine du vieux monde, puisque nous en créons un autre, où la pensée repose, adéquate à ses inquiétudes qui ne dépassent plus sa puissance, sphérique et parfaite comme l'être de Parménide. Qui ne serait fier de cette autonomie et de ce stoïcisme intellectuels?

Pourtant, nous ne saurions nous y rallier. Même si la nature de l'esprit nous était connue, il y aurait assez dans l'expérience physique pour nous troubler avec la pensée d'un au-delà spatio-temporel; il y a cette résistance du monde extérieur à nos concepts qui pour être obscure et passive n'en est pas moins objective et déterminée; même si, comme le dit Eddington, l'empreinte que nous trouvons sur le rivage de la science est celle de nos propres pas, il y a le sol qui n'est pas nôtre. Il y a, derrière les phénomènes, une nature qui en prédétermine la connaissance sensible et intellectuelle.

La chose est surtout manifeste quand nous songeons que le mouvement par lequel l'homme invente une réalité physique est celui même par lequel il imagine, sous le nom d'âme, une providence et un démon intérieurs. Or, il doit y avoir un au-delà intérieur à la pensée. L'expérience que nous avons de notre propre esprit est faite de paroles et d'images que nous saisissons au moment même où elles se jettent dans le monde extérieur, nous en suivons en lui la trace, comme dans un fleuve les eaux d'un affluent plus sombre, mais pour un instant seulement; ainsi nous n'entendons notre voix qu'au moment où elle cesse d'être vraiment nôtre. Pourtant ce discours ordonné, cet enchaînement des mots et des raisons, cette architecture de notre pensée révèlent le moi, comme la statue révèle le sculpteur. Il n'est point douteux que l'homme ait une âme, il ne l'est guère moins qu'elle soit insaisissable, car cela est d'un autre ordre. Où est la demeure de l'intelligence? dit le livre de Job. Mais nos pensées seules ont un lieu, l'intelligence est au-delà.

Il convient donc d'accepter le dualisme, mais non pas au sens de Descartes, car celui-ci prend l'esprit au moment où il est conscience,

c'est-à-dire au moment où, inséré dans les choses, il cesse d'être nôtre et devient expérience. Mais esprit et monde sont avant l'expérience, comme en amont; ils sont les deux traditions obscures dont elle procède, et ce que nous appelons accord de la pensée et de la nature est simplement celui de deux parties de l'expérience, qui symbolisent l'une avec l'autre.

Il est d'ailleurs impossible de préciser ces pensées, car nous sommes faits pour vivre au niveau de l'expérience, et dans toutes nos théories nous entraînons notre nature sensible, ambiguë entre esprit et corps. Nous refaisons un monde physique avec des débris de phénomènes, une âme avec des débris d'images, créatures précieuses mais de pure allégorie. Nous ne pouvons ni résoudre, ni même formuler le problème ontologique, et nous sommes voués à construire les dieux à notre image. Mais le problème existe.

Peut-être y a-t-il pourtant, dans la manière dont nous en parlons spontanément, dans ces mythes en lesquels toute philosophie s'achève nécessairement, comme un reflet de réalité. Il n'y a que deux sortes de connaissances dans l'ordre positif, l'une est de description directe, et l'autre de figuration. Mais peut-être faut-il accepter au delà d'elles une connaissance par allusion, et qui ne serait pas sans vérité : vérité qui n'est point évidente, qui ne se prouve ni ne s'éprouve par aucune confrontation, car l'un des termes manque toujours. Vérité de risque et d'espérance, et nous sentons ici ce qu'il y a de profond dans l'intervention si singulière de la véracité divine, au milieu des Méditations : c'est le rôle de l'espérance en toute métaphysique.

Ce qu'il faut réclamer en tout cas, c'est le droit de marcher dans les routes de la nature jusqu'à la tombée de la nuit, et de sentir, après la lumière immobile qui baignait les formes corporelles, le souffle obscur du vent, et l'inquiétude qu'il porte avec lui; le droit de se sentir seuls, dans le dispersément de l'univers, sous la voûte d'un ciel qui n'est ni solide ni fermé, le droit de comprendre que ces choses nous sont devenues étrangères parce qu'elles l'étaient déjà, parce que la lumière se jouait sur les corps, et ne les pénétrait pas.

M. Gilson reproche avec raison à M. Paul Valéry de ne pas reconnaître l'abîme qui émeut Pascal, et qui est près de lui, autour de lui. Il existe, et il est à la fois extérieur et intérieur à nous, il est ce vide douloureux, qui ne se voit, ni ne s'entend, avec quoi l'on ne communique pas, et auquel nous faisons toujours face. Pourquoi l'homme, cloué à sa nature d'homme, prétendrait-il être adéquat à l'univers réel ?

Certes, nous n'entendons pas animer d'une vie illusoire cet au-delà lourd de silence, ni y projeter dogmatiquement l'image d'un monde tangible ou la figure humaine et familière d'un dieu personnel. La tâche est trop lourde pour l'intelligence et les plus simples, les plus robustes de nos cadres intellectuels, ceux d'espace et de temps, se brisent ou s'évanouissent quand nous prétendons les étendre en ces régions inconnues.

Nous étions partis d'eux, et ils nous ont menés jusqu'aux problèmes les plus métaphysiques, ceux qui touchent la causalité et l'existence objective. Notre impuissance à en définir la nature détruit, semble-t-il, tout espoir de comprendre le devenir de l'âme ou des choses; elle nous fait éprouver plus fortement ce sentiment poignant de n'avoir pas d'em-

prise directe sur nous, d'être agis, d'être dans la main de quelque chose que nous nommerions encore « nous », si nous pouvions le connaître, mais que nous ne pouvons pas connaître. Cette providence intérieure qui nous meut est nôtre, mais elle n'est pas seulement nôtre comme celle qui préordonne l'expérience; elle semble dépasser l'individualité. Mais ce sont là les idées qui excèdent ce travail, et dont on peut dire, d'ailleurs, comme il est dit à la fin du Phédon qu'elles sont invisibles à tous, sauf à Dieu.

VU :

le 10 juin 1931,

Le Doyen

de la Faculté des Lettres

de l'Université de Paris :

H. DELACROIX.

VU, ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris :

S. CHARLETY.

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
AVERTISSEMENT	7
INTRODUCTION	13
§ 1. Pourquoi nous avons négligé l'aspect historique des problèmes.	13
§ 2. Complexité intérieure du problème.....	16
§ 3. Remarque sur l'implication des problèmes.....	18
SECTION I. — L'espace et le temps sensibles.....	21
CHAPITRE I. — INTÉRIORITÉ ET EXTÉRIORITÉ, LE MOI ET LE MONDE SENSIBLE	LA
§ 2. Position du problème. Un texte de Kant.....	23
§ 2. Le moi phénoménal ne se sépare pas du monde sensible.....	25
§ 3. Remarque complémentaire sur le rôle du corps et la définition du moi.....	33
CHAPITRE II. — SPATIALITÉ, QUANTITÉ, MESURE.....	37
§ 1. Position du problème.....	37
§ 2. Etendue et mesure	38
§ 3. Conséquences ; mesurabilité et qualités premières....	42
CHAPITRE III. — LE TEMPS SENSIBLE.....	45
§ 1. Quelles dénominations conviennent au temps.....	45
§ 2. Les données élémentaires. Le changement.....	48
§ 3. Le prolongement des données immédiates.....	56
§ 4. Formes extrêmes de l'expérience du temps.....	64
§ 5. Conclusion	68
CHAPITRE IV. — L'ESPACE SENSIBLE.....	71
§ 1. Généralités sur l'espace sensible.....	72
§ 2. Les données visuelles.....	79
§ 3. Les données sonores et tactiles.....	95
§ 4. Les données motrices.....	98
§ 5. L'espace des déplacements objectifs. Son prolongement. Le problème de l'unité sensible de l'espace.....	104
§ 6. Conclusion. La réalité intuitive de l'espace et du temps.....	112
SECTION II. — Les concepts abstraits.....	121
CHAPITRE I. — DE LA CONNAISSANCE ABSTRAITE EN GÉNÉRAL.....	123
§ 1. Position traditionnelle du problème géométrique. Son évolution.	123
§ 2. De la connaissance abstraite en général	129

	Pages
§ 3. S'il existe des relations proprement rationnelles.....	131
§ 4. Rôle de la notion de vérité.....	133
§ 5. Objections que l'on peut faire à une définition purement algorithmique de la pensée logique.....	135
§ 6. Certitude physique et certitude logique.....	137
§ 7. Conditions physiques requises pour que soit possible une pensée logique	139
§ 8. Comment la pensée logique et mathématique peut-elle être féconde ?.....	141
§ 9. En quel sens la pensée logique et mathématique s'applique au réel et le rationalise.....	145
§ 10. Comment se présentent les problèmes classiques relatifs à la définition	147
§ 11. Des problèmes propres aux définitions par spécification.....	148
§ 12. Des définitions par postulats ; de la réduction des théories les unes aux autres.....	150
§ 13. Logique a priori ; nécessité propre aux lois logiques.....	152
§ 14. Cas particulier du tiers-exclu.....	155
CHAPITRE II. — ESPACES ET GEOMETRIES.....	161
A) <i>Les espaces abstraits</i>	
§ 1. Divers types de géométries, la construction abstraite....	161
§ 2. Divers types d'espaces abstraits.....	163
§ 3. Valeur épistémologique de la géométrie abstraite.....	168
B) <i>Les espaces algébriques.</i>	
§ 1. Diverses espèces de nombres.....	171
§ 2. Les espaces réels. Leur spécification.....	172
§ 3. Divers noms donnés à l'espace. Espaces qui se réduisent les uns aux autres.....	174
CHAPITRE III. — LA CONSTRUCTION EN TERMES FINIS.....	181
A) <i>La construction euclidienne.</i>	
§ 1. La géométrie projective.....	181
§ 2. La géométrie métrique	183
B) <i>La construction non-euclidienne.</i>	
§ 1. Comment on peut modifier la géométrie classique.....	186
§ 2. Représentations diverses de la géométrie non-euclidienne.....	190
§ 3. Autres généralisations possibles	193
§ 4. La notion de déplacements. Sa valeur philosophique.....	194
§ 5. Comment choisir entre les diverses géométries.....	196
CHAPITRE IV. — LA CONSTRUCTION DIFFÉRENTIELLE DE L'ESPACE.....	199
§ 1. Le concept d'espace riemannien.....	199
§ 2. Autre type d'exposé.....	202
§ 3. Conclusion sur la construction de l'espace.....	210
§ 4. Les propriétés d'ensemble de l'espace.....	213
 SECTION III. — L'espace et le temps physiques	
CHAPITRE I. — LE PROBLÈME TRADITIONNEL.....	225
A) <i>L'idée du monde physique. L'espace physique.....</i>	226
B) <i>Problèmes propres au temps.....</i>	232
§ 1. Divers aspects du temps physique.....	232

	Pages
§ 2. L'irréversibilité du temps.....	237
§ 3. La réversibilité des équations de la mécanique.....	240
C) <i>Le problème des limites de l'espace et du temps</i>	242
D) <i>L'idée de structure géométrique réelle</i>	248
E) <i>Conditions a priori et structure spatio-temporelle</i>	254
F) <i>La physique traditionnelle</i>	256
CHAPITRE II. — LA RELATIVITÉ RESTREINTE.....	269
<i>L'unité des théories relativistes</i>	269
§ 1. Les principes généraux.....	270
§ 2. La transformation de Lorentz.....	273
§ 3. L'emploi de la transformation de Lorentz.....	279
§ 4. Les conditions aux limites.....	282
§ 5. Le mouvement absolu.....	285
§ 6. L'assimilation de l'espace et du temps.....	286
§ 7. Les conséquences philosophiques.....	290
CHAPITRE III. — LA RELATIVITÉ GÉNÉRALE.....	305
A) <i>Les prolégomènes philosophiques</i>	
§ 1. Généralités.....	305
§ 2. La critique de la notion de force.....	308
§ 3. L'idée d'explication géométrique.....	312
a) Inertie et forces physiques.....	313
b) Inertie et gravitation.....	315
c) Inertie et matière.....	317
B) <i>La théorie physique</i>	
§ 1. La courbure de l'espace-temps.....	319
§ 2. La jonction avec les autres forces.....	324
§ 3. Les caractères d'ensemble de l'espace et du temps.....	325
C) <i>Les conséquences épistémologiques</i>	
§ 1. L'espace et le temps absolus.....	329
§ 2. La valeur rationnelle de la théorie.....	334
a) La valeur d'assimilation formelle.....	334
b) La valeur d'assimilation rationnelle.....	337
§ 3. La déduction du divers physique.....	341
<i>Conclusion</i>	346
CHAPITRE IV. — ASPECTS NOUVEAUX DE L'ESPACE ET DU TEMPS.....	351
§ 1. Electromagnétisme et géométrisation.....	351
§ 2. Théories quantiques et géométrisation.....	355
a) Exemple de théorie intuitive.....	357
b) Exemple de théorie semi-intuitive.....	359
c) Exemple de théorie géométrique.....	362
§ 3. Le principe d'indétermination.....	367
§ 4. Conclusion.....	371
CHAPITRE V. — CONCLUSION.....	373

RENNES
IMPRIMERIE COMMERCIALE DE BRETAGNE

7, Rue des Francs-Bourgeois

1931
